

MODELLAZIONE NUMERICA PER LA CARATTERIZZAZIONE DEI NUMERI D'ONDA NEI PANNELLI CLT

Andrea Santoni (1), Patrizio Fausti (2)

1) Dipartimento di Ingegneria – Università di Ferrara, Ferrara, andrea.santoni@unife.it

2) Dipartimento di Ingegneria – Università di Ferrara, Ferrara, patrizio.fausti@unife.it

SOMMARIO

In questo lavoro vengono presentati i risultati di uno studio che ha l'obiettivo di definire una metodologia per la caratterizzazione delle proprietà elastiche di pannelli in legno cross-laminato (CLT), tramite un approccio numerico per l'identificazione dei numeri d'onda. I risultati presentati, relativi a diverse strutture analizzate, evidenziano l'influenza significativa dello spessore totale del pannello, ma soprattutto del rapporto tra gli spessori dei diversi strati, sul comportamento vibro-acustico dell'elemento.

1. Introduzione

La modellazione vibro-acustica di elementi in legno cross-laminato (CLT) presenta diverse criticità. Questi pannelli di legno massiccio a strati incrociati si ottengono incollando uno sull'altro un certo numero strati, ruotando ortogonalmente la direzione delle fibre di ogni strato rispetto a quelli adiacenti. Ogni strato è costituito da tavole di legno, definite lamelle, selezionate in base alla classe di resistenza. Attualmente non esiste una standardizzazione produttiva per i pannelli in CLT, ma ogni produttore utilizza proprie regole costruttive variando, ad esempio, lo spessore totale in funzione del numero degli strati, il rapporto tra gli spessori degli strati, il tipo di assemblaggio delle lamelle di ogni singolo strato, o la tipologia di essenza. Questo determina una variabilità significativa delle caratteristiche di queste strutture. Le proprietà elastiche, di rigidità e , in ambito strutturale, di resistenza del CLT vengono valutate a partire dalle caratteristiche delle lamelle, attraverso diversi metodi (es. metodo γ , metodo k , metodo shear analogy). Per quanto riguarda il calcolo dei descrittori vibro-acustici (es. isolamento acustico e efficienza di radiazione) dei pannelli in CLT, sono stati proposti approcci di omogenizzazione di queste strutture adattando la teoria delle piastre sottili ortotropo [1, 2]; che, per poter includere gli effetti delle deformazioni di taglio e dell'inerzia rotazione, notante siano trascurati dalla teoria semplificata, utilizzano proprietà elastiche variabili in frequenza determinate sperimentalmente [4]. È stato recentemente pubblicato da Yang et al. [4] un interessante lavoro sulla caratterizzazione numerica delle curve di dispersione e dell'isolamento acustico di una struttura in CLT, basato sull'approccio *wave and finite element (WFE)* [5]. Una metodologia simile, implementabile tramite un qualsiasi software commerciale agli elementi finiti FE senza necessità di ulteriore post processing dei dati, è stata utilizzata nel presente studio per l'estrazione dei numeri d'onda di strutture in CLT, caratterizzate da un diverso spessore e un diverso rapporto dello spessore dei singoli strati. Sono stati considerati, per ogni struttura, 6 modi propagativi, che rappresentano i primi 3 modi e simmetrici e asimmetrici, descritti dalla teoria di Lamb. Confrontando le curve di dispersione ottenute dalle simulazioni FE risulta evidente come sia lo spessore della piastra che il rapporto tra gli spessori dei diversi strati abbiano un ruolo fondamentale per il comportamento vibro-acustico dell'elemento.

2. Modellazione FEM

Per estrarre le curve di dispersione delle strutture CLT considerate, descritte nel prossimo paragrafo, è stata condotta un'analisi agli elementi finiti, attraverso il software Comsol Multiphysics. L'approccio utilizzato si basa sulla modellazione di una cella unitaria tridimensionale rappresentativa dell'intera struttura, a cui vengono applicate, nelle due direzioni del piano, le condizioni al contorno periodiche di Bloch-Floquet, che permettono di simulare il comportamento della struttura lateralmente infinita. Considerando una cella rappresentativa di una piastra infinita nel piano x - y , di dimensioni nel piano L_{cell} e spessore h pari a quello della piastra, è possibile, tramite le condizioni al contorno di Bloch-Floquet, esprimere la generica grandezza del campo vibrazionale \mathbf{u} come:

$$(1) \quad \mathbf{u}(\mathbf{r} + L_{cell}, \mathbf{k}) = \mathbf{u}(\mathbf{r}, \mathbf{k}) e^{j(\mathbf{k} \cdot L_{cell})} \quad [\text{Hz}]$$

dove \mathbf{r} è il vettore posizione, \mathbf{k} è il vettore dei numeri d'onda e L_{cell} rappresenta la periodicità spaziale, funzione quindi della dimensione della cella unitaria modellata. La geometria è stata discretizzata utilizzando una mesh strutturata quadrangolare, di dimensioni idonee a garantire almeno 6 elementi per la lunghezza d'onda minima considerata. Analizzando la propagazione dell'onda nel piano x - y è stato imposto un vettore dei numeri d'onda $0 \leq k \leq \pi/L_{cell}$; per ogni valore di k sono state calcolate $n=6$ auto-frequenze, ognuna associata a un diverso modo di propagazione.

3. Strutture CLT analizzate

Il modello è stato inizialmente validato considerando la struttura descritta in [4], una piastra in CLT di spessore totale pari a 0.2 m e densità $\rho=450 \text{ kg/m}^3$, e confrontando le curve di dispersione ottenute con quelle presentate nell'articolo di riferimento. In questo lavoro, per investigare l'influenza dello spessore di un pannello CLT e del rapporto tra gli spessori dei diversi strati sono state modellate strutture, con 3 e 5 strati e spessore totale rispettivamente pari a $h_{3strati}=0.09 \text{ m}$ e $h_{5strati}=0.15 \text{ m}$. Inoltre, per ogni struttura sono state valutate 3 diverse configurazioni degli strati, come riassunto in Tabella 1. Ogni struttura è stata modellata come celle unitaria composta da un numero di strati omogenei ortotropi, rappresentanti gli strati di lamelle. Le caratteristiche ortotropo delle singole lamelle sono state reperite dalla Tabella 1 del rif. [4], e per esigenze di brevità non sono riportate in questo articolo.

Tabella 1 – Configurazione strutture CLT analizzate.

n. strati	Spessore lamelle [m]			Orientazione θ
	a)	b)	c)	
3	0.030	0.0375	0.020	0°
	0.030	0.0150	0.020	90°
	0.030	0.0375	0.020	0°
5	0.030	0.040	0.020	0°
	0.030	0.015	0.045	90°
	0.030	0.040	0.020	0°
	0.030	0.015	0.045	90°
	0.030	0.040	0.020	0°

4. Risultati

A titolo di esempio si riportano in Figura 1 le curve di dispersione, della struttura a 3 strati a), in termini di numeri d'onda in funzione della frequenza e associati ai 6 modi di propagazione considerati lungo la direzione x , corrispondente all'angolo $\theta = 0^\circ$. Il primo modo (modo 0) rappresenta la propagazione di un'onda flessionale, influenzata dal taglio trasversale; il modo 1 rappresenta invece un'onda di taglio che induce deformazioni nel piano x - y perpendicolari alla direzione di propagazione; il modo 2 rappresenta, almeno fino a 4000 Hz, un'onda quasi-longitudinale che induce deformazioni parallele alla direzione di propagazione e trasversali lungo l'asse z causate dall'effetto di Poisson. I modi di ordine superiore 3, 4 e 5, che compaiono a frequenze più alte, rispettivamente a 2650 Hz, 3150 Hz e 4718 Hz, rappresentano deformazioni più complesse associate a onde longitudinali e trasversali simmetriche o antisimmetriche rispetto al piano neutro della piastra. Tutti i modi analizzati, così come gli ordini propagativi superiori, sono descritti analiticamente dalle curve di dispersione della teoria di Lamb, equazioni trascendenti che ammettono soluzioni solo assumendo specifiche ipotesi. Tuttavia, esistono soluzioni analitiche in forma chiusa per i primi tre modi: in particolare il primo modo può essere calcolato con l'equazione di dispersione di Mindlin, in funzione delle caratteristiche elastiche della struttura; il secondo modo, nel tratto lineare, rappresenta un'onda di taglio, funzione del modulo di taglio della piastra; il terzo modo, nel tratto lineare, rappresenta un'onda quasi longitudinale in una piastra, funzione del modulo di Young del pannello. Le formulazioni analitiche di questi modi potrebbero essere utilizzate per la caratterizzazione delle proprietà elastiche della struttura CLT. In Figura 2 e in Figura 3 sono riportati i confronti tra le curve di dispersione dei primi tre modi di propagazione associati alle stratigrafie investigate, rispettivamente per le strutture a 3 e 5 strati.

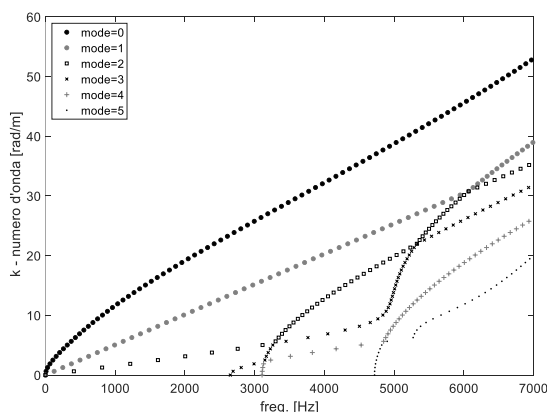


Figura 1 – Curve di dispersione associate alla struttura CLT a 3 strati con configurazione a).

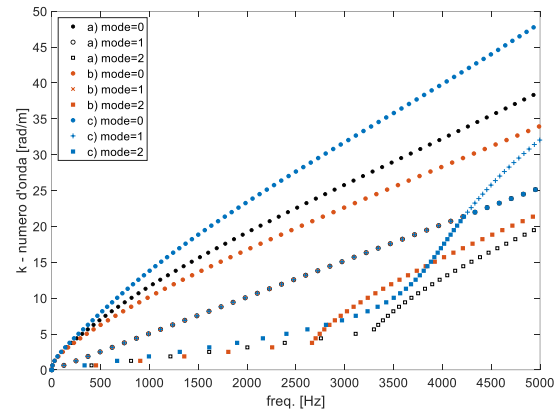


Figura 1 – Curve di dispersione associate alla struttura CLT a 3 strati con configurazione a).

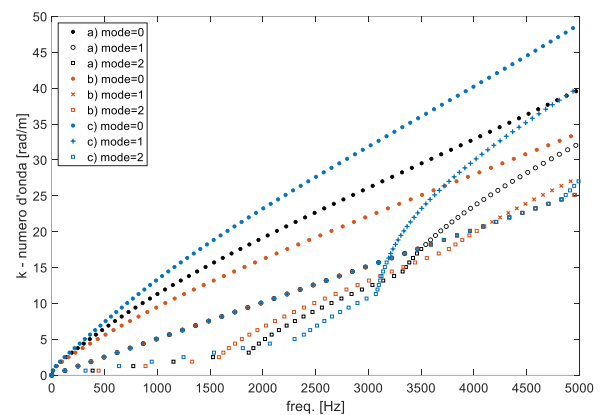


Figura 1 – Curve di dispersione associate alla struttura CLT a 5 strati con configurazione a).

Risulta evidente come lo spessore totale dell'elemento, ma soprattutto il rapporto tra gli spessori degli strati, abbiano un ruolo fondamentale nel comportamento vibro-acustico del pannello CLT:

5. Conclusioni

In questo articolo sono stati presentati dei risultati preliminari relativi a un'analisi numerica del comportamento vibro-acustico dei pannelli CLT evidenziando come questo sia influenzato sia dallo spessore totale della struttura che dalla configurazione stratigrafica. Ulteriori sviluppi di questo studio avranno l'obiettivo di definire una metodologia per la caratterizzazione elastica di questi elementi basata sui numeri d'onda individuati.

6. Bibliografia

- [1] Santoni, A., Schoenwald, S., Fausti, P., & Tröbs, H. M. (2019). Modelling the radiation efficiency of orthotropic cross-laminated timber plates with simply-supported boundaries. *Applied Acoustics*, 143, 112-124.
- [2] Santoni, A., Bonfiglio, P., Fausti, P., & Schoenwald, S. (2017, June). Predicting sound radiation efficiency and sound transmission loss of orthotropic cross-laminated timber panels. In *Proceedings of Meetings on Acoustics 173EAA* (Vol. 30, No. 1, p. 015013). Acoustical Society of America.
- [3] Santoni, A., Schoenwald, S., Van Damme, B., & Fausti, P. (2017). Determination of the elastic and stiffness characteristics of cross-laminated timber plates from flexural wave velocity measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 400, 387-401.
- [4] Yang, Y., Fenemore, C., Kingan, M. J., & Mace, B. R. (2021). Analysis of the vibroacoustic characteristics of cross laminated timber panels using a wave and finite element method. *Journal of Sound and Vibration*, 494, 115842.
- [5] Mace, B. R., & Manconi, E. (2008). Modelling wave propagation in two-dimensional structures using finite element analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5), 884-902.