



**Università
degli Studi
di Ferrara**

**DOTTORATO DI RICERCA IN
SCIENZE DELL'INGEGNERIA**

CICLO XXXI

COORDINATORE: Prof. S. Trillo

**PROVE A FATICA MULTI-ASSIALE SU SHAKER
ELETTRO-DINAMICO: PROGETTAZIONE, SIMULAZIONI
NUMERICHE E RISULTATI SPERIMENTALI**

Settore Scientifico Disciplinare ING-IND/14

Dottorando

Dott. Davide Zanellati

Tutore

Prof. Denis Benasciutti

Co-Tutore

Prof. Roberto Tovo

Anni 2015/2018

ABSTRACT

In the structural durability assessment, besides the use of theoretical and numerical methods, it is customary to carry out experimental tests to directly estimate the material strength against the application of external loads. The interest is often restricted to bending-torsion loading, considered very common in engineering applications.

Over the years, different test methodologies that differ in terms of machines used, geometry specimen and type of excitation, have been proposed. None of them unfortunately can apply a bending-torsion loading to the specimen. Only two layouts seem promising, but they have some limitations both from an economic point of view and from the lack of an experimental validation through a prototype.

The following thesis presents an innovative testing system able to perform multi-axial tests on tri-axial shaker in which the bending and torsion loadings acting on the specimen can be controlled independently. The system is composed of a cylindrical and notched specimen and a cantilever beam with two equal tip masses mounted at the specimen free extremity. The system is excited by vertical and/or horizontal base accelerations. The free end of the specimen is constrained by a thin and flexible plate that prevents any bending deformations of the specimen against horizontal excitations, but allows its rotation. So this layout is capable to control independently bending and torsion loadings when vertical and horizontal base accelerations are applied simultaneously.

An analytical lumped-mass model and a finite elements model are used to design and verify the proposed system, through the estimation of the dynamic responses, the deformations and the stress state. A testing system prototype was realized and then validated by preliminary tests in the laboratory with harmonic base accelerations. The strain values were monitored in the T-clamping system by strain gauges. Such strains are used by the two models in order to obtain an estimate of the elastic peak stress acting in the net section of the specimen. The close correlation between numerical and experimental results shows that the testing system is really capable to control the bending and torsion loadings independently.

Subsequently, fatigue tests (only bending and only torsion) with harmonic accelerations applied by shakers were carried out in the laboratory. It is shown that accelerated tests on shaker with harmonic base accelerations allow to perform constant

amplitude fatigue tests , whose results are comparable with those obtained on an MTS machine.

Finally, uni-axial fatigue tests with bending random loading and multi-axial fatigue tests with random bending-torsion loadings were performed. A predictive method of fatigue life is presented for both types of tests . The numerical results are in reasonable agreement with the experimental ones, thus proving the goodness of the predictive methods used.

PREFAZIONE

Nel Febbraio 2012 presso l'Università degli studi di Ferrara, presi la laurea in Ingegneria Meccanica ad indirizzo Industriale con una tesi riguardante l'analisi numerica e sperimentale del rumore generato da un ventilatore centrifugo. Dopo qualche mese iniziai a lavorare come project manager presso una ditta in provincia di Ferrara, specializzata nel settore Oil & Gas.

Quando nel 2016 il Prof. Roberto Tovo mi propose un dottorato di ricerca riguardante la fatica multi-assiale, fu un'occasione molto importante come motivo di crescita e di sfida personale che non potei rifiutare.

Nell'arco del triennio di dottorato 2016-2018, ho svolto attività di formazione e ricerca affrontando diverse tematiche nell'ambito delle Costruzioni di Macchine e della Progettazione Meccanica: progettazione e modellazione agli elementi finiti di sistemi meccanici da utilizzare in prove affaticanti su shaker e investigazione del fenomeno della fatica attraverso prove sperimentali in laboratorio.

Le principali attività di ricerca affrontate, oggetto della tesi di dottorato, sono due: 1) la progettazione e validazione di un sistema di prova in grado di instaurare sul provino carichi flessionali e torsionali controllabili in modo indipendente in prove a fatica su shaker tri-assiale; 2) esecuzione di prove a fatica su un prototipo del sistema proposto con carichi armonici e carichi stocastici agenti sul provino, indotti da accelerazioni applicate alla base dallo shaker.

Ho realizzato e impiegato un modello analitico e un modello agli elementi finiti per la progettazione e verifica del sistema proposto, tramite la stima delle risposte dinamiche, delle deformazioni e dello stato tensionale.

Un prototipo del sistema di prova è stato realizzato e poi validato tramite test preliminari in laboratorio (pura flessione, pura torsione, flessione/torsione combinate) con accelerazioni armoniche alla base. L'utilizzo di accelerometri ed estensimetri ha permesso il monitoraggio delle accelerazioni e delle deformazioni nei punti di interesse del sistema. Le deformazioni monitorate nel sistema di afferraggio, sono state utilizzate dai due modelli per ottenere una stima delle tensioni di picco elastico agenti nella sezione netta del provino. Ho condotto prove preliminari a fatica con carichi armonici.

La stretta correlazione tra i risultati numerici e sperimentali, ha permesso di validare i modelli utilizzati e di dimostrare che il sistema progettato è realmente adatto

per prove a fatica su shaker tri-assiale con carichi flessio-torsionali controllabili indipendentemente.

Durante le attività di laboratorio, ho verificato che prove a fatica con carichi armonici su shaker (pura flessione, pura torsione) indotti da accelerazioni armoniche alla base permettono di eseguire prove ad ampiezza costante, i cui risultati sono comparabili con quelli ottenuti su una macchina MTS.

L'attività di ricerca si è conclusa con l'esecuzione di prove a fatica mono-assiale con carico stocastico flessionale e prove a fatica multi-assiale con carichi stocastici di flessio-torsione. Per entrambe le tipologie di prova ho proposto una metodologia previsionale della vita a fatica. La buona correlazione tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente e il numero di cicli a rottura stimati dimostra la validità delle metodologie impiegate.

Buona parte dei risultati ottenuti durante l'attività di ricerca svolta nei tre anni di dottorato e raccolti negli articoli [Zan_16], [Zan_18a] e [Zan_18b], sono stati presentati al Congresso Internazionale della Fatica tenutosi a Poitiers nel maggio del 2018.

Parallelamente all'attività di ricerca ho investigato ulteriori tematiche (descritte nei seguenti articoli) riguardanti sempre la stima della vita di componenti meccanici sottoposti a carichi stocastici multi-assiali.

Nell'articolo [Ben_18b] viene valutato il metodo proposto da Allegri and Zhang, che consiste in una soluzione analitica della legge di scala ("inverse power law") per test vibratorii accelerati di sistemi lineari sottoposti a eccitazioni gaussiane stazionarie. La soluzione adotta come criterio multi-assiale la tensione equivalente di Von Mises combinata con l'espressione del danno a banda stretta. In [Ben_18b] è stata proposta, inoltre, una correzione della larghezza di banda alla soluzione originale di Allegri-Zhang per tenere conto della larghezza di banda spettrale dello sforzo multiassiale locale. Viene infine discusso un esempio numerico, in cui la soluzione corretta viene applicata ad una trave a forma di L sottoposta ad accelerazioni stocastiche.

L'articolo [Ben_18a] è stato motivato dal crescente interesse verso l'applicazione del metodo spettrale delle proiezioni (PbP Method) nell'analisi agli elementi finiti di componenti sottoposti a carichi stocastici multi-assiali. Il contributo presenta una serie di casi studio ed esempi numerici da utilizzare come linee guida per l'implementazione del metodo PbP.

Gli esempi sono scelti con lo scopo di mostrare la capacità del metodo di tenere conto del grado di correlazione tra le componenti di sforzo e della relazione esistente delle curve S-N a tensione/torsione del materiale con la tipologia di stato tensionale. I

risultati ottenuti illustrano come il metodo PbP sia uno strumento efficiente per analizzare sforzi stocastici multi-assiali in strutture complesse.

Durante gli ultimi due anni di dottorato, ho svolto in qualità di collaboratore l'attività di tutorato didattico per il corso di Disegno Tecnico Industriale.

Ho inoltre partecipato all'AIAS Summer School che si tiene a Ferrara ogni anno e che offre un corso intenso e di alta qualità su argomenti specifici di Progettazione Meccanica, con il prezioso contributo di esperti nazionali e internazionali nel settore.

In conclusione, il presente lavoro propone un innovativo sistema di prova in grado di controllare in modo indipendente i carichi flessionali e torsionali. Su tale sistema sono state sperimentate delle nuove metodologie di prova a fatica su shaker tri-assiale con carichi armonici e stocastici mono e multi-assiali. Viene quindi presentata un'analisi dei risultati sperimentali ottenuti.

Sarebbe un grande piacere per me se la seguente tesi potesse essere utile, o quantomeno uno spunto di riflessione, per tutte quelle aziende e laboratori di ricerca che intendano affrontare lo studio della fatica mono-assiale e multi-assiale attraverso la sperimentazione su macchina vibrante.

Ferrara, 01/03/2019

Davide Zanellati

NOMENCLATURA

FEM	Finite Element Method
FRF	Frequency Response Function (funzione di risposta in frequenza)
FRFs	Frequency Response Functions (funzioni di risposta in frequenza)
I/O	Input/Output
MDoF	Multi Degrees of Freedom
MIMO	Sistema Multi-Input/Multi-Output
MWD	Modified Wöhler Diagram
NB	Narrow-Band
PSD	Power Spectral Density (funzione di densità spettrale)
RMS	Root Mean Square
SDoF	Single Degree of Freedom
S-I	Servo-idraulica
SISO	Sistema Single-Input/Single-Output
TB	Tovo-Benasciutti (Method)
#1	Accelerometro posizionato sulla tavola dello shaker
#2	Accelerometro posizionato all'estremità del cantilever beam (punto "C")
#3	Accelerometro posizionato all'estremità del provino (punto "S")
α_1, α_2	Parametri di banda per un processo generico
$\gamma_{i,j}^2(f)$	Funzione di coerenza
$\gamma_{\bar{x}1,\bar{x}2}^2(f), \gamma_{\bar{x}1,\bar{x}3}^2(f), \gamma_{\bar{x}2,\bar{x}3}^2(f)$	Funzioni di coerenza per $G_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$, $G_{\bar{x}2,\bar{x}2}(f)$ e $G_{\bar{x}3,\bar{x}3}(f)$
$\gamma_{\bar{x}1,\bar{x}2,LMS}^2(f)$	Funzione di coerenza
$\Gamma(\cdot)$	Funzione Gamma
$\delta(\cdot)$	Funzione Delta di Dirac
$\varepsilon_{B,clamp}(f), \varepsilon_{B,clamp}$	Deformazioni nel T-clamp a seguito di un carico flessionale sul provino

$ \varepsilon_{B,clamp} $	Ampiezza di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$
$\varepsilon_{T,clamp}(t), \varepsilon_{T,clamp}$	Deformazioni nel T-clamp a seguito di un carico torsionale sul provino
$ \varepsilon_{T,clamp} $	Ampiezza di $\varepsilon_{T,clamp}(t)$
$\eta_{TB,i}$	Fattore di correzione dell'ampiezza di banda della PSD della proiezione dello sforzo $\Omega_{p,i}(t)$
θ	Fase di un generico segnale armonico
θ_1	Fase di $\ddot{x}_1(t)$
θ_2	Fase di $\ddot{x}_2(t)$
θ_3	Fase di $\ddot{x}_3(t)$
$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_4$	Momenti spettrali di ordine 0, 1, 2 e 4 per un processo generico
$\lambda_{0,\sigma}, \lambda_{2,\sigma}$	Momento spettrale di ordine 0 e 2 di $G_{\sigma,\sigma}(f)$
$\lambda_{0,\tau}$	Momento spettrale di ordine 0 di $G_{\tau,\tau}(f)$
$\lambda_{m,\sigma}$	Momento spettrale di ordine m di $G_{\sigma,\sigma}(f)$
$\lambda_{0,\ddot{x}1}, \lambda_{0,\ddot{y}1c}$	Momenti spettrali di ordine 0 di $\hat{G}_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f)$ e $\hat{G}_{\ddot{y}1c,\ddot{y}1c}(f)$
μ	Valore atteso per una variabile aleatoria normale
$\mu_{\ddot{x}1}, \mu_{\ddot{y}1c}$	Valori attesi delle accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$
ν	Coefficiente di Poisson
ν_0	Upcrossing
ν_p	Peak rate
ξ	Smorzamento modale
ρ	Densità del materiale
ρ_{ref}	Rapporto degli sforzi
σ	Deviazione standard per una variabile aleatoria normale
$\sigma_{\varepsilon B}$	Deviazione standard di $\hat{G}_{\varepsilon B,\varepsilon B}(f)$
$\sigma_{\varepsilon T}$	Deviazione standard di $\hat{G}_{\varepsilon T,\varepsilon T}(f)$
σ_{σ}	Deviazione standard di $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$
σ_{τ}	Deviazione standard di $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$
$\sigma_{\ddot{x}1}, \sigma_{\ddot{x}2}, \sigma_{\ddot{x}3}$	Deviazioni standard di $G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f)$, $G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f)$ e $G_{\ddot{x}3,\ddot{x}3}(f)$
$\sigma_{\ddot{x}1,LMS}$	Deviazione standard di $G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f)$ impostata in LMS

$\sigma_{\ddot{x}2,LMS}$	Deviazione standard di $G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f)$ impostata in LMS
$\sigma_{\ddot{y}1c}, \sigma_{\ddot{y}2c}$	Deviazione standard di $G_{\ddot{y}1c,\ddot{y}1c}(f)$ e di $G_{\ddot{y}2c,\ddot{y}2c}(f)$
$\sigma(t)$	Generico segnale di tensione nel tempo
σ_A	Resistenza a fatica a flessione alterna per il materiale base
$\sigma_{A0,-1}$	Limite a fatica a trazione-compressione ($R=-1$) per il materiale S355J2 a $2 \cdot 10^6$ cicli
$\sigma_{A0,-1,5 \cdot 10^4}$	Limite a fatica a trazione-compressione ($R=-1$) per il materiale S355J2 a $5 \cdot 10^4$ cicli
$\sigma_{An,-1}$	Limite a fatica a trazione-compressione ($R=-1$) per provino intagliato a $2 \cdot 10^6$ cicli
$\sigma_{A10^3,-1}, \sigma_{A2 \cdot 10^6,-1}$	Limiti a fatica (con $R=-1$) a 10^3 cicli e a $2 \cdot 10^6$ cicli della curva S-N modificata (a flessione alterna)
$\sigma_{B,clamp}(t), \sigma_{B,clamp}$	Sforzo normale nella sezione del T-clamp a seguito di un carico flessionale agente sul provino
$\sigma_{H,m}$	Valore medio degli sforzi idrostatici
σ_{LF}	Resistenza a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli
$\sigma_{p,notch}(t), \sigma_{p,notch}$	Sforzo di picco elastico a flessione nella sezione netta del provino
$ \sigma_{p,notch} $	Ampiezza di $\sigma_{p,notch}(t)$
$\sigma_{T,clamp}(t), \sigma_{T,clamp}$	Sforzo normale nella sezione del T-clamp a seguito di un carico torsionale agente sul provino
τ_A	Resistenza a fatica a torsione alterna per il materiale base
$\tau_{A0,-1}$	Limite a fatica a torsione alterna ($R=-1$) per il materiale S355J2 a $2 \cdot 10^6$ cicli
$\tau_{A0,-1,5 \cdot 10^4}$	Limite a fatica a torsione alterna ($R=-1$) per il materiale S355J2 a $5 \cdot 10^4$ cicli
$\tau_{An,-1}$	Limite a fatica a torsione alterna ($R=-1$) per il provino intagliato a $2 \cdot 10^6$ cicli
$\tau_{p,notch}(t), \tau_{p,notch}$	Sforzo di picco elastico a torsione nella sezione netta del provino
$ \tau_{p,notch} $	Ampiezza di $\tau_{p,notch}(t)$
$\Phi_{\mu,\sigma}(\cdot)$	Funzione di densità cumulata di una variabile aleatoria normale
$\Phi^{-1}(\cdot)$	Funzione quantile di una distribuzione normale standard
$\Phi_{\mu,\sigma}^{-1}(\cdot), z_p$	Funzione quantile di una variabile aleatoria normale
φ	Differenza di fase tra $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$
ψ	Sfasamento di $\ddot{y}(t)$ rispetto a $\ddot{x}(t)$

$\psi_{\varepsilon B}$	Fase di $H_{\varepsilon B,1}(f_0)$ (sfasamento di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ rispetto a $\ddot{x}_1(t)$)
$\psi_{\varepsilon T}$	Fase di $H_{\varepsilon T,2}(f_0)$ (sfasamento di $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ rispetto a $\ddot{x}_2(t)$)
ψ_{σ}	Fase di $H_{\sigma,1}(f_0)$ (sfasamento di $\sigma_{p,notch}(t)$ rispetto a $\ddot{x}_1(t)$)
ψ_{τ}	Fase di $H_{\tau,2}(f_0)$ (sfasamento di $\tau_{p,notch}(t)$ rispetto a $\ddot{x}_2(t)$)
Ψ	Storia di carico nello spazio deviatorico
$\Omega_{p,i}(t)$	Proiezioni degli sforzi nel sistema di riferimento ruotato
$\Omega(t)$	Vettore delle proiezioni $\Omega_{p,i}(t)$ degli sforzi
a	Lato minore della sezione resistente del T-clamp
A	Distanza tra il centro della sezione netta del provino e l'asse verticale del T-clamp
b	Lato maggiore della sezione resistente del T-clamp
b_{app}	Coefficiente utilizzato per definire $\eta_{TB,i}$
B	Distanza orizzontale del centro di massa dal centro dell'intaglio nel modello a parametri concentrati per carichi flessionali
C	Costante della curva S-N
“C”	Punto di interesse all'estremità libera del cantilever beam
C'	Matrice delle covarianze degli sforzi nello spazio deviatorico
C'_p	Matrice delle covarianze C' nel sistema di riferimento ruotato
$C_{\varepsilon B,1}$	Costante di proporzionalità fra \ddot{x}_1 e $\varepsilon_{B,clamp}$ (modello analitico)
$C_{\varepsilon B,P}$	Coefficiente di taratura statica degli estensimetri nel caso di carichi flessionali sul provino
$C_{\varepsilon T,2}$	Costante di proporzionalità fra \ddot{x}_2 e $\varepsilon_{T,clamp}$ (modello analitico)
$C_{\varepsilon T,P}$	Coefficiente di taratura statica degli estensimetri nel caso di carichi torsionali sul provino
$\hat{C}_{\varepsilon B,P}$ e $\hat{C}_{\varepsilon T,P}$	Stime di $C_{\varepsilon B,P}$ e di $C_{\varepsilon T,P}$
$C_{\sigma,1}$	Costante di proporzionalità fra \ddot{x}_1 e $\sigma_{p,notch}$ (modello analitico)
$C_{\sigma,\varepsilon B}$	Costante di proporzionalità fra $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\sigma_{p,notch}$ (modello analitico)
$C_{\tau,2}$	Costante di proporzionalità fra \ddot{x}_2 e $\tau_{p,notch}$ (modello analitico)
$C_{\tau,\varepsilon T}$	Costante di proporzionalità fra $\varepsilon_{T,clamp}$ e $\tau_{p,notch}$ (modello analitico)
C_{ref}	Costante della curva S-N di riferimento nel MWD

d	Diametro netto del provino
$d(\Omega_{p,i}(t))$	Danno al secondo causato dalla proiezione degli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$
$d(\Omega)$	Danno al secondo causato dal vettore delle proiezioni degli sforzi $\Omega(t)$
$d_{TB}(\Omega_{p,i}(t))$	Danno al secondo causato dalla proiezione degli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$ con il metodo TB
$d_{PbP}^{TB}(\Omega)$	Danno al secondo causato dal vettore delle proiezioni degli sforzi $\Omega(t)$ con il metodo TB
D_{cr}	Valore critico del danno secondo Miner
$D_{nb}(T)$	Danno per un processo a banda stretta
$D_{PbP}^{TB}(T)$	Danno causato dal vettore delle proiezioni degli sforzi $\Omega(t)$ con il metodo TB
$\text{erf}(\cdot)$	Funzione degli errori
E	Modulo elastico
$f(a; \mu, \sigma)$	Funzione densità di probabilità per una variabile aleatoria normale
F	Forza agente nel centro di massa del modello analitico
f_1, f_2	Frequenze di banda (metodo banda di mezza potenza)
f_a	Frequenza inferiore di banda
f_b	Frequenza superiore di banda
f_c	Frequenza di centro banda
f_{cut}	Frequenza di taglio del filtro
f_{int}	Frequenza di interesse
F_S	Frequenza di campionamento
f_0	Frequenza di eccitazione
F_B	Forza agente nel centro di massa del modello analitico per carichi flessionali
F_T	Forza agente nel centro di massa del modello analitico per carichi torsionali
g	Accelerazione di gravità
$\mathbf{G}'(f)$	Matrice delle PSD mono-laterale degli sforzi nello spazio deviatorico
$\mathbf{G}'_p(f)$	Matrice delle PSD \mathbf{G}' nel sistema di riferimento ruotato
$\hat{G}_{\varepsilon_B, \varepsilon_B}(f)$	PSD mono-laterale stimata di $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$

$\hat{G}_{\varepsilon_T, \varepsilon_T}(f)$	PSD mono-latera stimata di $\varepsilon_{T, \text{clamp}}(t)$
$G_{\sigma, \sigma}(f)$	PSD mono-latera del processo $\sigma(t)$
$\hat{G}_{\sigma, \sigma}(f)$	PSD mono-latera stimata degli sforzi normali di picco elastico nella sezione netta del provino
$G_{\tau, \tau}(f)$	PSD mono-latera del processo $\tau(t)$
$\hat{G}_{\tau, \tau}(f)$	PSD mono-latera stimata degli sforzi tangenziali di picco elastico nella sezione netta del provino
$G_H(f)$	PSD mono-latera degli sforzi idrostatici
$G_{i,j}(f)$	Cross-PSD mono-latera con $i \neq j$
$G_{i,j}^*(f)$	Complesso coniugato di $G_{i,j}(f)$
$G_{i,j}^c(f), G_{i,j}^q(f)$	Co-spettro e quad-spettro di $G_{i,j}(f)$
$G_{\ddot{x}, \ddot{x}}(f)$	PSD mono-latera del processo $\ddot{x}(t)$
$G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f), G_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f), G_{\ddot{x}_3, \ddot{x}_3}(f)$	PSD mono-lateri di $\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$
$G_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$	PSD mono-latera di $\ddot{y}_{1c}(t)$
$\mathbf{G}_{\ddot{x}}(f)$	Matrice delle PSD in accelerazione
$\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f), \hat{G}_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$	PSD mono-lateri stimate di $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1c}(t)$
$\hat{G}_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f), \hat{G}_{\ddot{y}_{2c}, \ddot{y}_{2c}}(f)$	PSD mono-lateri stimate di $\ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{y}_{2c}(t)$
h_σ	Altezza della PSD rettangolare $G_{\sigma, \sigma}(f)$
h_τ	Altezza della PSD rettangolare $G_{\tau, \tau}(f)$
$H(f)$	FRF generica
$ H(f) $	Modulo di $H(f)$
$ H(f_0) $	Valore scalare assunto da $ H(f) $ per $f=f_0$
$[H(f)]$	Matrice delle FRF di accelerazione
$[H(f)]$	Matrice dei moduli delle FRF di accelerazione
$H_{1s,1}(f_0), H_{1s,2}(f_0), H_{2s,1}(f_0), H_{2s,2}(f_0), H_{1c,1}(f_0), H_{1c,2}(f_0), H_{2c,1}(f_0), H_{2c,2}(f_0)$	Componenti della matrice $[H(f_0)]$
$ H_{\varepsilon_B, 1}(f) $	Modulo della FRF con input $\ddot{x}_1(t)$ e output $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$

$ H_{\varepsilon T,2}(f) $	Modulo della FRF con input $\ddot{x}_2(t)$ e output $\varepsilon_{T,clamp}(t)$
$ H_{\sigma,1}(f) $	Modulo della FRF con input $\ddot{x}_1(t)$ e output $\sigma_{p,notch}(t)$
$ H_{\sigma,\varepsilon B}(f) $	Modulo della FRF con input $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e output $\sigma_{p,notch}(t)$
$ H_{\tau,2}(f) $	Modulo della FRF con input $\ddot{x}_2(t)$ e output $\tau_{p,notch}(t)$
$ H_{\tau,\varepsilon T}(f) $	Modulo della FRF con input $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ e output $\tau_{p,notch}(t)$
$H_{\sigma,\ddot{x}}(f)$	FRF con input \ddot{x} e output σ
$ H_{ij}(f) $	Modulo della FRF con input “j” e output “i”
J_2	Secondo invariante del tensore deviatorico degli sforzi $\mathbf{T}'(t)$
$\sqrt{J_{2,a}}, J_a$	Ampiezza della radice quadrata del secondo invariante J_2 del tensore deviatorico degli sforzi $\mathbf{T}'(t)$
$J_{a,\sigma}, J_{a,\tau}$	Limiti a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli della curva S-N modificata a flessione alterna e della curva S-N a torsione alterna nel MWD
$J_{A,ref}$	Limite a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli della curva S-N di riferimento nel MWD
k	Pendenza inversa della curva S-N
k_σ, k_τ	Pendenze inverse della curve S-N per materiale base
$k_{\sigma,n}, k_{\tau,n}$	Pendenze inverse della curve S-N per provino intagliato
$k_{\sigma-h}$	Pendenza inversa della curva S-N ottenuta su shaker con carichi flessionali (R=-1) armonici
$k_{\sigma-m}$	Pendenza inversa della curva S-N modificata (a flessione alterna)
$k_{\tau-h}$	Pendenza inversa della curva S-N ottenuta su shaker con carichi torsionali (R=-1) armonici
k_a	Coefficiente che quantifica l'effetto della rugosità superficiale sul limite a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli
k_{ref}	Pendenza inversa della curva S-N di riferimento nel MWD
$K_{t,b}$	Fattore di concentrazione delle tensioni a flessione
$K_{t,t}$	Fattore di concentrazione delle tensioni a torsione
L	Lunghezza trave a sbalzo per generare un carico flessionale nel modello analitico (taratura statica)
m	Massa concentrata del modello analitico a parametri concentrati
m_B	Massa concentrata del modello analitico a parametri concentrati per carichi flessionali
m_{cant}	Massa concentra del cantilever beam

m_{spec}	Massa concentra del provino
m_T	Massa concentrata del modello analitico a parametri concentrati per carichi torsionali
m_{tip}	Massa concentra delle due masse eccentriche
M_B	Momento flettente nella sezione netta del provino
$M_{B,\text{clamp}}(t),$ $M_{B,\text{clamp}}$	Momento flettente nella sezione del T-clamp a seguito di un carico flessionale agente sul provino
M_T	Momento torcente nella sezione netta del provino
$M_{T,\text{clamp}}(t),$ $M_{T,\text{clamp}}$	Momento flettente nella sezione del T-clamp a seguito di un carico torsionale agente sul provino
N	Numero di cicli
N_{fail}	Numero di cicli a rottura raggiunti sperimentalmente
\tilde{N}_{fail}	Numero di cicli stimati a rottura
N_{FL}	$2 \cdot 10^6$ cicli
n_p	Numero di punti di campionamento per periodo di segnale
P_B, P_T	Forze peso
Q	Distanza verticale del centro di massa dal centro dell'intaglio (o dall'asse del provino) nel modello a parametri concentrati per carichi torsionali
Q_1, Q_2	Punti di mezza potenza (metodo della banda di mezza potenza)
r	Raggio di raccordo dell'intaglio nel provino
R	Rapporto di ciclo di sollecitazione
R^2	Coefficiente di correlazione
R_a	Parametro che quantifica la rugosità di una superficie
$\vec{s}(t)$	Vettore degli sforzi $\{s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t), s_5(t)\}$ nello spazio deviatorico
“S”	Punto di interesse all'estremità libera del provino
S_{ut}	Carico ultimo a rottura
$\vec{t}(t)$	Vettore degli sforzi $\{\sigma_x(t), \sigma_y(t), \sigma_z(t), \tau_{xy}(t), \tau_{xz}(t), \tau_{yz}(t)\}$
T	Periodo di tempo in secondi
$\mathbf{T}(t)$	Tensore degli sforzi
$\mathbf{T}'(t)$	Tensore deviatorico degli sforzi

$\mathbf{T}_H(t)$	Tensore idrostatico degli sforzi
T_{fail}	Istante di tempo a rottura
\tilde{T}_{fail}	Istante di tempo a rottura stimato
\mathbf{U}	Matrice degli autovettori di \mathbf{C}'
V_H	Varianza degli sforzi idrostatici
W	Massa
W_B	Modulo di resistenza flessionale della sezione netta del provino
$W_{B,clamp}$	Modulo di resistenza a flessione lungo l'asse x della sezione del T-clamp
W_T	Modulo di resistenza torsionale della sezione netta del provino
$W_{T,clamp}$	Modulo di resistenza a flessione lungo l'asse y della sezione del T-clamp
$\ddot{x}(t), \ddot{x}$	Segnale di accelerazione nel tempo in ingresso al sistema
$ \ddot{x} $	Ampiezza dell'accelerazione $\ddot{x}(t)$
$\{\ddot{x}(t)\}$	Vettore delle accelerazioni in ingresso
\ddot{X}	Vettore complesso dell'accelerazione \ddot{x}
$\{\mathbf{X}(f)\}$	Trasformata di Fourier di $\{\ddot{x}(t)\}$
$\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_1$	Accelerazione verticale in input in direzione 1 (perpendicolare alla tavola dello shaker)
$ \ddot{x}_1 $	Ampiezza di \ddot{x}_1
$ \ddot{x}_{1,LMS} $	Ampiezza di \ddot{x}_1 impostata in LMS
$\ddot{x}_2(t), \ddot{x}_2$	Accelerazione orizzontale in input in direzione 2 (perpendicolare all'asse longitudinale del provino)
$ \ddot{x}_2 $	Ampiezza di \ddot{x}_2
$ \ddot{x}_{2,LMS} $	Ampiezza di \ddot{x}_2 impostata in LMS
$\ddot{x}_3(t), \ddot{x}_3$	Accelerazione orizzontale in input in direzione 3 (parallela all'asse longitudinale del provino)
$ \ddot{x}_3 $	Ampiezza di \ddot{x}_3
$\ddot{x}_j(t)$	Accelerazione in input in direzione "j"
$\ddot{y}(t)$	Segnale di accelerazione nel tempo in uscita dal sistema
$ \ddot{y} $	Ampiezza di $\ddot{y}(t)$
$\{\mathbf{Y}(f)\}$	Trasformata di Fourier di $\{\ddot{y}(t)\}$

$\{\ddot{y}(t)\}$	Vettore delle accelerazioni in uscita
$\ddot{y}_{1,c}(t)$	Accelerazione verticale (in direzione 1) del punto “C”
$ \ddot{y}_{1,c} $	Ampiezza di $\ddot{y}_{1,c}(t)$
$\ddot{y}_{2,c}(t)$	Accelerazione orizzontale (in direzione 2) del punto “C”
$ \ddot{y}_{2,c} $	Ampiezza di $\ddot{y}_{2,c}(t)$
\ddot{y}_{1m}	Accelerazione in direzione 1 a cui è sottoposta la massa concentrata m_B
\ddot{y}_{2m}	Accelerazione in direzione 2 a cui è sottoposta la massa concentrata m_T
$\ddot{y}_{1,s}(t)$	Accelerazione verticale (in direzione 1) del punto “S”
$ \ddot{y}_{1,s} $	Ampiezza di $\ddot{y}_{1,s}(t)$
$\ddot{y}_{2,s}(t)$	Accelerazione orizzontale (in direzione 2) del punto “S”
$ \ddot{y}_{2,s} $	Ampiezza di $\ddot{y}_{2,s}(t)$
$\ddot{y}_i(t)$	Accelerazione in output in direzione “i”
Z	Lunghezza trave a sbalzo per generare un carico torsionale nel modello analitico (taratura statica)

INDICE

Abstract	iii
Prefazione	v
Nomenclatura	ix
Indice	xix
1 Introduzione	1
1.1 Panoramica della tesi	1
1.2 Stato dell'arte: prove a fatica su provini	3
1.3 Progettazione, analisi e validazione del sistema di prova	4
1.4 Prove a fatica con carichi armonici	5
1.5 Prove a fatica con carichi stocastici	7
1.6 Taratura statica degli estensimetri (Appendice A)	8
1.7 Metodo della banda di mezza potenza (Appendice B)	9
2 Stato dell'arte: prove a fatica su provini in laboratorio	11
2.1 Introduzione	11
2.2 Macchine per prove a fatica	11
2.3 Configurazioni di prova	13
2.3.1 Provini a piastra	13
2.3.2 Provini cilindrici	17
2.3.3 Provini di geometria alternativa	20
2.4 Considerazioni finali	22
3 Progettazione, analisi e validazione del sistema di prova	23
3.1 Sistema di prova preliminare	23
3.2 Fase di progettazione	25
3.3 Definizione delle specifiche progettuali	28
3.4 Modello analitico e agli elementi finiti	33

3.4.1	Sistema di prova innovativo	33
3.4.2	Modello analitico a parametri concentrati	35
3.4.3	Modello numerico agli elementi finiti	42
3.5	Validazione sperimentale	55
3.5.1	FRFs sperimentali	57
3.5.2	Effetto della differenza di fase	60
3.5.3	Stima dello stato tensionale nell'intaglio	62
3.6	Discussione dei risultati	69
4	Prove a fatica con carichi armonici	71
4.1	Configurazione sperimentale	72
4.2	Prove armoniche a flessione alterna	74
4.3	Prove armoniche a torsione alterna	83
4.4	Conclusioni	87
5	Prove a fatica con carichi stocastici	89
5.1	Prove con carico flessionale stocastico	89
5.1.1	Stima delle accelerazioni in ingresso	90
5.1.2	Configurazione sperimentale	93
5.1.3	Analisi dei segnali temporali misurati	95
5.1.4	Stima della vita a fatica	101
5.2	Prove multi-assiali con carichi flessio-torsionali stocastici	104
5.2.1	Stima delle accelerazioni in ingresso	104
5.2.2	Analisi dei segnali temporali misurati	107
5.2.3	Stima della vita a fatica	109
6	Conclusioni	117
	Bibliografia	125
	A – Taratura statica degli estensimetri	133
	B – Metodo della banda di mezza potenza	143

Capitolo 1

INTRODUZIONE

1.1: PANORAMICA DELLA TESI

La maggior parte delle rotture osservate nelle strutture reali e nei componenti meccanici sono dovute alla fatica. Carichi di diversa natura agenti sul componente, inducono uno stato di sollecitazione, che porterà a rottura per fatica attraverso il meccanismo dell'accumulo del danno. L'accumulo del danno per fatica può essere spiegato in termini di nascita e crescita di piccole cricche nel metallo; la propagazione della cricca riduce progressivamente la capacità del componente di resistere al carico esterno applicato, fino alla rottura completa.

Negli ultimi decenni ha assunto sempre più importanza la necessità di stimare la vita utile del componente e cioè il danno a fatica già nelle prime fasi di progettazione.

Nella valutazione della durabilità strutturale, oltre all'uso dei metodi teorici e numerici che implementano criteri uni-assiali/multi-assiali (spesso definiti nel dominio in frequenza [Ben_05, Ben_06, Ben_14, Ben_16, Ben_18]), è consuetudine svolgere prove sperimentali per stimare direttamente la resistenza del materiale a seguito dell'applicazione di carichi esterni. In passato, presso numerosi laboratori, venivano effettuate prove a fatica con carichi armonici mono-assiali attraverso il vibroforo Amsler [Aud_03, Eye_97, Gri_83]. Al giorno d'oggi gli esperimenti in laboratorio vengono normalmente eseguiti con due tipologie di macchine differenti: le macchine servo-idrauliche che impongono una forza e/o coppia (le frequenze di prova sono relativamente basse) o le tavole vibranti (shaker) che applicano un'accelerazione alla base (frequenze di prova più elevate).

Nel corso degli anni, sono state proposte diverse metodologie di prova che differiscono in termini di macchine utilizzate, geometria dei campioni e tipo di eccitazione [Geo_04, Bnn_13, Ghi_11, Łag_05, Čes_12, Ngu_11]. Mentre le macchine servo-idrauliche normalmente adottano campioni cilindrici, nelle prove su shaker si utilizza una serie più ampia di configurazioni di provini, che vanno da semplici (provini a piastra e cilindrici) a layout più elaborati (provino a Y), come già commentato in [Zan_18a].

Per quanto riguarda le prove con carico di flessione-torsione biassiale, entrambe le metodologie di prova offrono vantaggi e svantaggi. Mentre le macchine servo-idrauliche consentono una grande flessibilità nel controllare sia l'intensità che la differenza di fase del carico di flessione e/o di torsione, le tavole vibranti sembrano avere maggiori limiti. Ad esempio, nella maggior parte delle configurazioni di prova che utilizzano uno shaker uniassiale, è possibile ottenere solo uno sforzo uniassiale di flessione sul provino. Un carico di flessione-torsione può essere ottenuto (ad un costo maggiore) solo accoppiando due shaker mono-assiali controllati indipendentemente [Lag_05].

Un modo semplice per ottenere un carico di flessione-torsione con uno shaker mono-assiale è l'uso di un provino a sbalzo con massa eccentrica all'estremità libera, come suggerito in [Ngu_11]. Infatti, l'eccentricità delle masse induce un carico di torsione (combinato alla flessione), quando il provino viene eccitato da un'accelerazione verticale alla base. L'intensità del carico flessionale è controllata dalla massa, mentre l'intensità del carico torsionale è determinata dal grado di eccentricità della massa. Nel caso di eccentricità nulla, si avrebbe solo un carico di flessione (senza torsione). Instaurare, invece, un carico puramente torsionale non è possibile con tale configurazione, in quanto la torsione è sempre associata alla flessione. Tale layout in [Ngu_11] progettato attraverso diverse simulazioni numeriche non è stato ancora validato attraverso prove su un prototipo sperimentale.

L'uso di uno shaker triassiale, che può applicare tre eccitazioni indipendenti lungo tre direzioni ortogonali, sembra aprire la possibilità di superare questa limitazione. Preso spunto dal layout proposto in [Ngu_11], in questa tesi si propone un nuovo sistema di prova, che permette di applicare sul provino un carico flessionale e uno torsionale controllabili in modo indipendente in prove su shaker tri-assiale.

Il Cap.3 della tesi si concentra sulla progettazione di tale sistema.

Un modello analitico e uno agli elementi finiti sono impiegati per la progettazione e verifica del sistema proposto, tramite la stima delle risposte dinamiche, delle deformazioni e dello stato tensionale. Un prototipo del sistema di prova viene realizzato e poi validato tramite prove preliminari in laboratorio con accelerazioni armoniche alla base. Le deformazioni monitorate nel sistema di afferraggio tramite estensimetri sono utilizzate dai due modelli per ottenere una stima delle tensioni di picco elastico agenti nella sezione netta del provino. Prove di durabilità (a sola flessione e a sola torsione) con accelerazioni armoniche applicate da shaker vengono effettuate in laboratorio. Gli scopi di tali prove sono due. Il primo è dimostrare che prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base permettono di eseguire prove ad ampiezza costante, i cui risultati sono comparabili con quelli ottenuti su una macchina MTS. In altre parole si vuole provare la possibilità di ricavare la curva S-N del materiale direttamente tramite

prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base. Il secondo obiettivo è stimare la vita a fatica in prove sperimentali su shaker con carichi armonici, utilizzando le tensioni di picco stimate dai modelli analitico e agli elementi finiti.

La tesi conclude presentando alcune prove a fatica con carichi stocastici agenti sul provino instaurati da accelerazioni stocastiche applicate alla tavola dello shaker. Le prove si differenziano per la tipologia di carico applicata: prove con carico mono-assiale di flessione e prove con carichi multi-assiali di flesso-torsione. I segnali stocastici di accelerazione e di deformazione misurati si prestano per un'analisi in frequenza, attraverso la stima delle corrispettive funzioni di densità spettrale (PSD).

Per ciascuna di queste due tipologie di prove viene presentata una metodologia previsionale della vita a fatica con carichi stocastici agenti sul provino.

Viene di seguito riportata una breve descrizione del contenuto di ogni capitolo, utile per avere un quadro generale degli argomenti affrontati nel presente lavoro.

1.2: STATO DELL'ARTE: PROVE A FATICA SU PROVINI

Nel Cap.2 viene svolta un'indagine in letteratura riguardante prove affaticanti su provini. In particolare, ogni contributo, viene analizzato in termini di carico applicato, della geometria del sistema di prova, del tipo di macchina affaticante e del tipo di eccitazione utilizzata. Vengono messe in luce quali sono le limitazioni dei layout incontrati, nell'ottica di condurre prove a flesso-torsione, una tipologia di carico molto comune nelle applicazioni ingegneristiche.

I provini a piastra presentano una evidente facilità di fabbricazione, ma non permettono l'applicazione di un carico flesso-torsionale. Provini cilindrici, a barra e a Y montati a sbalzo su shaker mono o tri-assiale possono essere eccitati solamente con un carico mono-assiale di flessione. Per poter applicare un carico di flesso-torsione su un provino cilindrico, occorre progettare un adeguato sistema di prova, strada intrapresa da [Lag_05] e [Ngu_11].

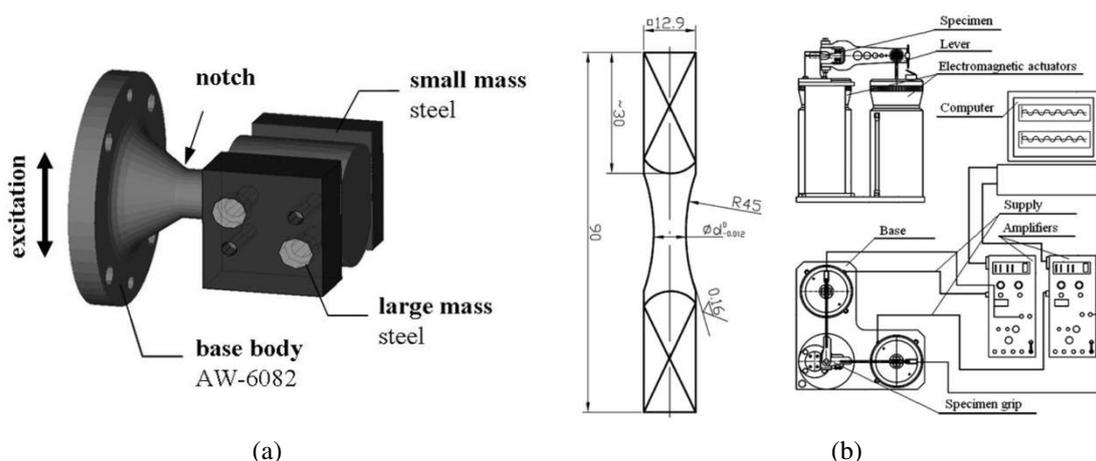


Figura 1.1: sistema di prova utilizzato da (a) [Ngu_11] (b) [Lag_05].

Nel lavoro di [Lag_05] (Figura 1.1(b)) si accoppiano due shaker mono-assiali per applicare a provini cilindrici carichi di flessione-torsione controllabili in modo indipendente. L'utilizzo di due shaker non rappresenta tuttavia la scelta economica più vantaggiosa. Il sistema di prova presentato in [Ngu_11] (Figura 1.1(a)) è costituito da un provino cilindrico vincolato allo shaker, con due masse eccentriche differenti fissate all'estremità libera. A seguito di un'accelerazione verticale imposta dallo shaker si ottiene un carico combinato di flessione-torsione sempre tra loro accoppiate e in fase. Il fatto di utilizzare solamente uno shaker mono assiale è un aspetto positivo dal punto di vista economico, ma l'accoppiamento in fase tra flessione e torsione rappresenta un grande svantaggio nell'ottica di condurre prove a flessione-torsione con sfasamenti diversi o prove puramente torsionali. Tale layout tuttavia, non è stato ancora validato attraverso prove su un prototipo sperimentale.

Ispirati dal layout proposto in [Ngu_11], viene presentato nel Cap.3 un nuovo sistema di prova in grado di controllare i carichi di flessione e di torsione in modo indipendente, utilizzando uno shaker tri-assiale [Zan_18a] e [Zan_18b].

1.3: PROGETTAZIONE, ANALISI E VALIDAZIONE DEL SISTEMA DI PROVA

Nel Cap.3 si presenta il sistema di prova innovativo (Figura 1.2), attraverso la relativa fase di progettazione e di verifica. Il sistema proposto prende spunto dal layout di [Ngu_11], ma presenta un'ulteriore lamina sottile posizionata all'estremità libera del provino. L'azione della lamina consente l'applicazione di carichi di flessione e di torsione in modo indipendente.

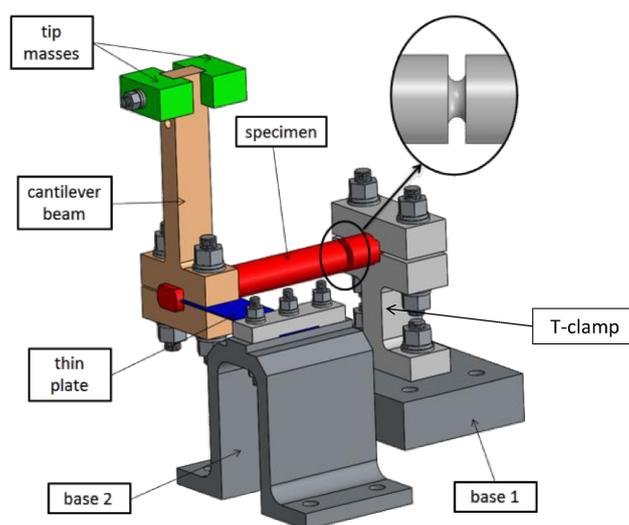


Figura 1.2: sistema di prova innovativo.

La progettazione del sistema si basa sulla stima delle risposte dinamiche, delle deformazioni e dello stato tensionale. A tale scopo vengono impiegati un modello analitico a parametri concentrati e un modello agli elementi finiti realizzato con il programma commerciale di Ansys Mechanical APDL.

I risultati numerici incoraggianti hanno condotto alla realizzazione di un prototipo del sistema di prova e alla sua indagine sperimentale tramite prove preliminari in laboratorio con accelerazioni armoniche alla base. Vengono monitorate le accelerazioni sulla tavola e le risposte dinamiche (in accelerazione) alle estremità del provino e del cantilever, per mezzo di 3 accelerometri tri-assiali. 4 estensimetri posizionati nel T-clamp misurano invece le deformazioni derivanti da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino. Tramite i due modelli si stimano le tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino, direttamente dalle deformazioni misurate.

Le risposte dinamiche del sistema ricavate sperimentalmente sono confrontate con quelle numeriche. La stretta correlazione tra i risultati numerici e sperimentali, permette di validare i modelli utilizzati e di dimostrare che il sistema progettato è realmente adatto per prove affaticanti su shaker tri-assiale con carichi flesso-torsionali controllabili indipendentemente.

1.4: PROVE A FATICA CON CARICHI ARMONICI

Nel Cap.4 si effettuano prove affaticanti con carichi flessionali e torsionali agenti sul provino applicando accelerazioni armoniche alla tavola dello shaker. La strumentazione utilizzata durante le prove in laboratorio è costituita da 2 accelerometri

tri-assiali che monitorano le accelerazioni sulla tavola e all'estremità del cantilever e da 4 estensimetri che misurano le deformazioni nel T-clamp derivanti da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

Dall'analisi dei segnali di accelerazione misurati è definito un criterio di danneggiamento, si ricava il numero sperimentale di cicli a rottura N_{fail} , prima che avvenga la separazione completa del provino. Le tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino sono stimate direttamente dai valori di deformazione misurati nel T-clamp, tramite il modello analitico e il modello agli elementi finiti.

Le curve S-N a flessione alterna e a torsione alterna ricavate dalle prove su shaker con accelerazioni armoniche alla base, sono confrontate con la curva S-N con carico assiale alterno, applicato da una macchina MTS. Gli effetti del gradiente delle sollecitazioni e della rugosità superficiale sono considerati nella comparazione delle curve S-N.

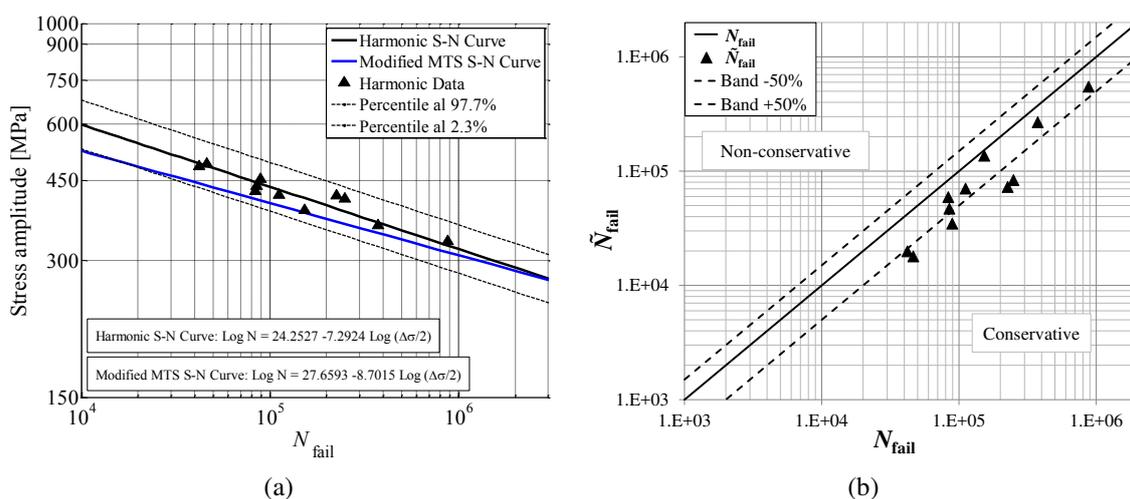


Figura 1.3: (a) confronto tra la curva S-N MTS in blu (con effetto gradiente e rugosità) e la curva S-N armonica in nero ricavata con lo shaker; (b) confronto tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} .

La buona correlazione tra le curve (vedi Figura 1.3(a)) dimostra la possibilità di ricavare la curva S-N del materiale direttamente tramite test accelerati su shaker con accelerazioni armoniche alla base. Inoltre la Figura 1.3(a) conferma che prove su shaker con accelerazioni armoniche alla base forniscono risultati consistenti con prove ad ampiezza costante eseguite su macchina MTS.

Infine viene stimata la vita a fatica in prove sperimentali su shaker con carichi puramente flessionali e carichi puramente torsionali agenti sul provino. Il numero stimato di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} viene calcolato attraverso la legge di Basquin. In tale formula si utilizzano la tensione di picco elastico stimata dai due modelli e i parametri della curva S-N ricavata su macchina MTS, tenendo conto dell'effetto gradiente e della

rugosità superficiale [Juv_17, Shi_09]. In Figura 1.3 (b) si riporta il confronto tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} . I risultati confermano la bontà della stima della vita a fatica in termini di cicli a rottura.

1.5: PROVE A FATICA CON CARICHI STOCASTICI

Nel Cap.5 si affrontano le prove a fatica con carichi stocastici agenti sul provino instaurati da accelerazioni stocastiche a banda stretta applicate alla tavola dello shaker.

Le prove si differenziano per la tipologia di carico applicata: prove con carico mono-assiale di flessione e prove con carichi multi-assiali di flesso-torsione.

La configurazione sperimentale del sistema di prova è la stessa utilizzata nelle prove con carichi armonici. Dall'analisi dei segnali temporali di accelerazione misurati e definito un criterio di danneggiamento, si ricava il numero sperimentale di cicli a rottura N_{fail} , prima che avvenga la separazione completa del provino.

I segnali stocastici di accelerazione e di deformazione misurati vengono analizzati in frequenza, attraverso la stima delle corrispettive funzioni di densità spettrale (PSD). L'applicazione del metodo in frequenza richiede che i segnali misurati siano ergodici, stazionari e distribuiti secondo una distribuzione gaussiana con media nulla. La caratteristica di gaussianità è provata tramite il confronto della distribuzione normale di probabilità cumulata con quella dei segnali misurati (Figura 1.4(a)). Gli altri due requisiti si considerano verificati.

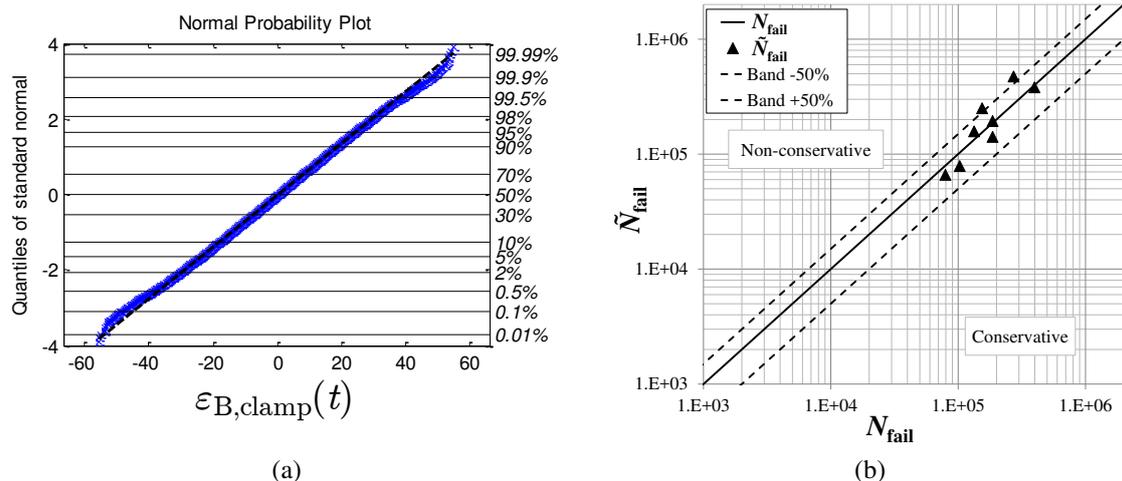


Figura 1.4: (a) confronto tra la distribuzione normale di probabilità cumulata (linea nera) con la distribuzione di probabilità cumulata delle deformazioni misurate $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ nel T-clamp (puntatori blu); (b) confronto tra il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} .

Con il modello agli elementi finiti vengono stimate le PSD di tensione di picco elastico nella sezione netta del provino, direttamente dai segnali di deformazione misurati nel T-clamp.

Gli indici ν_0 e ν_p e i parametri di banda α_1 e α_2 , calcolati sulle PSD stimate, permettono di discriminare se i segnali misurati sono definiti a banda stretta o a banda larga. Si prova che, a seguito di accelerazioni a banda stretta applicate alla tavola, anche le deformazioni misurate nel T-clamp e le tensioni di picco elastico stimate sono definite a banda stretta.

Infine si presenta una metodologia previsionale della vita a fatica su shaker per entrambe le due tipologie di prova. Per le prove con carico stocastico mono-assiale a flessione a banda stretta il metodo si basa sulla stima del numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} tramite la formula Narrow-Band (NB) [Lor_04], che calcola il danno relativo alla PSD di tensione di picco stimata. I parametri del materiale che si usano nella formula NB sono quelli relativi alla curva S-N ricavata su macchina MTS, tenendo conto dell'effetto gradiente e della rugosità superficiale.

Nelle prove con carichi multi-assiali di flesso-torsione a banda stretta invece il numero stimato di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} si calcola tramite il metodo delle proiezioni (PbP Method) [Cri_14], che calcola il danno relativo alle PSD di tensione di picco stimate. Per valutare il danno, il PbP Method, utilizza una curva S-N di riferimento nel diagramma di Wöhler modificato, i cui parametri sono espressi in funzione dei parametri della curva S-N modificata a flessione alterna e di quella a torsione alterna nel diagramma di Wöhler.

La buona correlazione tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} (Figura 1.4(b)) dimostra la validità di entrambe le metodologie previsionali utilizzate.

1.6: TARATURA STATICA DEGLI ESTENSIMETRI (Appendice A)

Nell'Appendice A viene riportata l'intera procedura per la taratura statica degli estensimetri utilizzati per monitorare le deformazioni nell'afferraggio. A tal fine è necessario progettare due sistemi di prova semplificati (Figura 1.5(a) e (b)) in grado di sviluppare un carico statico di flessione e uno di torsione sul provino, in seguito all'applicazione di masse a sbalzo.

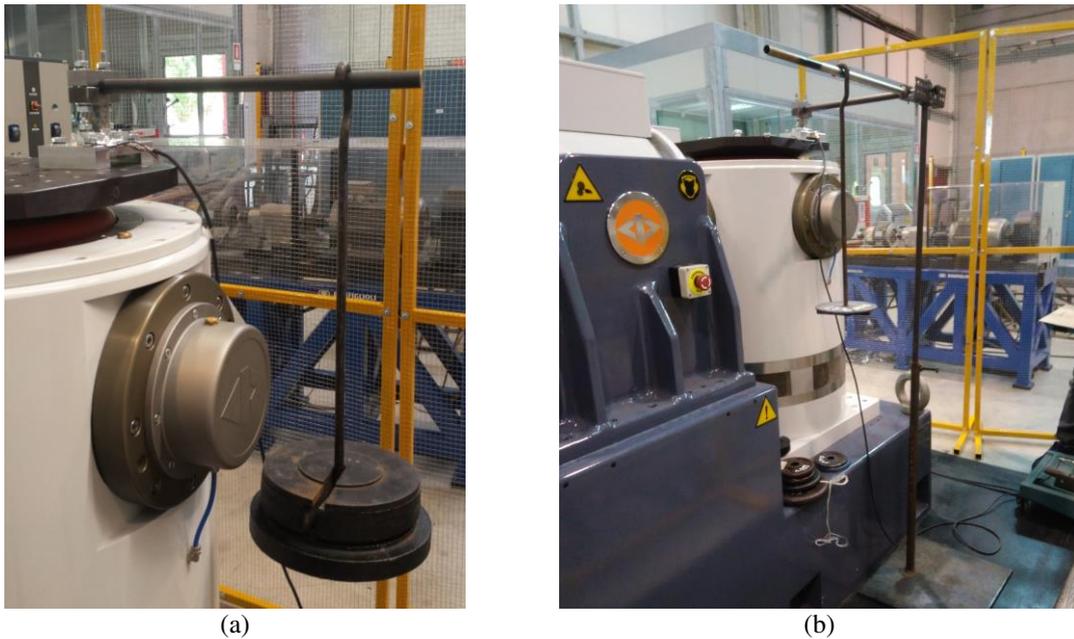


Figura 1.5: sistema di prova semplificato che in seguito a carichi statici applicati permette di instaurare sul provino (a) un carico flessionale (b) un carico torsionale.

Per validare i sistemi di prova semplificati in laboratorio e il sistema di misura estensimetrico si realizzano due modelli analitici a parametri concentrati (uno per carico flessionale e uno per carico torsionale), in grado stimare le deformazioni nel T-clamp.

Si eseguono diverse prove statiche sperimentali con i due sistemi di prova semplificati, misurando le deformazioni nel T-clamp, al variare delle masse a sbalzo. Gli stessi carichi impiegati in laboratorio si applicano ai due modelli a parametri concentrati, stimando le deformazioni risultanti. La stretta correlazione tra i risultati analitici e sperimentali dimostra la validità dei sistemi di prova semplificati e del sistema di misura. Le rette di taratura dimostrano inoltre che le risposte estensimetriche (a seguito di un carico flessionale e torsionale) sono lineari nel range di deformazioni investigato.

1.7: METODO DELLA BANDA DI MEZZA POTENZA (Appendice B)

Nell'Appendice B viene riportata la procedura del metodo della banda di mezza potenza per la stima dello smorzamento modale in strutture reali, direttamente dall'analisi della funzione di risposta in frequenza del sistema.

Capitolo 2

STATO DELL'ARTE: PROVE A FATICA SU PROVINI IN LABORATORIO

2.1: INTRODUZIONE

Negli ultimi decenni ha assunto sempre più importanza la necessità di stimare la vita utile del componente e cioè il danno a fatica causato da carichi multi-assiali già nelle prime fasi di progettazione. Anche se si sono ottenuti dei grandi miglioramenti nella stima della vita a fatica sia dal punto di vista teorico che numerico, le prove sperimentali rimangono un passo imprescindibile per verificare l'accuratezza dei metodi numerici rispetto ai risultati in laboratorio o per replicare, attraverso prove accelerate di durabilità, l'intera vita di servizio del componente. Le prove a fatica possono essere effettuate direttamente sul componente reale che andrà messo in servizio oppure su provini costruiti ad hoc.

In questo capitolo viene fatta un'analisi in letteratura riguardante prove affaticanti su provini. In particolare, ogni contributo, viene investigato in termini della tipologia di carico applicata, della geometria del provino, del tipo di macchina affaticante e del tipo di eccitazione utilizzata. L'obiettivo è mettere in luce quali siano le limitazioni dei layout presentati, nell'ottica di condurre prove a flessione-torsione, una tipologia di carico molto comune nelle applicazioni ingegneristiche.

Nel prossimo paragrafo vengono presentate e confrontate le tipologie di macchine utilizzate per prove affaticanti su provini, evidenziandone differenze, vantaggi e svantaggi.

2.2: MACCHINE PER PROVE A FATICA

Le prove sperimentali su provini vengono effettuate con due tipi di macchine diverse: macchine elettro-dinamiche (shaker) e macchine servo-idrauliche (S-I) (Figura 2.1). Differente è il tipo di eccitazione, in particolare gli shaker applicano un'accelerazione alla base, mentre le macchine servo-idrauliche impongono una forza o uno spostamento.

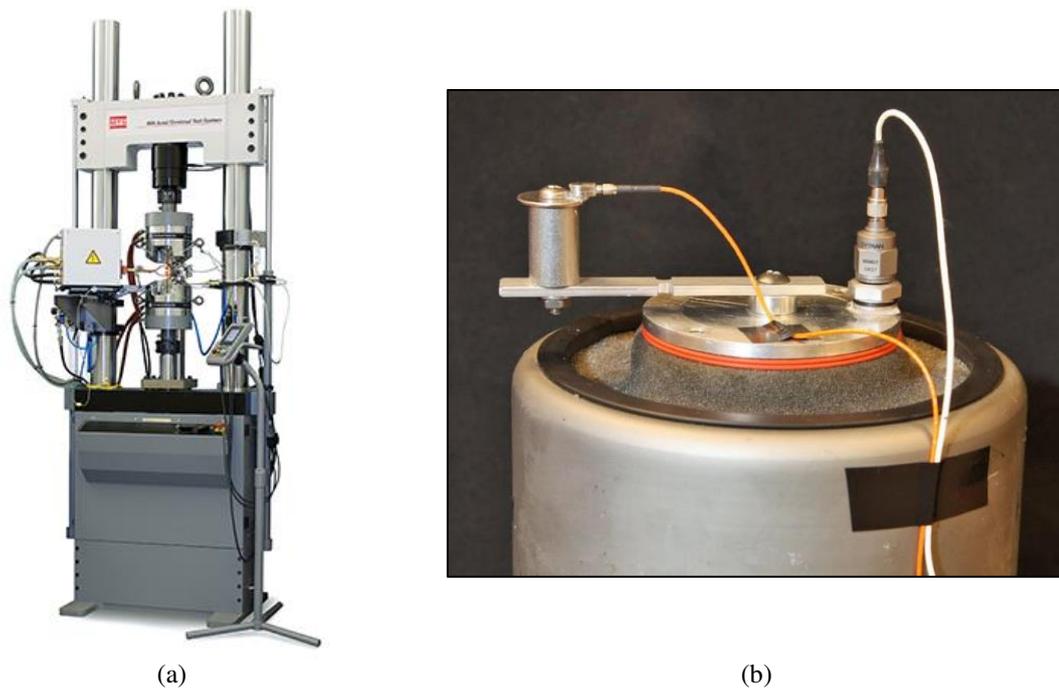


Figura 2.1: tipologie di macchine per prove affaticanti. (a) Macchina servo-idraulica, (b) macchina elettro-dinamica.

Il maggior vantaggio nell'utilizzo degli shaker è sicuramente la possibilità di eccitare frequenze molto più elevate comparate con quelle eccitabili dalle macchine S-I e quindi si riduce considerevolmente la durata delle prove. Dall'altro canto le macchine servo-idrauliche permettono di applicare, un qualsiasi tipo di carico direttamente sul provino.

Per questo motivo le macchine S-I adottano normalmente provini cilindrici o piastre, in quanto già con tali geometrie semplici è possibile ottenere uno stato tensionale, anche complesso, nel caso in cui si vogliano eseguire prove con carichi multi-assiali. Differente è la situazione nel caso di utilizzo di uno shaker: per avere stati tensionali complessi è necessario utilizzare interi sistemi di prova in cui prevedere un componente più debole (il provino) in cui si localizzerà la frattura per fatica. La progettazione del sistema di prova riveste quindi una notevole importanza, prima di eseguire una qualsiasi prova di durabilità. Infatti il provino, una volta eccitato, svilupperà uno stato tensionale dipendente dalla configurazione del sistema in cui esso è inserito.

Un altro vantaggio delle macchine servo-idrauliche deriva dalla capacità di applicare un carico, in controllo di forza o di spostamento, direttamente sul provino, dal quale si può risalire facilmente allo stato tensionale. In altre parole la deformata e quindi lo stato tensionale che ne deriva è equiparabile a quello che si otterrebbe da una prova statica. Con l'utilizzo degli shaker invece, lo stato tensionale è difficile da investigare,

in quanto dipende dalla dinamica del provino e del sistema su cui esso è montato. Si prenda ad esempio il caso semplice di un provino intagliato montato a sbalzo sullo shaker: imponendo un'accelerazione alla base della tavola vibrante, il provino, libero da un estremo, inizierà a vibrare secondo la sua risposta dinamica in frequenza. Le forze che si svilupperanno nell'intaglio e quindi il relativo stato tensionale sono di difficile investigazione in quanto dipendono dalla risposta dinamica del sistema.

Per superare il problema, la scelta di uno shaker implica quindi l'utilizzo di strumenti di misura "di contorno": infatti, spesso si impiegano accelerometri per il monitoraggio dell'accelerazione imposta sulla tavola e della risposta dinamica del provino. Molto comune è anche l'utilizzo di estensimetri per la misura delle deformazioni, di solito posizionati nell'intaglio del provino per avere una misura indiretta dello stato tensionale [Ell_17] o in un altro punto di interesse del sistema.

Nel paragrafo che segue si mostrano le varie configurazioni di prova, incontrate in letteratura, utilizzate in prove affaticanti, che differiscono in termini di macchine utilizzate, geometria dei provini e tipo di carico applicato.

2.3: CONFIGURAZIONI DI PROVA

Numerose tipologie di provino e metodologie di prova vengono presentate dagli autori in letteratura. Provini a piastra e cilindrici sono i più comuni, ma anche geometrie più complicate sono state impiegate. In questo paragrafo per ogni contributo viene investigato lo stato tensionale che si ottiene nelle prove affaticanti, in funzione della geometria del provino, del tipo di eccitazione e del tipo di macchina affaticante. Nell'ottica di condurre prove a fatica a flessione-torsione, vengono analizzate le limitazioni caratterizzanti i layout di prova incontrati.

2.3.1: provini a piastra

Provini a piastra di forma rettangolare con eventuali intagli, eccitati verticalmente alla base con shaker, rappresentano il layout più semplice e conveniente per realizzare un stato di tensione flessionale.

Nel lavoro di T. J. George et al. [Geo_04] vengono testati due provini a piastra di geometria diversa con uno shaker mono-assiale Unholtz-Dickie da 6000 libbre forza, come mostrato in Figura 2.2.

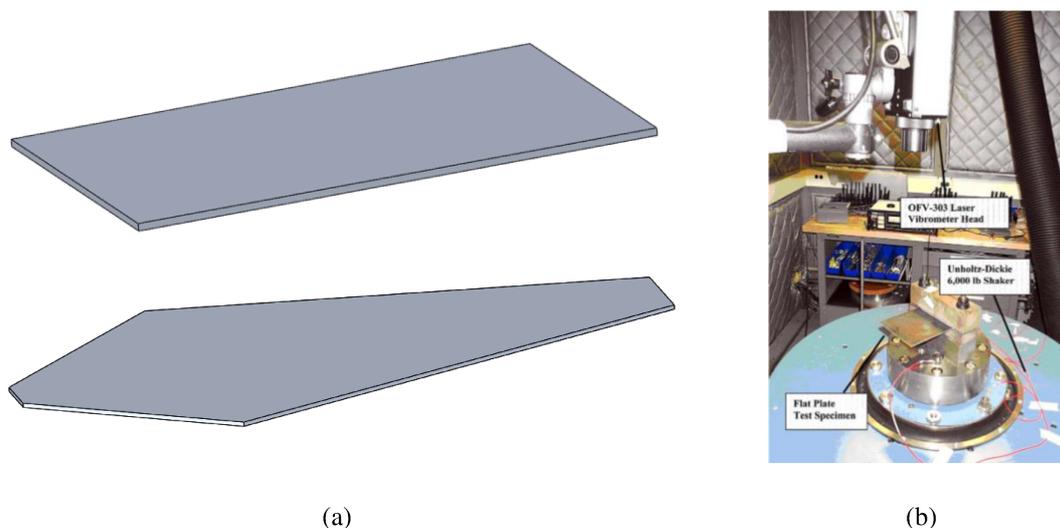


Figura 2.2: (a) provini a piastra; (b) shaker mono-assiale Unholtz-Dickie.

L'eccitazione imposta è di tipo armonico con una frequenza pari alla frequenza di risonanza dei provini. I provini montati a sbalzo sulla testa dello shaker sono eccitati alla loro frequenza di risonanza con un'accelerazione verticale di tipo armonico, producendo una flessione semplice nel provino rettangolare, e una flessione composta nel provino di geometria più complessa.

Ellison et al. [Eli_17] utilizzano uno shaker mono-assiale per testare provini a piastra in Ti-6Al-4V. Le piastrine, di spessore 1.59 mm, presentano una rastrematura e sono montate a sbalzo sullo shaker. Vengono sollecitate con un'accelerazione armonica verticale con frequenza pari alla loro prima frequenza di risonanza. Nell'intaglio è presente un estensimetro per misurare le deformazioni, mentre sulla estremità libera del provino un laser ne controlla lo spostamento in modo da mantenere costante la frequenza di eccitazione. Lo stato tensionale sviluppato è di flessione semplice.

Sempre un'accelerazione armonica verticale centrata sulla frequenza di risonanza viene utilizzata da Khalij et al. [Kha_15] per sollecitare a flessione semplice piastrine rastremate in carbon steel montate a sbalzo su uno shaker mono-assiale. Si impiegano due accelerometri, uno montato sulla testa dello shaker, per il controllo in ciclo chiuso dell'accelerazione imposta, e il secondo montato all'estremità del provino per misurare la sua risposta dinamica per tutta la durata della prova a fatica. Viene previsto anche un estensimetro nella zona rastremata del provino per il monitoraggio delle deformazioni. Durante la prova vengono misurate la riduzione della frequenza di risonanza e la riduzione delle deformazioni causate dall'innesco e dalla propagazione della cricca.

Nel lavoro di Witek et al. [Wit_09] la nucleazione e propagazione della cricca in pale (assimilabili a provini a piastra) di un compressore (Figura 2.3) sono oggetto di studio.

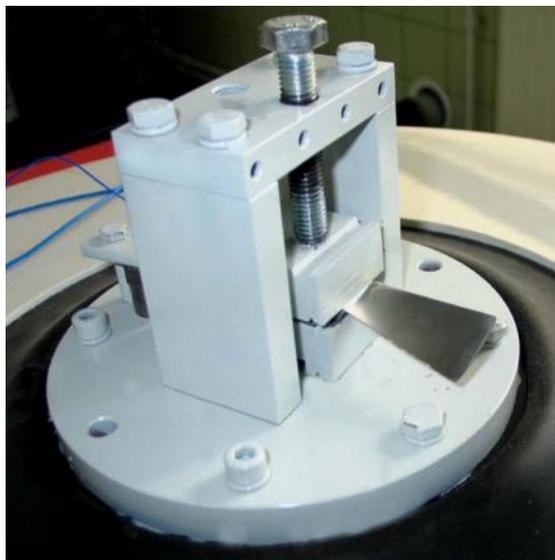


Figura 2.3: provino a piastra montato su shaker mono-assiale.

Uno shaker mono-assiale eccita la pala verticalmente con un'accelerazione armonica di ampiezza compresa tra 5 e 25 g alla sua prima frequenza di risonanza di 774 Hz. Anche in questo caso lo stato tensionale deriva dalla flessione della pala.

In [Ghi_11] piastrine rastremate in alluminio vengono sollecitate a flessione semplice sempre con un'eccitazione armonica verticale a 20 Hz imposta da uno shaker mono-assiale. In questo lavoro, a differenza di quelli precedenti, l'estremità libera a sbalzo della piastrina viene vincolata, in modo tale da utilizzare lo shaker in modo paragonabile ad una macchina S-I: infatti la tavola dello shaker, vibrando, impone un determinato spostamento al provino e quindi è possibile ricavare facilmente lo stato tensionale nell'intaglio, in quanto dipende solamente dallo spostamento della testa dello shaker.

Il vantaggio di usare un'accelerazione armonica è la possibilità di ottenere agevolmente la funzione di risposta in frequenza (chiamata FRF), attraverso il rapporto in accelerazione tra due posizioni di misura. Tuttavia l'accelerazione stocastica è il tipo di eccitazione più utilizzata nelle prove affaticanti, in quanto più verosimile alle sollecitazioni ambientali.

In [Kim_12] e in [Kim_14] piastrine con intaglio rastremato vengono sollecitate a flessione semplice con un'accelerazione stocastica da 10 a 2500 Hz imposta da uno

shaker mono-assiale. Grazie a sette accelerometri posizionati su tutta la lunghezza del provino, si ricavano i modi di vibrare alle prime due frequenze di risonanza.

Anche nel contributo [Pau_12] piastrine intagliate montate a sbalzo vengono sollecitate verticalmente a flessione semplice da uno shaker mono-assiale con vari tipi di accelerazione stocastica, al fine di stimarne la vita a fatica.

In [Sha_13] un componente forato e intagliato con due dimensioni preponderanti sulla terza (assimilabile ad una piastra) montato a sbalzo su uno shaker mono-assiale viene eccitato verticalmente a flessione semplice con vari profili di accelerazione.

Per ottenere uno stato tensionale multi-assiale in provini a piastra è necessario eseguire prove di durabilità con macchine servo-idrauliche.

Nel lavoro di T. Łagoda et al [Łag_00] si utilizza una macchina servo-idraulica per testare un provino cruciforme in acciaio 10HNAP (Figura 2.4). Un rumore bianco in accelerazione da 15 a 25 Hz, è applicato per sviluppare uno stato bi-assiale di trazione/compressione sui due assi dei provini.

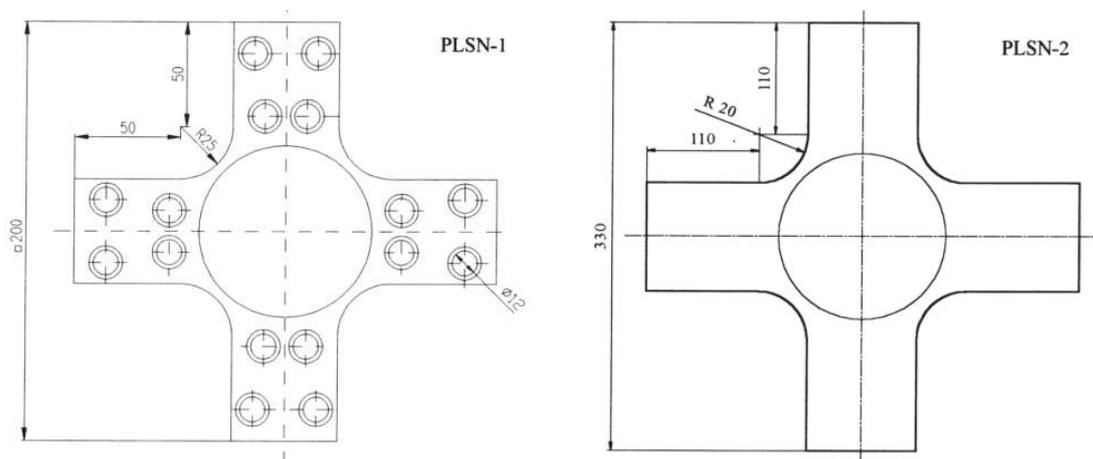


Figura 2.4: provini cruciformi.

Analizzando i precedenti lavori si può osservare che l’utilizzo di provini a piastra su shaker mono-assiali non permette di ottenere carichi multi-assiali ma praticamente solo uno stato tensionale mono-assiale di pura flessione. Tale tipo di carico è limitativo se si vogliono eseguire ovviamente prove a flessione-torsione, più verosimili alle condizioni ambientali, e quindi caratterizzati da una forte multi-assialità. Per cercare di ottenere uno stato di sollecitazione più complesso, a volte, si cerca di abbinare una macchina S-I con uno shaker. Filosofia utilizzata in [Hu_16], in cui viene studiata la propagazione delle cricche in piastre rastremate con un intaglio creato ad hoc di 0.2mm. La storia di carico combinato è costituita da trazione a basso numero di cicli applicata dalla macchina S-I e da flessione ad alto numero di cicli applicata dallo shaker.

La stessa strategia è impiegata in [Luo_13], per testare piastrine rastremate in lega di alluminio, come mostrato in Figura 2.5. Gli spostamenti al centro del provino misurati con un laser sono poi utilizzati al FEM per stimare lo stato tensionale, derivante dal carico di flesso-trazione.

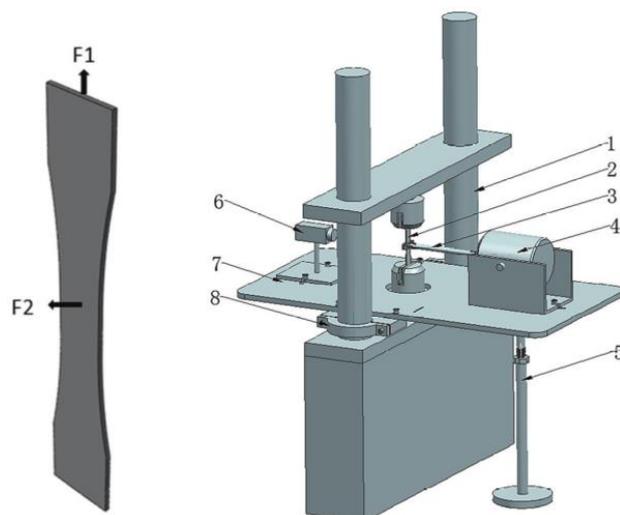


Figura 2.5: provino a piastra e configurazione del sistema di prova.

Analizzando i lavori fino ad ora presentati, emerge che i provini a piastra, essendo caratterizzati da uno spessore sottile, presentano solo sforzi di trazione/compressione e di flessione.

Nelle prove affaticanti comunque, l'interesse è spesso ristretto a carichi flesso/torsionali, molto comuni nelle applicazioni ingegneristiche. Per ottenere stati di sollecitazione torsionali su shaker occorre considerare altre geometrie di provino (per es. a barra, cilindrici). Tuttavia senza un'adeguata configurazione del sistema di prova non è possibile ottenere carichi multi-assiali di flesso/torsione.

2.3.2: provini cilindrici

Nel lavoro di [Kim_11] provini cilindrici con una profonda rastrematura in acciaio S45C sono montati a sbalzo su uno shaker mono-assiale, attraverso un adeguato sistema di fissaggio (vedi Figura 2.6).

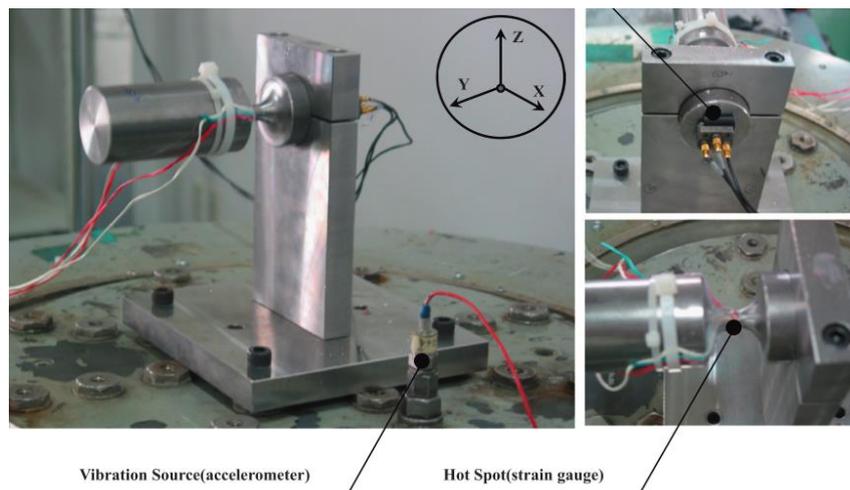


Figura 2.6: provino cilindrico, configurazione del sistema di prova e strumentazione.

Numerose prove a fatica vengono eseguite, alcune con un'eccitazione armonica verticale ad accelerazione costante tra 15 e 130 Hz ed altre ad ampiezza costante tra 10 e 100 Hz. Lo stato tensionale è instaurato da una flessione semplice. La strumentazione è costituita da due accelerometri, uno posizionato sulla tavola per misurare le accelerazioni applicate e uno sull'incastro per verificarne la perfetta rigidità. Un buon incastro infatti non deve deformarsi né flettersi e cioè deve trasmettere senza variazioni l'esatta accelerazione che viene trasmessa alla tavola. Inoltre nell'intaglio vengono applicate due rosette estensimetriche per valutare le deformazioni.

In [Whi_02] si utilizzano dei provini cilindrici con intaglio semi-circonfrenziale in lega di alluminio 2024-T4. Vengono montati a sbalzo su uno shaker tri-assiale ed eccitati lungo i tre assi contemporaneamente da un rumore bianco da 15 a 85 Hz centrato sulla frequenza di risonanza del provino, fino a portarli alla rottura. La riduzione della frequenza di risonanza causata dalla diminuzione di rigidità, dovuto a sua volta dall'innescò e dalla propagazione della cricca, viene monitorata per tutta la durata della prova. Si osserva che, sebbene lo stato di eccitazione sia tri-assiale, lo stato tensionale rimane comunque mono-assiale. A cambiare è solo la direzione dello sforzo principale che dipende dalle ampiezze e dagli sfasamenti delle tre eccitazioni. Nemmeno l'utilizzo di uno shaker tri-assiale, quindi, può produrre uno stato tensionale multi-assiale su un provino cilindrico semplicemente montato a sbalzo.

Risulta chiaro quindi prevedere una differente configurazione del sistema di prova, necessaria per ottenere sforzi multi-assiali di flessò-torsione in provini cilindrici.

L'idea in [Ngu_11] è stata quella di aggiungere due masse diverse ed eccentriche all'estremità libera del provino cilindrico intagliato ($r=2\text{mm}$), montato a sbalzo sulla testa dello shaker mono-assiale (Figura 2.7).

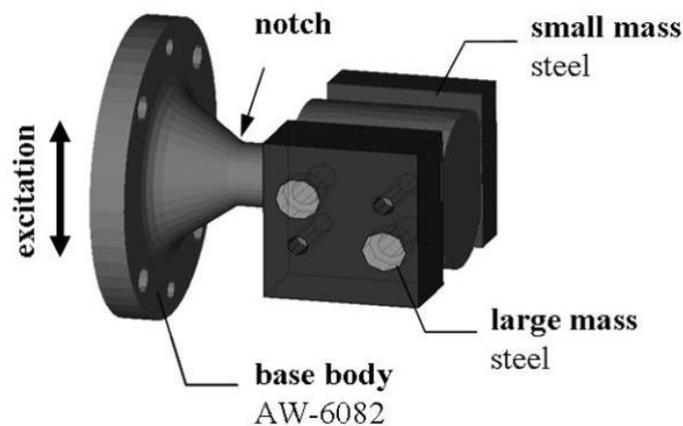


Figura 2.7: provino cilindrico con masse eccentriche a sbalzo [Ngu_11].

Tramite simulazioni numeriche si dimostra in [Ngu_11] che a seguito di un’accelerazione stocastica verticale dello shaker si ottiene uno stato di sollecitazione combinato di flessione-torsione sempre tra loro accoppiate e in fase. È sufficiente variare il rapporto delle due masse a sbalzo, per avere differenti rapporti tra gli sforzi normali e di taglio: se le due masse sono identiche si avrà solo uno sforzo flessionale, altrimenti sarà flessione/torsionale.

Sebbene tale configurazione permetta l’applicazione di un carico di flessione/torsione sul provino, non consente di disaccoppiare la flessione dalla torsione; in altre parole non è possibile applicare un carico puramente torsionale. Questa caratteristica, intrinseca al sistema di prova, è sicuramente una limitazione soprattutto nel caso in cui si vogliono fare prove di durabilità variando lo sfasamento tra flessione e torsione o prove puramente torsionali. Un’altra limitazione del lavoro di [Ngu_11] è rappresentata dal fatto che tale layout non è stato ancora validato attraverso prove su un prototipo sperimentale.

La problematica derivante dai carichi accoppiati di flessione-torsione è stata affrontata nei lavori di Łagoda et al. [Łag_05] e Marciniak et al. [Mar_08]. Utilizzando due shaker, è stato possibile applicare un carico di flessione/torsione non accoppiate a provini cilindrici rastremati (Figura 2.8). Il provino è stato bloccato ad un’estremità al telaio mentre dall’altra parte è stato vincolato ad un giunto a Y con i due braccetti, sfalsati di 90°, connessi alle tavole dei due shaker. Il principio di funzionamento è molto semplice: se le teste dei due shaker si muovono in fase, si otterrà una deformazione flessionale del provino, mentre se si muovono in controfase si avrà una deformazione torsionale. Se la fase è compresa tra 0° e 180° si avrà un carico di flessione-torsione con diversi rapporti fra gli sforzi normali e di taglio.

In questi lavori di [Łag_05] e [Mar_08] vengono eseguite diverse prove (flessione, torsione e flessione-torsione) con eccitazioni armoniche a 20 Hz. Questa

configurazione di prova e l’utilizzo di due shaker offrono numerosi vantaggi. Primo fra tutti è la possibilità di applicare un carico di flessione e torsione completamente disaccoppiate, variando solamente lo sfasamento del moto delle due tavole. L’applicazione del carico, in controllo di spostamento, permette di risalire facilmente allo stato tensionale instaurato sul provino.

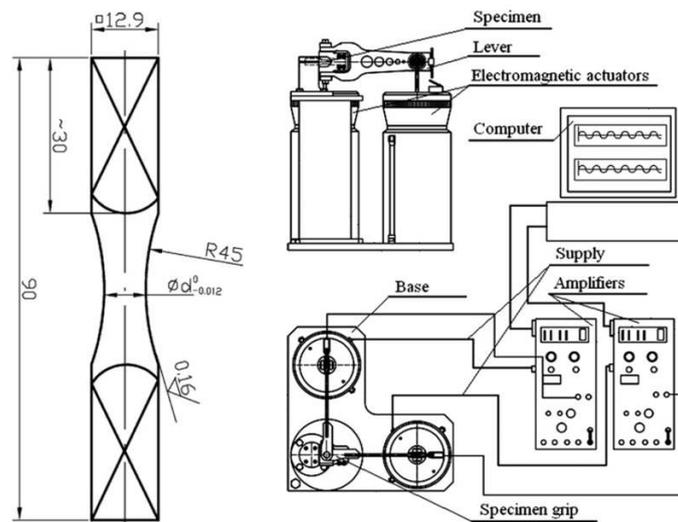


Figura 2.8: sistema di prova utilizzato da [Lag_05]..

Semplice, invece, risulta l’applicazione di un carico di flessione-torsione su provini cilindrici attraverso una macchina servo-idraulica. In particolare in [Ane_16] una macchina S.I. applica carichi di flessione-torsione a provini cilindrici rastremati in 42CrMo4, con una frequenza massima di eccitazione di 5 Hz.

Nell’articolo di [Nie_12] si utilizza un provino cilindrico cavo con un foro trasversale non passante. Viene sollecitato a fatica con una macchina elettro-idraulica a flessione/torsione tra 0 e 10 Hz con vari profili di PSD (Power Spectrum Density) in ingresso.

2.3.3: provini di geometria alternativa

Oltre ai provini a piastra e cilindrici si incontrano in letteratura provini con le forme più disparate. La ricerca di una maggiore complessità geometrica ha come fine la possibilità di ottenere uno stato tensionale multi-assiale nella zona di fatica del provino.

Nei lavori [Čes_12, Čes_13, Mrš_15, Mrš_16 e Pal_16] viene presentato un provino a forma di Y con un foro centrale, alle cui due estremità vengono fissate due masse uguali a sbalzo (vedi Figura 2.9).

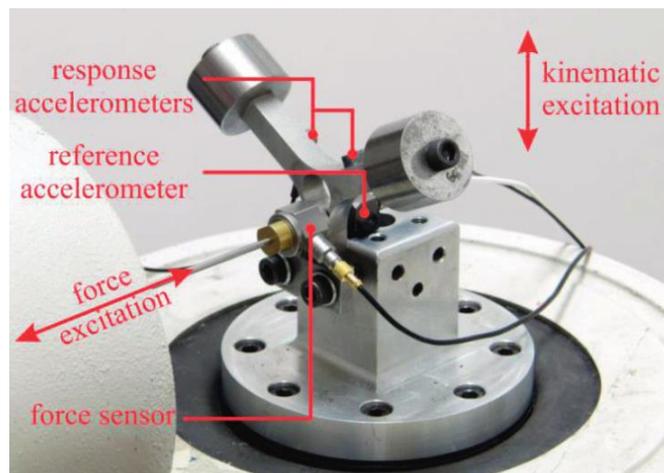
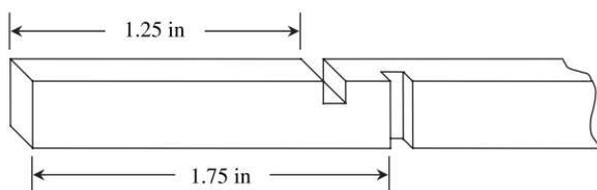


Figura 2.9: provino a Y.

Uno shaker mono-assiale eccita verticalmente con un rumore bianco di accelerazione fra 380-480 Hz centrato sulla seconda frequenza di risonanza, mentre un attuatore in forza eccita orizzontalmente con un rumore bianco tra 290-390 Hz, centrato sulla prima frequenza di risonanza. Gli autori affermano che lo stato tensionale sviluppato è multi-assiale, derivante da un carico di flessione/torsione disaccoppiate. Tuttavia da una prima analisi qualitativa non appare chiaro come uno stato bi-assiale possa instaurarsi nella zona intagliata, essendo caratterizzata da uno spessore molto sottile e dalla presenza di un foro.

R. M. French et al [Fre_06] presentano un'ulteriore geometria. Il provino è una barra quadrata con due intagli spianati uno consecutivo all'altro in lega di alluminio 6063-T52 montata a sbalzo su uno shaker multi-assiale (Figura 2.10). Viene eccitato, fino alla rottura, sui due assi orizzontali con due accelerazioni armoniche con ampiezza costante di 4g ma con frequenze che variano ciclicamente da 10 a 35 Hz.



(a)



(b)

Figura 2.10: (a) provino a barra e (b) shaker tri-assiale utilizzato.

2.4: CONSIDERAZIONI FINALI

Nell'ottica di condurre prove a fatica multi-assiali a flessione-torsione disaccoppiate su shaker, sono emersi alcuni vantaggi e limiti riguardanti le tipologie di provini e le configurazioni dei sistemi di prova presentati in letteratura. I provini a piastra presentano una evidente facilità di fabbricazione, ma non permettono l'applicazione di un carico flessione-torsionale. Nemmeno l'utilizzo in concomitanza di shaker e macchina servo-idraulica, è in grado di superare questo problema. Su tali provini è possibile applicare solo carichi flessionali o di trazione-compressione.

Si devono prevedere quindi differenti geometrie di provino: provini cilindrici, a barra e a Y montati a sbalzo su shaker mono o tri-assiale possono essere sollecitati tuttavia solamente con uno stato mono-assiale di flessione.

Per poter applicare un carico di flessione-torsione su un provino cilindrico, occorre prevedere un adeguato sistema di prova, che naturalmente presenterà una maggiore difficoltà di fabbricazione. Due lavori in letteratura hanno intrapreso questa strada (vedi [Łag_05, Mar_08 e Ngu_11]). Łagoda et al. [Łag_05] and Marciniak et al. [Mar_08] utilizzano due shaker mono-assiali per applicare un carico di flessione-torsione completamente disaccoppiate. Tuttavia l'utilizzo di due shaker non rappresenta la scelta economica più vantaggiosa. Inoltre è necessario un preciso controllo elettronico I/O per governare simultaneamente e con precisione le accelerazioni imposte dai due shaker.

Sebbene non sia stata ancora fatta una validazione su un prototipo sperimentale, ma solo dal punto di vista numerico, nel lavoro di [Ngu_11] il fatto di utilizzare solamente uno shaker mono-assiale è un aspetto positivo dal punto di vista economico. Tuttavia l'accoppiamento in fase tra flessione e torsione rappresenta un grande svantaggio nell'ottica di condurre prove a flessione-torsione con sfasamenti diversi o prove puramente torsionali.

L'uso di uno shaker tri-assiale che applica tre eccitazioni indipendenti lungo le tre direzioni ortogonali, sembra aprire la possibilità di superare questa limitazione. Ispirati dal layout proposto in [Ngu_11], è stato presentato un nuovo sistema di prova che ha permesso di controllare i carichi di flessione e di torsione in modo indipendente, utilizzando uno shaker tri-assiale [Zan_18a] e [Zan_18b].

Nel successivo capitolo verrà presentato tale layout innovativo, evidenziandone le ragioni per le varie scelte costruttive. Saranno mostrati i modelli analitici e numerici utilizzati per il dimensionamento dell'intero sistema di prova, in funzione delle caratteristiche dinamiche desiderate. Alcune esperimenti preliminari in laboratorio sono stati indispensabili sia per la validazione dei modelli analitici/numerici sia per la calibrazione del sistema di misura, necessario per una corretta conduzione delle prove affaticanti su shaker.

Capitolo 3

PROGETTAZIONE, ANALISI E VALIDAZIONE DEL SISTEMA DI PROVA

L'obiettivo di questo capitolo è progettare un sistema per prove a fatica su shaker tri-assiale, in cui i carichi di flessione e torsione agenti sul provino sono controllabili in modo indipendente. Una geometria preliminare viene presentata, rivelandosi poi inadatta per prove affaticanti sullo shaker a disposizione. Un'accurata procedura di progettazione risulta quindi necessaria per definire e validare un nuovo sistema di prova. Un modello analitico e uno agli elementi finiti sono impiegati per la progettazione e verifica del sistema proposto, tramite la stima delle risposte dinamiche, delle deformazioni e dello stato tensionale. Un prototipo del sistema di prova viene realizzato e poi validato tramite prove preliminari in laboratorio con accelerazioni armoniche alla base. Le risposte dinamiche del sistema ricavate sperimentalmente sono confrontate con quelle numeriche. Le deformazioni monitorate nel sistema di afferraggio sono utilizzate dai due modelli per ottenere una stima delle tensioni di picco elastico agenti nella sezione netta del provino. La stretta correlazione tra i risultati numerici e sperimentali permette di validare i modelli utilizzati e di dimostrare che il sistema progettato è realmente adatto per prove affaticanti su shaker tri-assiale con carichi flesso-torsionali controllabili indipendentemente.

3.1: SISTEMA DI PROVA PRELIMINARE

Come anticipato nel capitolo precedente, nell'ottica di condurre prove con carichi flesso-torsionali, il layout presentato in [Ngu_11] sembra molto promettente (Figura 3.1). È costituito da un provino cilindrico intagliato, fissato ad una estremità alla base dello shaker. Nell'estremità libera vengono invece fissate due masse eccentriche differenti.

Un'accelerazione orizzontale alla base, sviluppa un carico di sola flessione sul provino (Figura 3.1(a)). Un'accelerazione verticale, invece, instaura un carico combinato di flesso-torsione sempre tra loro accoppiate in fase (Figura 3.1(b)). Variando il rapporto tra le due masse viene modificato il rapporto tra gli sforzi normali

e di taglio nella sezione intagliata vicino alla base, mentre la fase tra gli sforzi rimane costante.

Questa caratteristica rappresenta una limitazione nel caso in cui si debbano effettuare prove affaticanti a sola torsione oppure al variare della differenza di fase tra i carichi flessionali e torsionali.

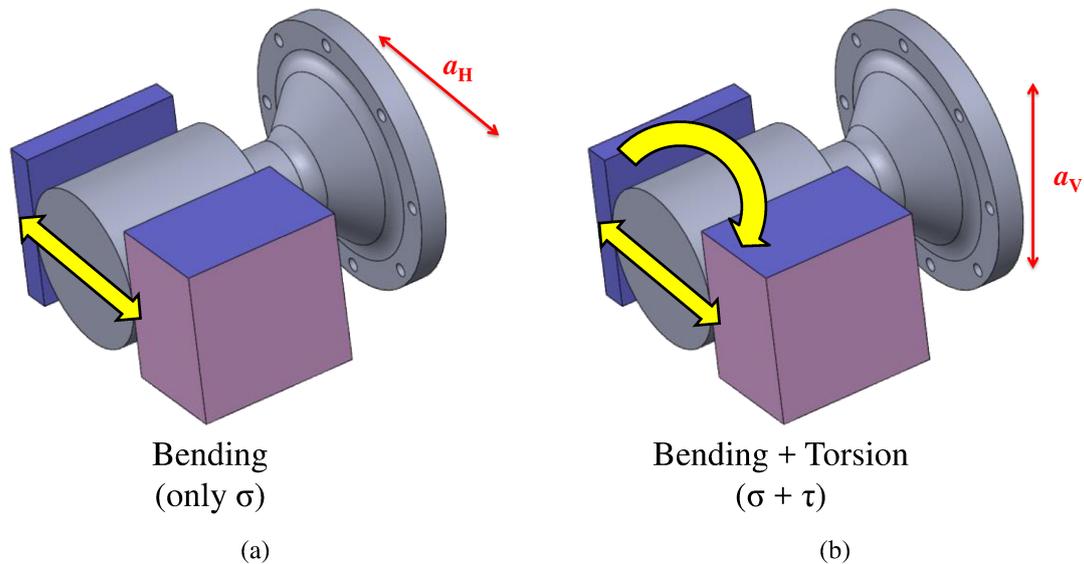


Figura 3.1: layout in [Ngu_11] sottoposto a (a) carico flessionale, (b) carico flesso-torsionale .

Partendo dal layout proposto da Nguyen, l'idea è stata l'introduzione di una lamina sottile all'estremità libera del provino in modo da impedire la deformazione flessionale, mentre il provino è sottoposto a torsione (Figura 3.2 (a)).

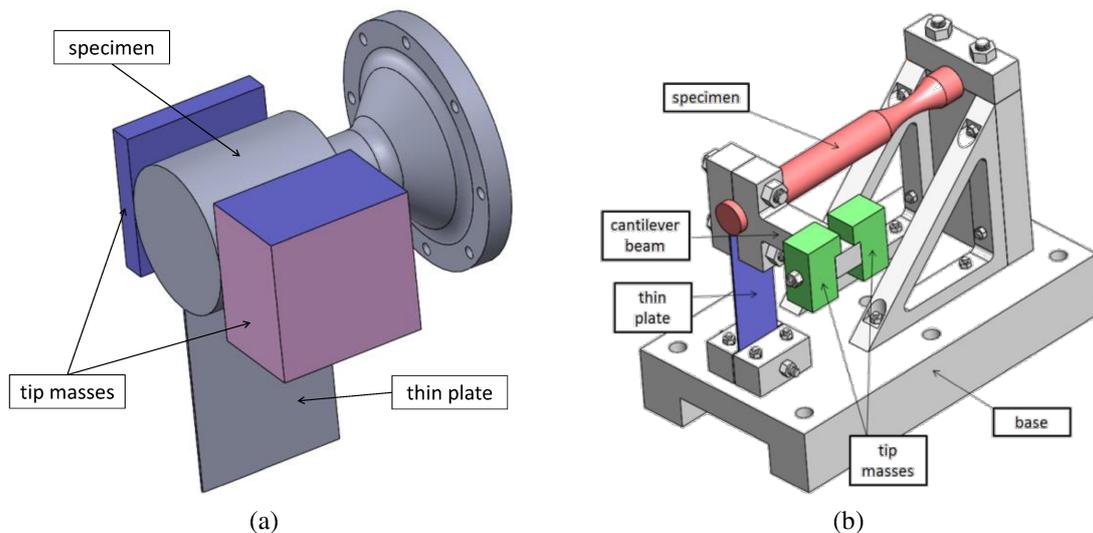


Figura 3.2: (a) layout di Nguyen modificato; (b) sistema di prova preliminare.

La Figura 3.2 (b) mostra il sistema di prova preliminare sviluppato in [Zan_16], assimilabile al layout di Nguyen modificato (Figura 3.2 (a)) e caratterizzato dallo stesso principio di funzionamento.

Il sistema è composto da un provino con un intaglio rastremato. Un braccetto con due masse è montato all'estremità libera del provino. Sia il braccetto che il provino sono vincolati alla base attraverso una lamina sottile, che previene ogni spostamento verticale. Essendo molto sottile, la lamina è flessibile a flessione e non impedisce la rotazione torsionale del provino. Perciò, una accelerazione verticale causa solamente una deformazione torsionale del provino, indotta dalle masse eccentriche, mentre la flessione verticale è impedita dalla lamina. Eccitando orizzontalmente, invece, si ha solamente una deformazione flessionale del provino sul piano orizzontale.

Un'analisi modale preliminare [Zan_16] ha mostrato che tale layout era molto promettente, in quanto le frequenze di risonanza a flessione e a torsione sono ben separate e quindi facili da eccitare individualmente senza avere significativi fenomeni di accoppiamento tra deformate flessionali e torsionali. Tuttavia le forze dinamiche da instaurare con lo shaker per portare a rottura il provino erano troppo elevate. È risultato necessario progettare un nuovo sistema di prova che conservasse lo stesso principio di funzionamento, ma che permettesse di ridurre le forze dinamiche, diminuendo quindi sia la massa complessiva del sistema (10.65 kg) che le accelerazioni da applicare con la tavola vibrante.

La progettazione del nuovo sistema di prova è stata eseguita con la procedura presentata nel paragrafo successivo: è stato revisionato il layout preliminare e sono stati considerati materiali più leggeri per contenere il peso totale del sistema. La lunghezza del braccetto è stata incrementata ed è stato previsto un provino con un intaglio severo col fine di ridurre le accelerazioni in input.

3.2: FASE DI PROGETTAZIONE

La progettazione di sistemi di prova per prove affaticanti su shaker è molto complessa, in quanto sono numerose le variabili che entrano in gioco. I requisiti dinamici e la tipologia di stato tensionale che caratterizzeranno il sistema sono le caratteristiche più importanti da considerare durante la fase di progettazione.

Qui di seguito viene riportata una breve procedura, con il relativo work-flow (Figura 3.3), che si è utilizzata per la progettazione del sistema di prova per prove affaticanti su shaker:

1. Definizione del tipo di prova che si vuole eseguire con lo shaker: prove a flessione semplice, o torsione semplice o con carichi combinati. La geometria finale del sistema dipenderà dal tipo di prova.
2. Definizione della tipologia di shaker che si vuole utilizzare. Il dimensionamento del sistema è condizionato dalla geometria della tavola su cui verrà fissato, dai limiti di eccitabilità dello shaker e dal numero di assi azionabili (shaker mono-assiale, tri-assiale).
3. Definizione del range di eccitabilità (in risonanza o fuori risonanza), delle risonanze del sistema (risposta dinamica) e del tipo di stato tensionale. Il range in frequenza dell'eccitazione è una variabile da considerare durante la fase di progettazione. In funzione della tipologia di prova, tale eccitazione dovrà garantire un determinato stato tensionale per portare a rottura il provino.
4. Definizione di una geometria di tentativo del sistema. Questa fase ha l'obiettivo di dimensionare il sistema, fissando un'adeguata geometria conforme ai requisiti esposti nei tre punti precedenti.
5. Verifica attraverso modelli analitici e numerici delle frequenze di risonanza e delle risposte dinamiche del sistema: le risonanze dipendono strettamente dalle variabili geometriche e dai materiali del sistema. Se le caratteristiche dinamiche non sono validate, una differente geometria di tentativo dovrà essere studiata.
6. Verifica attraverso modelli analitici e numerici dello stato tensionale del sistema. Lo stato tensionale, così come le risonanze del sistema, è strettamente legato alle variabili geometriche e ai materiali utilizzati. La risposta dinamica del sistema e lo stato tensionale sono quindi tra loro dipendenti, così come le deformazioni. In questa fase si vanno a stimare le accelerazioni necessarie da applicare con lo shaker per portare a rottura il provino ad un certo numero di cicli. Se le accelerazioni stimate sono superiori a quelle massime applicabili con lo shaker, progettare una nuova geometria di tentativo risulta necessario.
7. Costruzione del sistema di prova e predisposizione degli strumenti di misura da utilizzare durante le prove affaticanti. Dopo la validazione del sistema attraverso i modelli analitico e numerico segue la sua realizzazione. L'utilizzo di accelerometri ed estensimetri permette di monitorare la risposta dinamica e le deformazioni nei punti di interesse.
8. Validazione sperimentale del sistema di prova tramite prove preliminari in laboratorio. In questa fase vengono eseguite alcune prove, con accelerazione armonica alla base, per validare i modelli utilizzati nella fase di progettazione e per provare sperimentalmente che il sistema è adatto per prove a fatica su shaker, in cui i carichi di flesso-torsione sono controllabili in modo indipendente. Lo stato tensionale viene stimato direttamente dalla misura delle

deformazioni nel sistema di afferraggio. Una scarsa correlazione tra i risultati sperimentali e quelli numerici indurrebbe a una rivisitazione dei modelli o addirittura alla riprogettazione del sistema.

9. Esecuzione di prove affaticanti. Dopo la fase di progettazione e la validazione sperimentale, lo step finale è l'obiettivo che si prefigge questa attività: effettuare prove affaticanti con eccitazioni armoniche e stocastiche alla base, controllando indipendentemente i carichi di flessione e torsione agenti sul provino.

Nei paragrafi successivi si mostreranno in dettaglio i vari step della procedura utilizzata per la progettazione del sistema di prova.

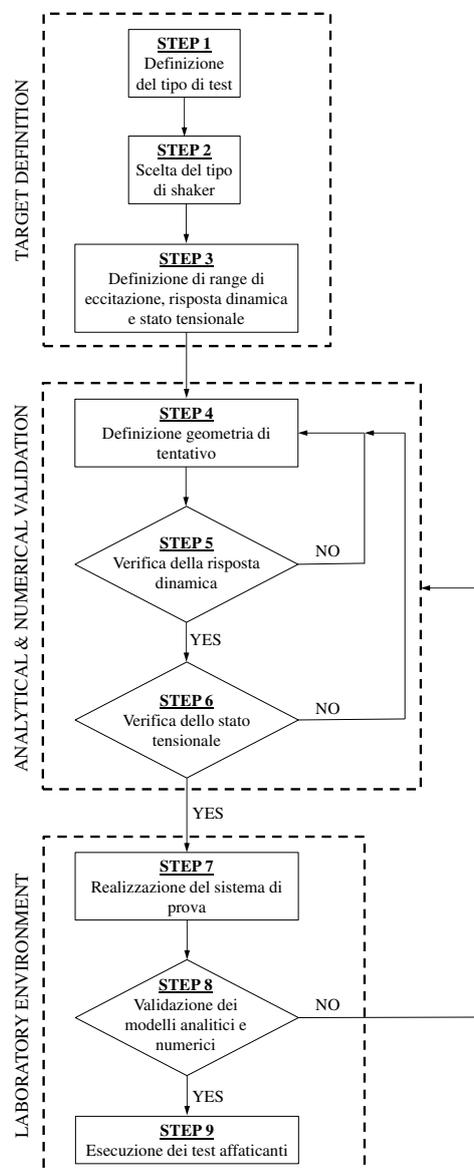


Figura 3.3: procedura utilizzata per la progettazione del sistema di prova.

3.3: DEFINIZIONE DELLE SPECIFICHE PROGETTUALI

Nell'ottica di condurre prove affaticanti su shaker, occorre fissare dei requisiti progettuali in funzione dei quali avverrà la progettazione del sistema di prova.

La scelta del tipo di prova che si vuole condurre in laboratorio è un passo imprescindibile. Le prove si differenziano sia per il tipo di eccitazione applicata (armonica/stocastica), sia per il tipo di carico che viene instaurato sul provino (trazione, flessione, torsione, flesso-torsione).

L'obiettivo del presente lavoro è effettuare prove a fatica su shaker tri-assiale, con carichi di flessione e torsione sul sistema, controllabili in modo indipendente.

Indispensabile risulta quindi la scelta del tipo di shaker: lo shaker deve avere caratteristiche tecniche tali da consentire l'esecuzione della prova desiderata.

Il dimensionamento del sistema è condizionato dalla geometria della tavola su cui deve essere montato ma anche dalle proprietà dinamiche dello shaker. Infatti, le accelerazioni da applicare, per portare a rottura il provino, non possono superare i valori massimi di eccitazione applicabili dallo shaker.



Figura 3.4: shaker tri-assiale disponibile presso il laboratorio di ingegneria a Ferrara.

Lo shaker (Figura 3.4) a disposizione nel laboratorio del dipartimento di Ingegneria a Ferrara, sviluppato da DongLing, è uno shaker tri-assiale in grado di eccitare le tre direzioni ortogonali nell'intervallo in frequenza compreso tra 5 e 800 Hz con una accelerazione massima di 90 m/s^2 . Questi valori in frequenza e in accelerazione rappresentano i valori di targa dello shaker da considerare durante la progettazione del sistema. Stabiliti la tipologia di prova e di shaker, si deve definire in quale range di frequenze eccitare il sistema di prova durante le prove affaticanti e valutarne poi la risposta.

Si consideri ad esempio un sistema lineare caratterizzato da una funzione di risposta in frequenza (FRF) in modulo $|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|$ che mette in relazione le tensioni in un punto con le accelerazioni in ingresso (mostrata in Figura 3.5 (a)). Se si eccita tale sistema con un profilo di PSD in accelerazione $G_{\ddot{x},\ddot{x}}(f)$, la risposta che ne deriva, data in termini di PSD di tensione, è pari a $G_{\sigma,\sigma}(f)=|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|^2 \cdot G_{\ddot{x},\ddot{x}}(f)$ [Bnd_10]. Il sistema può essere eccitato in risonanza o fuori risonanza. L'eccitazione in risonanza (o in prossimità di essa) ha come vantaggio principale un'elevata amplificazione delle tensioni, anche con accelerazioni in ingresso limitate. Presenta comunque due limitazioni. La prima limitazione è rappresentata dal fatto che la risposta del sistema $G_{\sigma,\sigma}(f)$ è sempre in banda stretta, cioè strettamente legata alla forma di $|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|$ del sistema (vedi Figura 3.5 (b)). Inoltre nelle Figure 3.6 si dimostra la seconda limitazione e cioè l'importanza di un preciso controllo I/O (Input/Output) della frequenza di eccitazione per non avere variazioni notevoli della risposta del sistema. Infatti si nota che due PSD in ingresso $G_{\ddot{x},\ddot{x},1}(f)$ e $G_{\ddot{x},\ddot{x},2}(f)$, in prossimità della risonanza del sistema, distinte tra di loro da una piccola differenza della frequenza di centro banda (Figura 3.6(a)), determinano due PSD in tensione $G_{\sigma,\sigma,1}(f)$ e $G_{\sigma,\sigma,2}(f)$ con ampiezze molto differenti (Figura 3.6(b)).

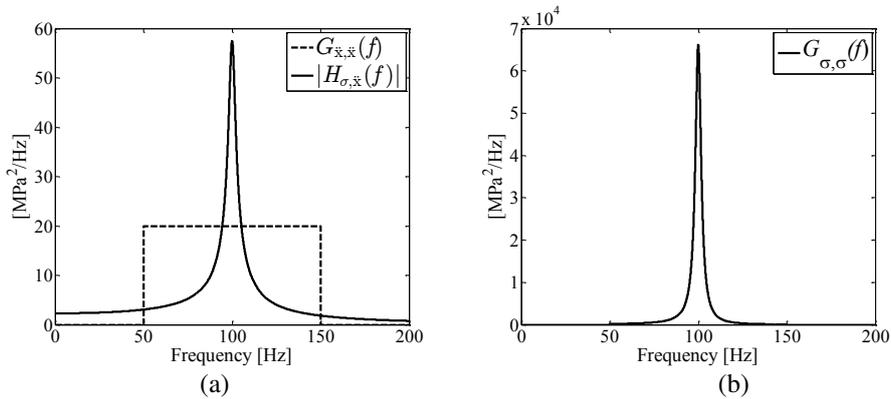


Figura 3.5: (a) $G_{\ddot{x},\ddot{x}}(f)$ e $|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|$; (b) $G_{\sigma,\sigma}(f)$ del sistema nel caso di eccitazione in risonanza.

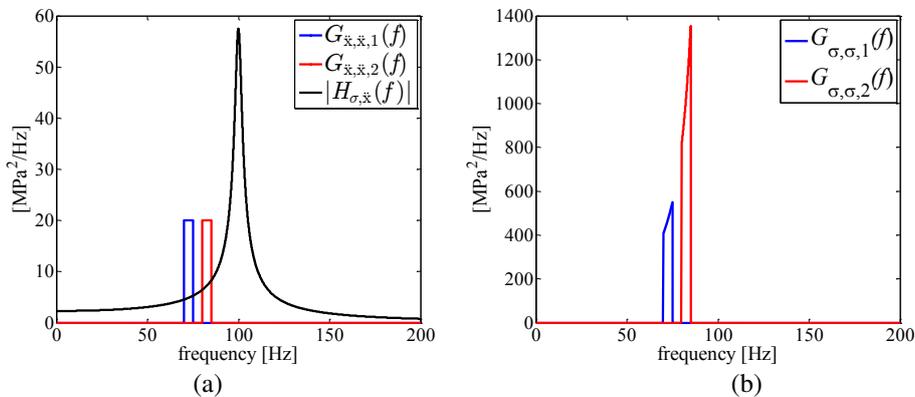


Figura 3.6: (a) $|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|$ e $G_{\ddot{x},\ddot{x},1}(f)$, $G_{\ddot{x},\ddot{x},2}(f)$ caratterizzate da una piccola differenza della frequenza di centro banda; (b) $G_{\sigma,\sigma,1}(f)$ e $G_{\sigma,\sigma,2}(f)$ ottenute dall'applicazione di $G_{\ddot{x},\ddot{x},1}(f)$ e $G_{\ddot{x},\ddot{x},2}(f)$, in prossimità della risonanza.

L'eccitazione lontano dalla risonanza invece, non necessita di un preciso controllo I/O per mantenere costante la frequenza di centro banda di $G_{\bar{x},\bar{x}}(f)$, in quanto $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$ è quasi costante. Di conseguenza a seguito dell'applicazione di $G_{\bar{x},\bar{x},1}(f)$ e $G_{\bar{x},\bar{x},2}(f)$, distinte tra di loro da una piccola differenza della frequenza di centro banda (Figura 3.7(a)), si ottengono $G_{\sigma,\sigma,1}(f)$ e $G_{\sigma,\sigma,2}(f)$ con ampiezze paragonabili (Figura 3.7(b)). Un ulteriore vantaggio è che la risposta del sistema $G_{\sigma,\sigma}(f)$, in funzione del profilo di $G_{\bar{x},\bar{x}}(f)$, può essere a banda stretta ma anche a banda larga, in quanto $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$ è quasi costante (Figura 3.7(b)).

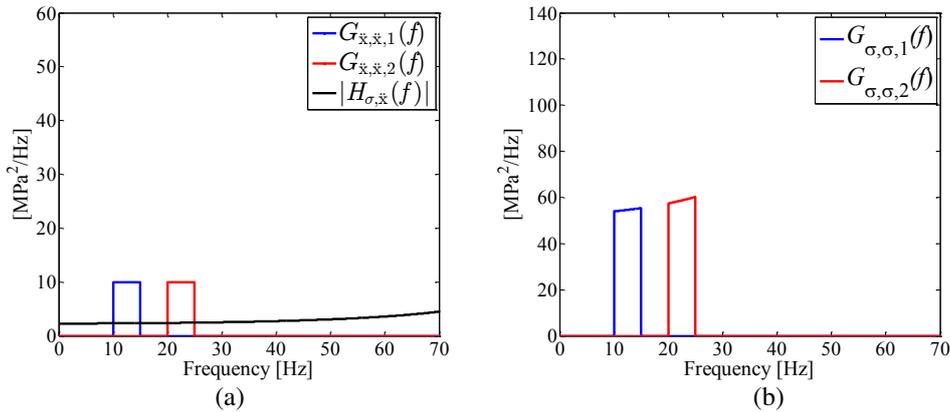


Figura 3.7: (a) $G_{\bar{x},\bar{x},1}(f)$, $G_{\bar{x},\bar{x},2}(f)$ e $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$; (b) $G_{\sigma,\sigma,1}(f)$ e $G_{\sigma,\sigma,2}(f)$ del sistema nel caso di eccitazione lontano dalla risonanza.

Dall'altro canto, nel caso di eccitazione fuori risonanza, per ottenere delle $G_{\sigma,\sigma}(f)$ paragonabili a quelle ottenibili nel caso di eccitazione in risonanza, occorrono delle $G_{\bar{x},\bar{x}}(f)$ maggiori, a causa dei bassi valori assunti da $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$ lontano dalla risonanza. Alla luce di queste preliminari considerazioni, è stato deciso di eccitare il sistema lontano dalla risonanza dove la $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$ è approssimativamente costante.

Dall'analisi di $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$ in Figura 3.5(a), le zone in cui presenta un profilo quasi costante sono due: una prima zona è localizzata a frequenze inferiori rispetto alla frequenza di risonanza e la seconda a frequenze superiori. Il sistema si comporterà dinamicamente in modo diverso a seconda della zona in frequenza eccitata. Per esempio, si consideri di eccitare verticalmente alla base un provino cilindrico montato a sbalzo, caratterizzato da una $|H_{\sigma,\bar{x}}(f)|$, mostrata in Figura 3.8, con la prima frequenza di risonanza flessionale a 100 Hz e la seconda flessionale a 300 Hz.

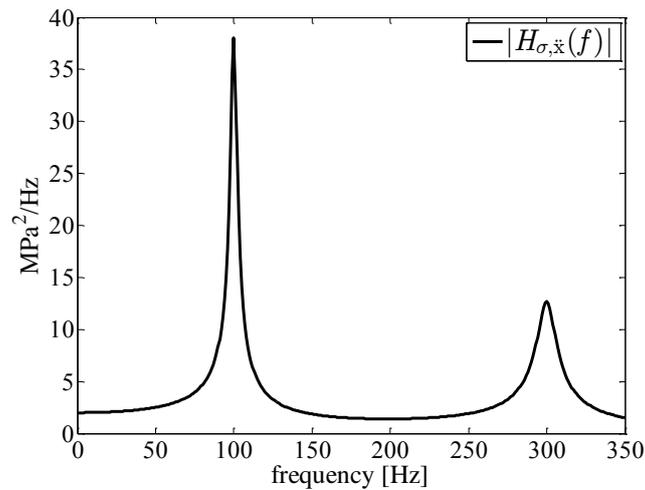


Figura 3.8: $|H_{\sigma,\ddot{x}}(f)|$ di un provino cilindrico montato a sbalzo, eccitato verticalmente alla base.

Il primo modo di vibrare è caratterizzato da una deformata flessionale semplice (Figura 3.9(a)), mentre il secondo da una deformata flessionale complessa (Figura 3.9(b)). Eccitando a 50 Hz, il provino vibrerà secondo il 1° modo. Invece, eccitando a 200 Hz, il provino vibrerà con una combinazione del primo e del secondo modo flessionale.

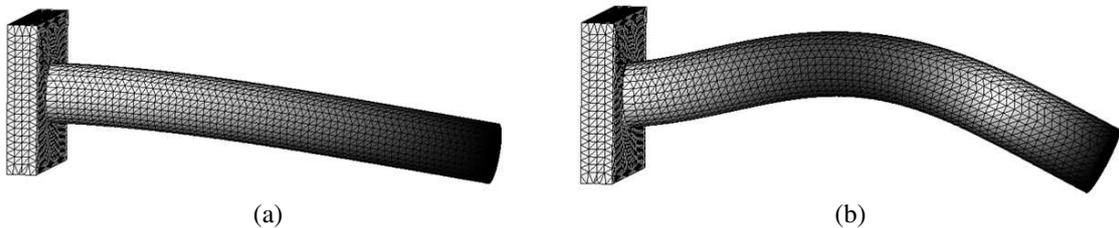


Figura 3.9: (a) primo e (b) secondo modo flessionale di un provino cilindrico montato a sbalzo.

Sollecitare fuori risonanza a frequenze inferiori alla 1° frequenza naturale, permette di ottenere una deformata flessionale semplice simile alla deformata ottenibile dall'applicazione di una carico statico in punta al provino. Ciò comporta un vantaggio: gli spostamenti e lo stato tensionale in ogni punto del sistema sono approssimabili con la trattazione della linea elastica.

In presenza di una combinazione di modi di vibrare, invece, la deformata flessionale non può essere ricondotta alla deformata statica. In questo caso lo stato tensionale non può essere investigato con la trattazione della linea elastica. Alla luce di queste considerazioni, nell'ottica di eseguire prove a fatica, l'interesse è rivolto ad eccitare frequenze lontano dalla risonanza che si trovano prima della 1° risonanza flessionale e prima della 1° risonanza torsionale.

Il passo successivo è la definizione di una risposta dinamica del sistema nel caso di carico flessionale e nel caso torsionale. In altre parole, occorre definire le frequenze di risonanza (a flessione e a torsione) del sistema.

Le due frequenze di risonanza del sistema sono strettamente dipendenti alle variabili geometriche, quali il provino, il tipo di afferraggio, i vincoli e le masse a sbalzo, oltre che dai materiali impiegati. Frequenze di risonanza adeguatamente alte permetteranno l'applicazione di un'eccitazione ad una frequenza tale da mantenere ridotti i tempi in laboratorio, durante le prove affaticanti.

Durante la progettazione del sistema di prova, lo stato tensionale rappresenta un'altra variabile molto importante da definire, in funzione della tipologia di prova che si vuole eseguire. Il dimensionamento del sistema deve essere tale da instaurare un determinato stato tensionale sufficiente a indurre la rottura per fatica del provino, con accelerazioni in ingresso inferiori ai limiti applicabili dallo shaker. Lo stato tensionale, così come le frequenze di risonanza, dipendono dalle variabili geometriche del sistema e dai materiali e quindi sono tra loro strettamente correlate. Si pensi ad esempio un provino cilindrico montato a sbalzo con una massa all'estremità libera, eccitato alla base. Le variabili geometriche sono la lunghezza del provino l e la massa M . Se l'obiettivo è spostare la frequenza di risonanza naturale f_n (Eq.(3.1)) a flessione ad una frequenza maggiore, l'accorciamento del provino è la strada da intraprendere, ma il livello dello stato tensionale calerà di conseguenza, in quanto diminuisce il braccio della forza d'inerzia. Nell'Eq.(3.1) K rappresenta la rigidezza equivalente del provino, $K=3EI/l^3$, dove E è il modulo elastico e I è il momento d'inerzia della sezione del provino.

$$f_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \approx \sqrt{\frac{3EI}{l^3 M}} \quad (3.1)$$

L'incremento della massa M porterà ad un aumento dello stato tensionale, ma causerà una conseguente diminuzione della frequenza di risonanza come da Eq.(3.1). Questo rappresenta un semplice esempio delle difficoltà che si incontrano nella progettazione di sistemi di prova per test dinamici su shaker.

Molto più complessa è la situazione in cui si vogliono progettare sistemi più complessi, come il layout che verrà presentato nel paragrafo successivo.

3.4: MODELLO ANALITICO E AGLI ELEMENTI FINITI

Nel paragrafo precedente si sono definiti i requisiti dinamici e lo stato tensionale del sistema che condizioneranno le fasi di dimensionamento e di validazione affrontate qui di seguito.

Viene presentato un innovativo sistema di prova, idoneo per prove affaticanti su shaker con carichi di flessione e torsione controllabili in modo indipendente. Modelli analitici e agli elementi finiti sono impiegati per la progettazione e verifica del sistema, tramite la stima delle funzioni di risposta in frequenza (FRFs), delle deformazioni e dello stato tensionale.

3.4.1: sistema di prova innovativo

Il layout definitivo progettato è il risultato di numerose geometrie di tentativo che non sono state validate attraverso i modelli analitici e numerici. Il definitivo sistema di prova (Figura 3.10), ottenuto dalla rotazione di 90° del suo predecessore (Figura 3.2 (b)) mantiene lo stesso principio di funzionamento, ma presenta un layout più snello e funzionale.

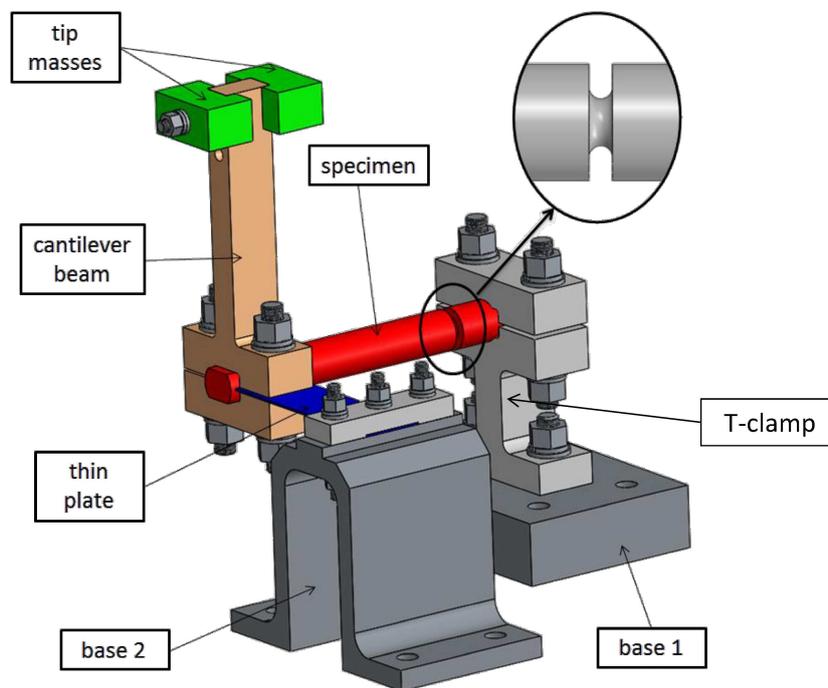


Figura 3.10: sistema di prova innovativo.

Il sistema è composto da due basi in lega di alluminio (base 1 e base 2) direttamente connesse alla tavola vibrante. Un provino cilindrico con intaglio a U, (vedi Figura 3.10) in acciaio S355J2C (EN 10277-2), è vincolato ad un'estremità da un afferraggio a T (T-clamp), connesso a sua volta alla base 1. Il diametro lordo e netto del provino sono rispettivamente 20 e 8 mm. Il raggio dell'intaglio di 2 mm è caratterizzato da un fattore di concentrazione delle tensioni a flessione $K_{t,b}=1.45$ e a torsione $K_{t,t}=1.27$ [Pil_08]. Un braccetto (cantilever beam) con due masse eccentriche a sbalzo è montato all'estremità libera del provino. Il peso totale del sistema ammonta a 4.65 kg. Il braccetto e l'estremità del provino sono vincolate alla base 2 attraverso una sottile lamina.

L'obiettivo della lamina è impedire gli spostamenti orizzontali dell'estremità del provino, quando la base è eccitata orizzontalmente. Inoltre, essendo molto sottile, e quindi flessibile, permette la rotazione del provino. Il principio di funzionamento è molto semplice: un'accelerazione verticale alla base causa una deformazione flessionale del provino sul piano verticale. Eccitando orizzontalmente, invece, si instaura un carico torsionale sul provino, causato dall'eccentricità delle masse a sbalzo rispetto all'asse del provino, mentre la deformazione flessionale sul piano orizzontale è completamente impedita dalla lamina.

Il layout proposto è idoneo anche per l'eventuale applicazione di strumenti di misura durante la fase sperimentale: accelerometri potranno essere applicati alle estremità del provino e del cantilever beam per monitorare le risposte dinamiche. L'applicazione di estensimetri per misurare le deformazioni non è possibile nell'intaglio, essendo inaccessibile per le dimensioni ridotte. Di conseguenza, si è optato per il posizionamento di 4 estensimetri sulle facce del T-clamp, con l'obiettivo di ottenere una misura dei carichi di flessione e torsione all'incastro, da cui ricavare una stima indiretta dello stato tensionale nell'intaglio. Infatti le deformazioni nel T-clamp sono direttamente correlate ai carichi di flessione e di torsione che agiscono sul provino. Una flessione verticale del provino comporta un momento flettente $M_{B,clamp}$ agente sulla sezione mediana del T-clamp (Figura 3.11). Invece, quando il provino ruota perché soggetto a un momento torcente dovuto alle masse eccentriche, la sezione del T-clamp è soggetta al momento flettente $M_{T,clamp}$ (Figura 3.11). Come si vedrà nell'Appendice A, gli estensimetri verranno collocati nel centro delle quattro facce esattamente sull'asse neutro della flessione concorrente.

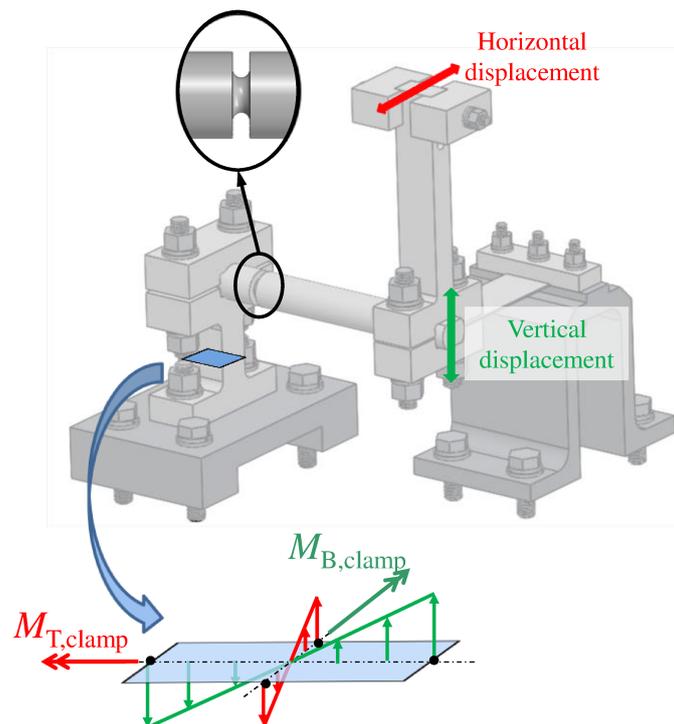


Figura 3.11: momenti flettenti nella sezione mediana del T-clamp, instaurati da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

Nella successiva sezione, un modello analitico a masse concentrate viene realizzato e impiegato per la stima delle deformazioni nel T-clamp e dello stato tensionale e per una prima valutazione delle accelerazioni da applicare con lo shaker durante le prove affaticanti.

3.4.2: modello analitico a parametri concentrati

Come analisi preliminare, un modello analitico a masse concentrate è stato utilizzato per approssimare la risposta sotto condizioni quasi statiche. Gli obiettivi che si pone il modello sono la stima delle accelerazioni in ingresso da applicare con lo shaker per portare a rottura il provino e la stima delle deformazioni nel T-clamp. Inoltre il modello, pur essendo approssimato, permette soprattutto un'analisi di sensitività dei vari parametri che entrano in gioco nel calcolo delle deformazioni e degli sforzi agenti sul provino a seguito di accelerazioni applicate.

La scelta di eccitare il sistema lontano dalla risonanza, dove gli effetti dinamici sono trascurabili e la deformata è approssimabile a quella statica, permette di utilizzare tale modello semplificato.

Nel modello a parametri concentrati le masse del provino m_{spec} , delle masse eccentriche m_{tip} , del cantilever beam m_{cant} , comprese le masse delle barre filettate, dei

dadi e delle rondelle sono rappresentati da un'unica massa concentrata (m) posizionata nel centro di massa, la cui posizione è misurata rispetto al sistema di riferimento collocato al centro della sezione netta del provino (dove è presente l'intaglio). Il centro di massa, calcolato con un modellatore solido, rappresenta il baricentro delle masse sopra indicate. La massa concentrata m , così come la sua posizione (B o Q) rispetto al sistema di riferimento dipendono dalla direzione di eccitazione applicata al modello. Ragionando in questo modo, il modello semplificato risulta completamente equivalente, dal punto di vista inerziale, al sistema di prova. La piastrina, essendo molto sottile, non viene considerata nel modello. Inoltre la piastrina non dovrebbe impedire la flessione verticale e la torsione del provino, mentre previene la flessione orizzontale del provino.

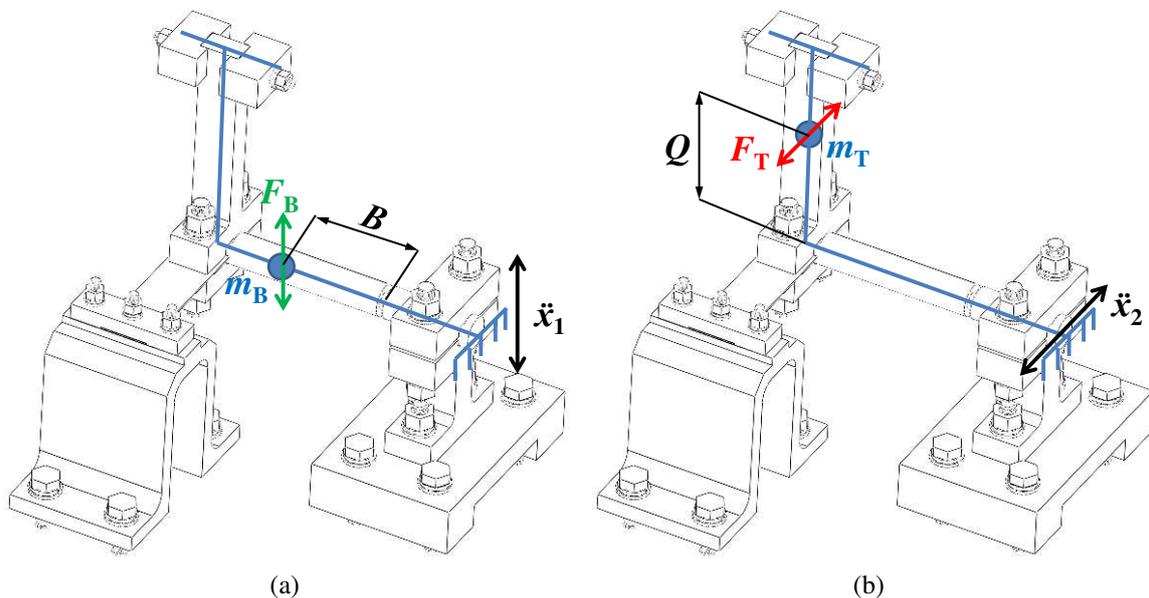


Figura 3.12: modello a parametri concentrati per (a) carichi flessionali, (b) carichi torsionali.

Sotto condizioni quasi-statiche, in prima approssimazione la forza d'inerzia $F=m\cdot\ddot{x}$ è valida, dove \ddot{x} è l'accelerazione di input nel modello, m è la massa concentrata equivalente ed F è la forza agente nel centro di massa.

A seconda del tipo di accelerazione applicata e quindi del tipo di carico (flessionale o torsionale) agente sul provino, differenti sono le masse del sistema che concorrono a m .

Per ottenere un carico flessionale (Figura 3.12 (a)), si applica un'accelerazione verticale \ddot{x}_1 all'incastro. L'accelerazione \ddot{y}_{1m} a cui è sottoposta la massa concentrata è pari a \ddot{x}_1 . Tale accelerazione genera la seguente forza $F_B=m_B\cdot\ddot{y}_{1m}=m_B\cdot\ddot{x}_1$, dove $m_B=m_{spec}+m_{tip}+m_{canti}=1.673$ kg è la massa concentrata posizionata nel centro di massa, nel caso di carico flessionale. Il momento risultante a flessione nell'intaglio è $M_B=F_B\cdot B$ dove $B=93.08$ mm è la distanza orizzontale del centro di massa dal centro della sezione

netta del provino. Lo sforzo di picco elastico a flessione è $\sigma_{p,notch}=(M_B/W_B)\cdot K_{t,b}$ dove $W_B=(\pi/32)\cdot d^3$ è il modulo di resistenza a flessione della sezione netta e d è il diametro netto del provino.

Similarmente, per ottenere un carico torsionale (Figura 3.12 (b)), si applica un'accelerazione orizzontale \ddot{x}_2 all'incastro. L'accelerazione \ddot{y}_{2m} a cui è sottoposta la massa concentrata è pari a \ddot{x}_2 . Tale accelerazione genera la forza $F_T=m_T\cdot\ddot{y}_{2m}=m_T\cdot\ddot{x}_2$, dove $m_T=m_{tip}+m_{cant}=1.236$ kg è la massa concentrata, posizionata nel centro di massa, nel caso di carico torsionale. La massa del provino m_{spec} viene trascurata in quanto il suo baricentro non giace al di fuori dell'asse del provino, condizione necessaria per instaurare un carico torsionale nell'intaglio a seguito dell'applicazione di \ddot{x}_2 all'incastro. Il momento risultante a torsione nell'intaglio è $M_T=F_T\cdot Q$ dove $Q=55.5$ mm è la distanza verticale del centro di massa dal centro della sezione netta (o dall'asse del provino). Lo sforzo di picco elastico a torsione è $\tau_{p,notch}=(M_T/W_T)\cdot K_{t,t}$, dove $W_T=(\pi/16)\cdot d^3$ è il modulo di resistenza a torsione della sezione netta.

Siccome il presente lavoro ricade nel campo della fatica ad alto numero di cicli, si vogliono calcolare le accelerazioni \ddot{x}_1 e \ddot{x}_2 necessarie per portare a rottura il provino a $5\cdot 10^4$ e $2\cdot 10^6$ cicli (considerati come limite inferiore e superiore della vita a fatica).

Le espressioni degli sforzi di picco elastico $\sigma_{p,notch}$ e $\tau_{p,notch}$ sono date dall'Eq.(3.2):

$$\sigma_{p,notch}=\frac{32}{\pi}\cdot\frac{B}{d^3}\cdot m_B\cdot\ddot{x}_1\cdot K_{t,b} \quad \tau_{p,notch}=\frac{16}{\pi}\cdot\frac{Q}{d^3}\cdot m_T\cdot\ddot{x}_2\cdot K_{t,t} \quad (3.2)$$

Raggruppando le costanti presenti nelle formule di Eq.(3.2) si ricavano due grandezze costanti $C_{\sigma,1}$ e $C_{\tau,2}$ che rappresentano le costanti di proporzionalità fra le tensioni di picco elastico e le accelerazioni in ingresso nel modello analitico.

$$C_{\sigma,1}=\frac{32}{\pi}\cdot\frac{B}{d^3}\cdot m_B\cdot K_{t,b}=43.964\frac{\text{MPa}}{\text{g}} \quad , \quad C_{\tau,2}=\frac{16}{\pi}\cdot\frac{Q}{d^3}\cdot m_T\cdot K_{t,t}=8.516\frac{\text{MPa}}{\text{g}} \quad (3.3)$$

Sostituendo le Eq.(3.3) nelle Eq.(3.2) si possono riscrivere le espressioni di $\sigma_{p,notch}$ e $\tau_{p,notch}$ in maniera semplificata:

$$\sigma_{p,notch}=C_{\sigma,1}\cdot\ddot{x}_1 \quad \tau_{p,notch}=C_{\tau,2}\cdot\ddot{x}_2 \quad (3.4)$$

Invertendo le espressioni degli sforzi di picco $\sigma_{p,notch}$ e $\tau_{p,notch}$ (Eq. 3.4), uguagliate alle resistenze a fatica σ_A a flessione alterna e τ_A a torsione alterna relative a $5\cdot 10^4$ e $2\cdot 10^6$ cicli è possibile ricavare le accelerazioni di interesse (Eq. 3.5).

$$\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 = \frac{\sigma_A}{C_{\sigma,1}} \quad \ddot{x}_2 = \ddot{y}_2 = \frac{\tau_A}{C_{\tau,2}} \quad (3.5)$$

I valori di resistenza σ_A e τ_A sono stati ricavati da prove sperimentali a fatica ad ampiezza costante.

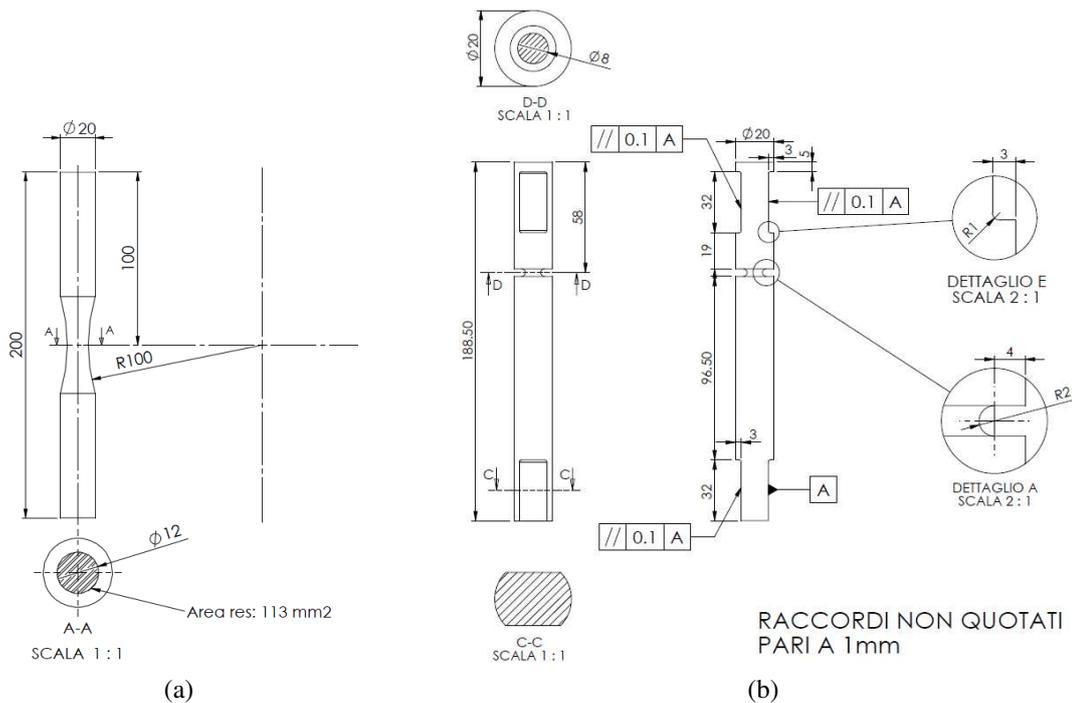


Figura 3.13: (a) provino liscio utilizzato su macchina MTS (b) provino intagliato impiegato nel sistema di prova.

Provinci cilindrici non intagliati (Fig. 3.13(a)) sono quindi stati sottoposti, da una macchina MTS, a carichi di trazione-compressione con un rapporto di ciclo pari a $R=-1$. La regressione lineare dei risultati sperimentali [AST_12] ha restituito la curva S-N, caratterizzata da una resistenza a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli per il materiale base di $\sigma_{A0,-1} = 329.4$ MPa e da pendenza inversa pari a $k_{\sigma} = 16.1$. Non avendo svolto prove a torsione alterna ad ampiezza costante si assume che la resistenza a fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli a torsione alterna per il materiale base sia $\tau_{A0,-1} = \sigma_{A0,-1} / \sqrt{3} = 190.1$ MPa con pendenza inversa $k_{\sigma} = k_{\tau}$.

Nell'ipotesi di totale sensibilità all'intaglio, i limiti a fatica per il provino intagliato (Fig. 3.13(b)) sono scalati come $\sigma_{An,-1} = \sigma_{A0,-1} / K_{t,b} = 227.6$ MPa e $\tau_{An,-1} = \tau_{A0,-1} / K_{t,t} = 149.4$ MPa [Sch_09], mentre le pendenze inverse sono $k_{\sigma,n} = 6.16$ e $k_{\tau,n} = 7.85$. In Figura 3.14(a) si riportano i valori di resistenza a $5 \cdot 10^4$ e a $2 \cdot 10^6$ cicli per le curve S-N per materiale base e provino intagliato a sforzi assiali alterni e a torsione alterna.

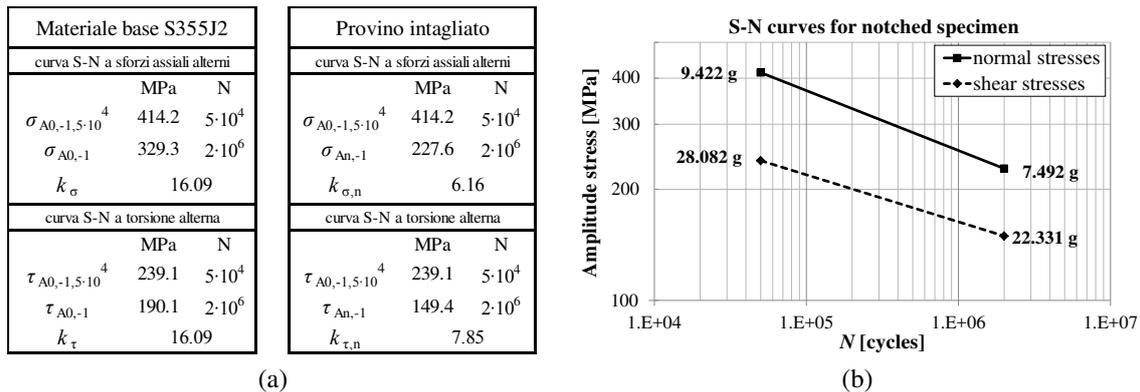


Figura 3.14: (a) valori di resistenza a $5 \cdot 10^4$ e a $2 \cdot 10^6$ cicli per le curve S-N per materiale base e provino intagliato a sforzi assiali alterni e a torsione alterna; (b) curve S-N per provino intagliato per sforzi normali e di taglio e accelerazioni in ingresso calcolate con il modello a parametri concentrati;

In Figura 3.14(b) sono riportate le curve S-N per il provino intagliato per sforzi normali e di taglio. In ascissa si mostrano il numero di cicli a rottura ed in ordinata le ampiezze nominali di sollecitazione.

Vengono anche indicati i valori di accelerazione da applicare con lo shaker per portare a rottura il provino calcolati con l'equazione (3.5). Per motivi pratici, le accelerazioni sono state calcolate (Eq.(3.5)) utilizzando le resistenze a fatica della curva S-N a sforzi assiali alterni ricavata da MTS anziché la curva S-N a flessione alterna. Ciò non rappresenta un'eccessiva approssimazione, in quanto, in entrambe le tipologie di carico, gli sforzi che agiscono nella sezione resistente del provino sono normali, sebbene il gradiente delle sollecitazioni risulta differente. Si nota che le accelerazioni quasi-statiche calcolate \ddot{x}_1 e \ddot{x}_2 non possono essere applicate direttamente con lo shaker in quanto la sua accelerazione limite è pari a 9 g. Come si vedrà nel paragrafo 3.4.3, per diminuire le accelerazioni in ingresso al di sotto dei 9g, è necessario eccitare il sistema a frequenze più vicine alla risonanza in modo tale che, aumentando di conseguenza la risposta dinamica, venga garantito uno stato tensionale adeguato per portare a rottura il provino.

Il modello a parametri concentrati permette anche di stimare le deformazioni nella sezione mediana del gambo del T-clamp, instaurate dai carichi flessionali e torsionali agenti sul provino (Figura 3.15).

Un'accelerazione verticale genera un momento flettente, agente sulla sezione centrale del T-clamp, pari a $M_{B,clamp} = F_B \cdot (B+A)$, dove $A=37$ mm è la distanza tra il centro della sezione netta e l'asse verticale del T-clamp. Lo sforzo normale è $\sigma_{B,clamp} = (M_{B,clamp} / W_{B,clamp})$, dove $W_{B,clamp} = (a \cdot b^2) / 6$ è il modulo di resistenza a flessione lungo l'asse x della sezione resistente, mentre $a=20$ mm e $b=30$ mm sono le dimensioni

della sezione resistente del T-clamp. Le deformazioni sono $\varepsilon_{B,clamp} = \sigma_{B,clamp} / E$, dove E è il modulo elastico pari a 205.9 GPa.

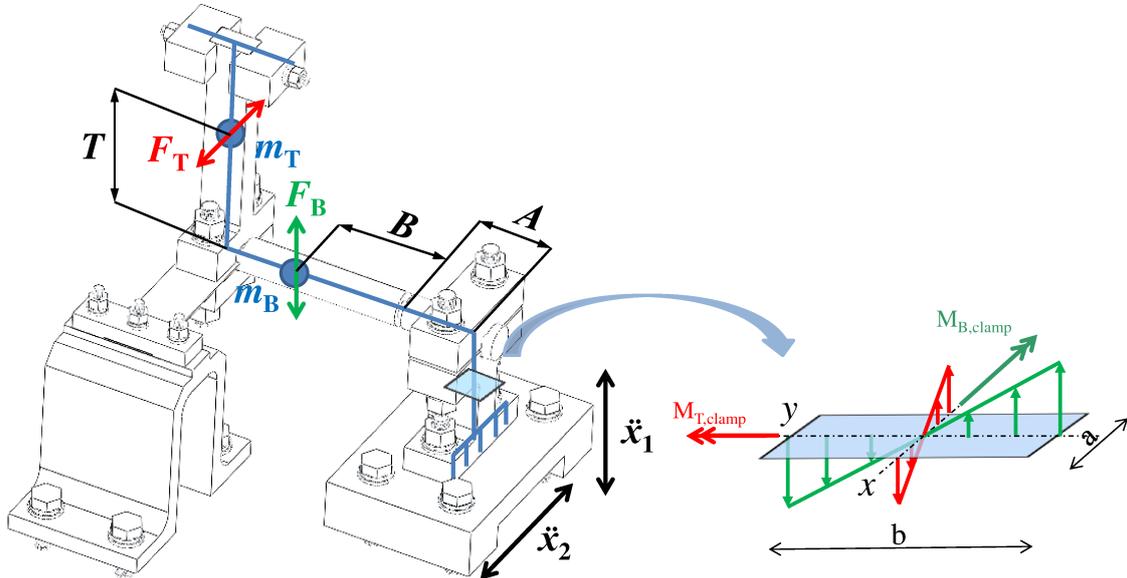


Figura 3.15: modello a parametri concentrati per il calcolo delle deformazioni nella sezione del T-clamp.

Un'accelerazione orizzontale instaura un momento flettente sulla sezione del T-clamp pari al momento torcente agente sul provino $M_{T,clamp} = M_T$. Lo sforzo normale è $\sigma_{T,clamp} = (M_{T,clamp} / W_{T,clamp})$ e le deformazioni risultano $\varepsilon_{T,clamp} = \sigma_{T,clamp} / E$, dove $W_{T,clamp} = (a^2 \cdot b) / 6$ è il modulo a resistenza a flessione lungo l'asse y della sezione.

Riorganizzando le precedenti espressioni, si ottengono le Eq. 3.6 che permettono di calcolare le deformazioni nella sezione del T-clamp a seguito di un carico flessionale e torsionale agente sul provino.

$$\varepsilon_{B,clamp} = \frac{6}{E} \cdot \frac{B+A}{(a \cdot b^2)} \cdot m_B \cdot \ddot{x}_1 \quad \varepsilon_{T,clamp} = \frac{6}{E} \cdot \frac{T}{(a^2 \cdot b)} \cdot m_T \cdot \ddot{x}_2 \quad (3.6)$$

Raggruppando le costanti presenti nelle formule di Eq.(3.6) si ricavano due grandezze costanti $C_{\varepsilon B,1}$ e $C_{\varepsilon T,2}$ che rappresentano le costanti di proporzionalità fra le deformazioni nel T-clamp e le accelerazioni in ingresso nel modello analitico.

$$C_{\varepsilon B,1} = \frac{6}{E} \cdot \frac{B+A}{(a \cdot b^2)} \cdot m_B = 3.455 \frac{\mu\text{-strain}}{g} \quad C_{\varepsilon T,2} = \frac{6}{E} \cdot \frac{T}{(a^2 \cdot b)} \cdot m_T = 2.840 \frac{\mu\text{-strain}}{g} \quad (3.7)$$

Sostituendo le Eq.(3.7) nelle Eq.(3.6) si possono riscrivere le espressioni di $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$ in maniera semplificata:

$$\varepsilon_{B,clamp}=C_{\varepsilon B,1}\cdot\ddot{x}_1 \quad \varepsilon_{T,clamp}=C_{\varepsilon T,2}\cdot\ddot{x}_2 \quad (3.8)$$

Si possono ricavare ora le costanti di proporzionalità che legano le tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino (calcolate con l'Eq. 3.2) con le deformazioni nel T-clamp (calcolate con l'Eq. 3.6):

$$C_{\sigma,\varepsilon B}=\frac{\sigma_{p,notch}}{\varepsilon_{B,clamp}}=\frac{\frac{32}{\pi}\cdot\frac{B}{d^3}\cdot K_{t,b}}{\frac{6}{E}\cdot\frac{B+A}{(a\cdot b^2)}}=\frac{C_{\sigma,1}}{C_{\varepsilon B,1}}=12.724\frac{\text{MPa}}{\text{g}} \quad (3.9)$$

$$C_{\tau,\varepsilon T}=\frac{\tau_{p,notch}}{\varepsilon_{T,clamp}}=\frac{\frac{16}{\pi}\cdot\frac{T}{d^3}\cdot K_{t,t}}{\frac{6}{E}\cdot\frac{T}{(a^2\cdot b)}}=\frac{C_{\tau,2}}{C_{\varepsilon T,2}}=2.998\frac{\text{MPa}}{\text{g}}$$

In Tabella 3.1 sono riportati i valori stimati, con il modello analitico, di accelerazione da applicare in ingresso (\ddot{x}_1 e \ddot{x}_2) per ottenere le tensioni di picco elastico nell'intaglio ($\sigma_{p,notch}$ e $\tau_{p,notch}$) a $5\cdot 10^4$ e $2\cdot 10^6$ cicli e i relativi i valori di deformazione nel T-clamp ($\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$).

CARICO FLESSIONALE SUL PROVINO			
Num. cicli	\ddot{x}_1 [g]	$\varepsilon_{B,clamp}$ [μ -strain]	$\sigma_{p,notch}$ [MPa]
$5\cdot 10^4$	9.422	32.553	414.2
$2\cdot 10^6$	7.492	25.885	329.3
CARICO TORSIONALE SUL PROVINO			
Num. Cicli	\ddot{x}_2 [g]	$\varepsilon_{T,clamp}$ [μ -strain]	$\tau_{p,notch}$ [MPa]
$5\cdot 10^4$	28.082	79.764	239.1
$2\cdot 10^6$	22.331	63.429	190.1

Tabella 3.1: accelerazioni in input, deformazioni nel T-clamp e tensioni di picco calcolate a $5\cdot 10^4$ e $2\cdot 10^6$ cicli, nel caso di carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

Il modello analitico a masse concentrate ha permesso di stimare le accelerazioni in ingresso da applicare con lo shaker, per portare a rottura il provino (Eq. 3.5). Le accelerazioni calcolate sono troppo elevate perché superano l'accelerazione limite dello shaker. Come anticipato precedentemente, è necessario eccitare il sistema a frequenze

più vicine alla risonanza in modo tale che, aumentando di conseguenza la risposta dinamica, venga garantito uno stato tensionale adeguato per portare a rottura il provino. In questo modo si possono mantenere le accelerazioni in ingresso \ddot{x} al di sotto dell'accelerazione limite dello shaker.

Il modello analitico, essendo un modello quasi-statico, non fornisce informazioni riguardanti il comportamento dinamico del sistema e quindi l'investigazione delle risonanze ed dei relativi modi di vibrare si rivela impossibile.

Di conseguenza, è stato necessario sviluppare un modello numerico agli elementi finiti con cui modellare il sistema di prova, studiandone sia il comportamento dinamico che lo stato tensionale.

3.4.3: modello numerico agli elementi finiti

Il sistema di prova è stato modellato e analizzato con il programma commerciale di Ansys Mechanical APDL. Il modello numerico assume un materiale lineare, elastico ed isotropo, le cui proprietà, tipiche per l'acciaio S355J2C sono riportate in Tabella 3.2, dove ρ è la densità, E è il modulo elastico e ν è il coefficiente di Poisson.

E [GPa]	ν [-]	ρ [kg/m ³]
205.9	0.3	8027

Tabella 3.2: proprietà tipiche del materiale S355J2C.

La geometria è stata leggermente semplificata, eliminando tutte le parti come dadi e tiranti, che sarebbero di fatto influenti nell'analisi.

Una mesh strutturata è stata utilizzata ovunque, tranne per la base 1 a causa della sua elevata complessità geometrica, (Figura 3.16).

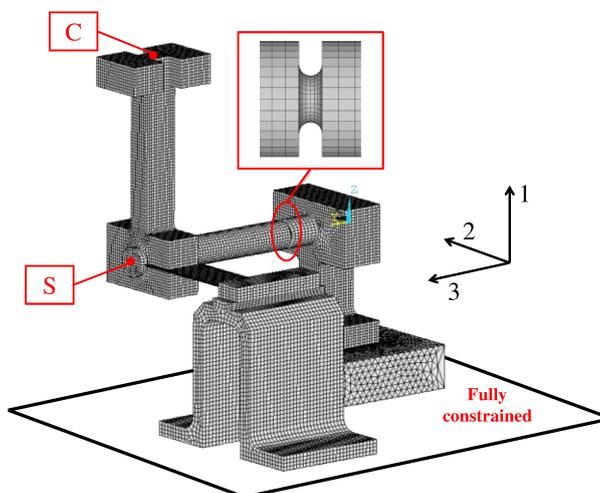


Figura 3.16: modello agli elementi finiti in Ansys Mechanical APDL.

La dimensione media degli elementi nell'intaglio è minore di 0.5 mm, invece è di 1 mm altrove. È stato adottato per l'intero modello un elemento finito cubico ad 8 nodi con tre gradi di libertà (g.d.l.) per ogni nodo (SOLID185), che degenera a un elemento tetraedrico a 4 nodi nella base 1. I nodi che appartengono alle superfici inferiori delle due basi a contatto con la tavola dello shaker sono completamente vincolati.

L'analisi numerica agli elementi finiti si pone i seguenti obiettivi:

- Calcolare la risposta dinamica e le frequenze di risonanza del sistema
- Verificare se flessione e torsione sono disaccoppiate
- Stimare le accelerazioni da applicare alla base con lo shaker per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli
- Calcolare le deformazioni nel T-clamp, derivanti da un carico di flessione e di torsione agente sul provino, col fine di ottenere una stima indiretta dello stato tensionale nell'intaglio del provino.

Un'analisi modale è stata eseguita per identificare le prime due frequenze naturali a flessione e a torsione del sistema ed i rispettivi modi di vibrare (Figura 3.17). La prima risonanza a flessione avviene a 78.7 Hz, mentre la prima risonanza a torsione si verifica a 110 Hz. Entrambi i modi di vibrare considerati sono dovuti prevalentemente alla sola deformata del provino. A frequenze di risonanza superiori invece, si hanno deformazioni degli altri componenti presenti nel sistema. Le risonanze superiori non sono state investigate, in quanto si è deciso di eccitare il sistema a frequenze inferiori rispetto le prime due risonanze (Paragrafo 3.3).

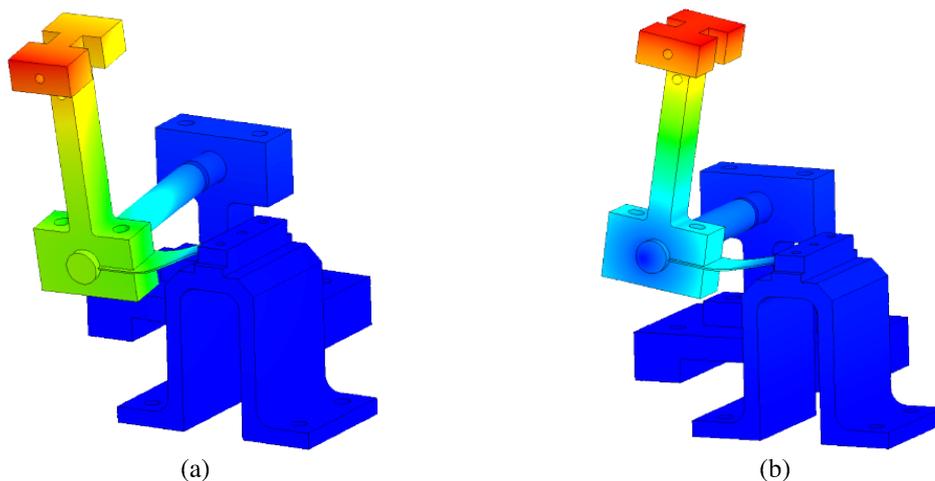


Figura 3.17: (a) 1° forma modale a flessione; (b) 1° forma modale a torsione.

L'investigazione della risposta dinamica del sistema è svolta tramite l'analisi armonica. Nell'analisi armonica viene utilizzata come eccitazione in ingresso

un'accelerazione armonica di frequenza f_0 , di modulo $|\ddot{x}|$ e fase θ , definita come proiezione sull'asse reale di un vettore complesso $\ddot{X}=|\ddot{x}| \cdot e^{i(2\pi f_0 t + \theta)}$:

$$\ddot{x}(t)=|\ddot{x}| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)=\text{Re}(\ddot{X})=\text{Re}(|\ddot{x}| \cdot e^{i(2\pi f_0 t + \theta)}) \quad (3.10)$$

La risposta in accelerazione del sistema $\ddot{y}(t)$ in un generico punto può essere ottenuta come prodotto della funzione di risposta in frequenza (FRF) del sistema $H(f_0)$ per il vettore complesso $\ddot{X}=|\ddot{x}| \cdot e^{i(2\pi f_0 t + \theta)}$ [Dia_93]:

$$\ddot{y}(t)=\text{Re}\left(H(f_0) \cdot \ddot{X}(f_0)\right)=\text{Re}\left(|H(f_0)| \cdot e^{i\psi} \cdot |\ddot{x}| \cdot e^{i(2\pi f_0 t + \theta)}\right) \quad (3.11)$$

Da sottolineare che nel caso di eccitazioni armoniche, $|H(f_0)|$ è uno scalare in quanto è il valore assunto dalla funzione di risposta in frequenza $|H(f)|$ per $f=f_0$.

Ricordando il teorema di De Moivre sul prodotto dei numeri complessi si ottiene dall'Eq.(3.11) la risposta in accelerazione $\ddot{y}(t)$:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) &= \text{Re}\left(H(f_0) \cdot \ddot{X}(f_0)\right) = \text{Re}\left(|H(f_0)| \cdot |\ddot{x}| \cdot e^{i(\psi + \theta)} \cdot e^{i(2\pi f_0 t)}\right) = \\ &= |H(f_0)| \cdot |\ddot{x}| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta + \psi) = \\ &= |\ddot{y}| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta + \psi) \end{aligned} \quad (3.12)$$

dove θ è la fase dell'accelerazione in ingresso $\ddot{x}(t)$, $|H(f_0)| = \sqrt{(\text{Re}(H(f_0)))^2 + (\text{Im}(H(f_0)))^2}$ è il modulo della FRF, $\psi = \arctan(\text{Im}(H(f_0))/\text{Re}(H(f_0)))$ è sia la fase della FRF che lo sfasamento dell'accelerazione in uscita $\ddot{y}(t)$ rispetto a $\ddot{x}(t)$.

Dall'Eq. (3.12) si ricava che l'ampiezza dell'accelerazione in uscita $|\ddot{y}|$ è il prodotto del modulo della FRF $|H(f_0)|$ per l'ampiezza dell'accelerazione in ingresso $|\ddot{x}|$:

$$|\ddot{y}| = |H(f_0)| \cdot |\ddot{x}| \quad (3.13)$$

mentre la fase di $\ddot{y}(t)$ è la somma della fase θ di $\ddot{x}(t)$ e della fase ψ di $H(f_0)$.

A frequenze inferiori della risonanza del sistema la fase ψ rimane pressochè nulla [Dia_93] e quindi l'accelerazione in uscita $\ddot{y}(t)$ è in fase con quella in ingresso $\ddot{x}(t)$.

In questo caso l'accelerazione in uscita si ricava moltiplicando semplicemente l'accelerazione in ingresso per il modulo della FRF del sistema: $\ddot{y}(t) = |H(f_0)| \cdot \ddot{x}(t) = |H(f_0)| \cdot |\ddot{x}| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)$.

Nell'analisi armonica con FEM, il sistema di prova viene sollecitato alla base con un'accelerazione verticale $\ddot{x}_1(t)$ e una orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ definite come: $\ddot{x}_1(t) = |\ddot{x}_1| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_1)$ e $\ddot{x}_2(t) = |\ddot{x}_2| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_2)$. $|\ddot{x}_1|$ e $|\ddot{x}_2|$ rappresentano l'ampiezza delle accelerazioni armoniche mentre f_0 è la frequenza di eccitazione. I pedici 1 e 2 rappresentano le direzioni su cui agiscono le accelerazioni (vedi sistema di riferimento

in Figura 3.16). Si definiscono due posizioni di interesse in cui investigare le accelerazioni: il punto “S” è l’estremità del provino e il punto “C” è l’estremità del cantilever (Figura 3.16). Gli spostamenti di questi due punti, ottenuti dalle rispettive accelerazioni in ingresso, danno un’indicazione dello stato di deformazione nella sezione netta del provino. Lo spostamento verticale di S lungo la direzione 1 è direttamente correlato alla deformazione flessionale del provino e quindi agli sforzi normali nella sezione netta. Lo spostamento orizzontale del punto C lungo la direzione 2 invece è in relazione alla deformazione torsionale del provino e quindi agli sforzi di taglio nella sezione netta.

La relazione fra accelerazioni in ingresso e in uscita del sistema può essere quindi studiata con la teoria dei sistemi Multi-Input/Multi-Output (MIMO). Le accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ rappresentano i due input al sistema. Le accelerazioni in uscita sono quattro: $\ddot{y}_{1,s}(t)$ e $\ddot{y}_{2,s}(t)$ sono rispettivamente l’accelerazione verticale e orizzontale del punto S, mentre $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{y}_{2,c}(t)$ sono rispettivamente l’accelerazione verticale e orizzontale del punto C.

Considerando l’Eq. (3.12), la relazione in notazione matriciale che lega le accelerazioni di input e di output nel dominio del tempo è:

$$\{\ddot{y}(t)\} = [|H(f_0)|] \cdot \{\ddot{x}(t)\} \rightarrow \begin{Bmatrix} \ddot{y}_{1,s}(t) \\ \ddot{y}_{2,s}(t) \\ \ddot{y}_{1,c}(t) \\ \ddot{y}_{2,c}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} |H_{1s,1}(f_0)| & |H_{1s,2}(f_0)| \\ |H_{2s,1}(f_0)| & |H_{2s,2}(f_0)| \\ |H_{1c,1}(f_0)| & |H_{1c,2}(f_0)| \\ |H_{2c,1}(f_0)| & |H_{2c,2}(f_0)| \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

dove $\{\ddot{x}(t)\}$ e $\{\ddot{y}(t)\}$ sono rispettivamente i vettori delle accelerazioni di input e output, mentre $[|H(f_0)|]$ è la matrice di risposta in frequenza, in cui il termine $|H_{ij}(f_0)| = \ddot{y}_i(t)/\ddot{x}_j(t)$ rappresenta il modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) alla frequenza f_0 con input “j” e output “i”. Svolgendo il prodotto matriciale si ottengono le accelerazioni di output lungo le direzioni 1 e 2 nei punti S e C:

$$\begin{cases} \ddot{y}_{1,s}(t) = \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{1s,1}(f_0)| + \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{1s,2}(f_0)| \\ \ddot{y}_{2,s}(t) = \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{2s,1}(f_0)| + \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{2s,2}(f_0)| \\ \ddot{y}_{1,c}(t) = \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{1c,1}(f_0)| + \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{1c,2}(f_0)| \\ \ddot{y}_{2,c}(t) = \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{2c,1}(f_0)| + \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{2c,2}(f_0)| \end{cases} \quad (3.15)$$

Ogni output $\ddot{y}_i(t)$ è costituito da due termini: il primo $|H_{ii}| \cdot \ddot{x}_i(t)$ (con $i=j$) è il modulo della risposta per un modello Single-Input/Single-Output (SISO), mentre il secondo $|H_{ij}| \cdot \ddot{x}_j(t)$ (con $i \neq j$) è il modulo della risposta per un input in direzione “j” e un output in direzione “i”.

Con il modello FEM si eseguono due analisi armoniche per determinare le risposte dinamiche del sistema (FRFs) a flessione e a torsione. Le accelerazioni armoniche in ingresso $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$, applicate alle due basi, hanno 1g di ampiezza e la frequenza f_0 che varia da $f=20$ Hz a 150 Hz. Le risposte in accelerazione verticale e orizzontale sono state calcolate nei punti S e C.

Nella prima analisi armonica, un'accelerazione verticale $\ddot{x}_1(t)$ è stata applicata alla base per produrre un carico di pura flessione e un corrispondente sforzo normale nella sezione intagliata del provino. La Figura 3.18 mostra, con linea continua blu, l'ampiezza della FRF $|H_{1s,1}(f)|$ con input $\ddot{x}_1(t)$ e output $\ddot{y}_{1,s}(t)$ all'estremità del provino. Da Eq. (3.15) si ricava che $\ddot{y}_{1,s}(t)=\ddot{x}_1(t)\cdot|H_{1s,1}(f_0)|$, in quanto $\ddot{x}_2(t)=0$, rendendo nullo il secondo termine $\ddot{x}_2(t)\cdot|H_{1s,2}(f_0)|$. $|H_{1s,1}(f)|$ è quindi una misura indiretta della deformazione flessionale del provino.

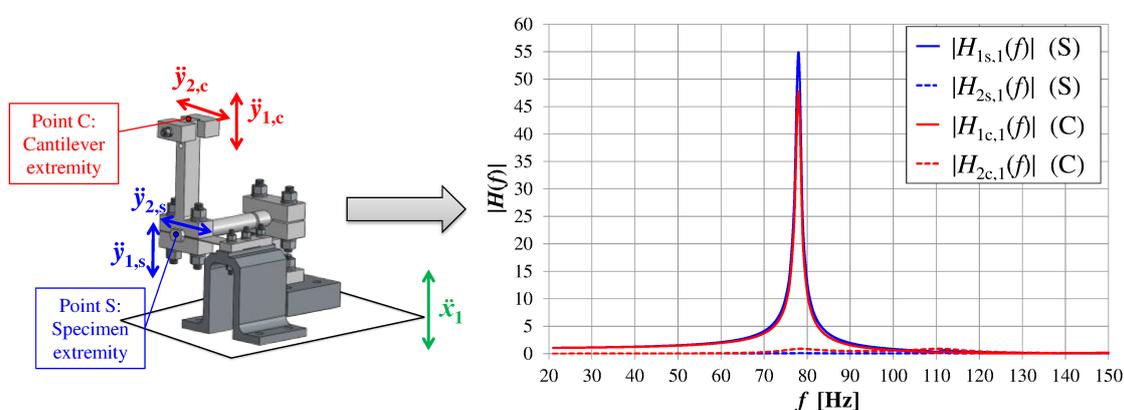


Figura 3.18: $|H_{1s,1}(f)|$, $|H_{2s,1}(f)|$, $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,1}(f)|$ del sistema soggetto ad un'accelerazione verticale alla base $\ddot{x}_1(t)$.

La tipica risonanza si presenta esattamente a 78.7 Hz come calcolato dalla precedente analisi modale. A basse frequenze $|H_{1s,1}(f)|$ è prossima a 1 (comportamento quasi-statico), mentre avvicinandosi alla prima frequenza di risonanza presenta una notevole amplificazione. A frequenze superiori alla frequenza di risonanza, $|H_{1s,1}(f)|$ decresce. La Figura 3.18 riporta anche, con linea discontinua rossa, l'ampiezza della FRF $|H_{2c,1}(f)|$ con input $\ddot{x}_1(t)$ e output $\ddot{y}_{2,c}(t)$ dell'estremità del cantilever. Da Eq. (3.15) si ricava $\ddot{y}_{2,c}(t)=\ddot{x}_1(t)\cdot|H_{2c,1}(f_0)|$, in quanto $\ddot{x}_2(t)=0$. $|H_{2c,1}(f)|$ è una misura indiretta della rotazione del provino e quindi della sua deformazione torsionale. In questo caso $|H_{2c,1}(f)|$ è circa nulla a basse frequenze ed esibisce una piccola amplificazione alle due frequenze naturali di 78.7 e 110 Hz. A frequenze superiori delle due risonanze, $|H_{2c,1}(f)|$ torna a zero. La presenza dei due piccoli picchi può essere spiegata, in modo qualitativo, dall'azione della piastrina sul provino: quando il provino si flette verticalmente, la piastrina non si può allungare e quindi trascina il provino in una piccola rotazione che si traduce in un corrispondente spostamento orizzontale del punto C.

Dall'analisi di $|H_{1s,1}(f)|$ e $|H_{2c,1}(f)|$ in Figura 3.18 emerge che, a seguito di un'accelerazione verticale $\ddot{x}_1(t)$ imposta alla base, il sistema risponde con un'accelerazione verticale del punto S $\ddot{y}_{1,s}(t)$, che corrisponde ad una deformazione flessionale sul provino, senza presentare significative accelerazioni orizzontali $\ddot{y}_{2,c}(t)$ del punto C.

Per completezza in Figura 3.18 si riportano anche $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2s,1}(f)|$. $|H_{1c,1}(f)| = \ddot{y}_{1,c}(t)/\ddot{x}_1(t)$ (da Eq.(3.15)), indicata con linea rossa continua, esibisce un andamento simile a $|H_{1s,1}(f)|$ con il picco di risonanza leggermente inferiore. $|H_{2s,1}(f)| = \ddot{y}_{2,s}(t)/\ddot{x}_1(t)$ (da Eq.(3.15)), indicata con linea blu a tratti, rimane pressoché nulla a tutte le frequenze, in quanto la piastrina blocca le accelerazioni orizzontali $\ddot{y}_{2,s}(t)$ (lungo la direzione 2) del punto S.

Nella seconda analisi armonica, viene applicata un'accelerazione armonica orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ alla base per ottenere una torsione del provino che instaurerà uno sforzo di taglio nella sezione intagliata.

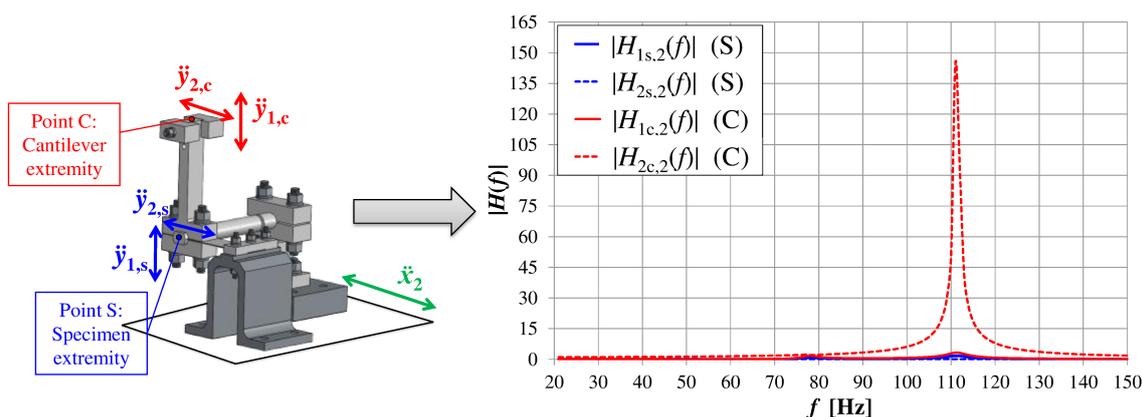


Figura 3.19: $|H_{1s,2}(f)|$, $|H_{2s,2}(f)|$, $|H_{1c,2}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ del sistema soggetto ad un'accelerazione orizzontale alla base $\ddot{x}_2(t)$.

La Figura 3.19 mostra, con linea rossa discontinua, l'ampiezza della FRF $|H_{2c,2}(f)|$ con input $\ddot{x}_2(t)$ e output $\ddot{y}_{2,c}(t)$ nel punto C. Da Eq. (3.15) si ricava che $\ddot{y}_{2,c}(t) = \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{2c,2}(f)|$, in quanto $\ddot{x}_1(t) = 0$. Il trend è simile a quello mostrato precedentemente: $|H_{2c,2}(f)|$ è prossima a 1 a basse frequenze ed esibisce un picco sulla prima frequenza naturale a torsione. La linea blu continua rappresenta l'ampiezza della FRF $|H_{1s,2}(f)|$ con input $\ddot{x}_2(t)$ e output $\ddot{y}_{1,s}(t)$ nel punto S. Da Eq. (3.15) si ricava $\ddot{y}_{1,s}(t) = \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{1s,2}(f)|$. $|H_{1s,2}(f)|$ è circa zero a basse frequenze e presenta due picchi impercettibili in corrispondenza delle due frequenze naturali (difficile da notare in Figura 3.19), per poi diventare circa zero a frequenze superiori.

$|H_{2c,2}(f)|$ e $|H_{1s,2}(f)|$ in Figura 3.19 mostrano che, a seguito di un'accelerazione orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ imposta, il sistema reagisce con un'accelerazione orizzontale del punto

C, $\ddot{y}_{2,c}(t)$, che corrisponde ad una deformazione torsionale del provino, senza presentare significative accelerazioni verticali del punto S, $\ddot{y}_{1,s}(t)$.

In Figura 3.19 si riportano anche $|H_{1c,2}(f)|$ e $|H_{2s,2}(f)|$. $|H_{1c,2}(f_0)| = \ddot{y}_{1,c}(t)/\ddot{x}_2(t)$ (da Eq.(3.15)), indicata con linea rossa continua, rimane praticamente zero per tutte le frequenze tranne in prossimità delle due frequenze naturali in cui presenta due picchi limitati. $|H_{2s,2}(f_0)| = \ddot{y}_{2,s}(t)/\ddot{x}_2(t)$ (da Eq.(3.15)), indicata con linea blu a tratti, rimane pressochè nulla a tutte le frequenze, in quanto la piastrina blocca le accelerazioni orizzontali (lungo la direzione 2) del punto S, $\ddot{y}_{2,s}(t)$.

Le FRFs calcolate mostrate nelle Figure 3.18 e 3.19 si possono sostituire nell'Eq. (3.14) ricavando:

$$\begin{cases} \ddot{y}_{1,s}(t) \\ \ddot{y}_{2,s}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} |H_{1s,1}(f_0)| & \sim 0 \\ \sim 0 & \sim 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{cases} \\ \begin{cases} \ddot{y}_{1,c}(t) \\ \ddot{y}_{2,c}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} |H_{1c,1}(f_0)| & \sim 0 \\ \sim 0 & |H_{2c,2}(f_0)| \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

Svolgendo il prodotto matriciale si ottengono le relazioni approssimate delle accelerazioni di output lungo le direzioni 1 e 2 nei punti S e C:

$$\begin{cases} \ddot{y}_{1,s}(t) \cong \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{1s,1}(f_0)| \\ \ddot{y}_{2,s}(t) \cong 0 \\ \ddot{y}_{1,c}(t) \cong \ddot{x}_1(t) \cdot |H_{1c,1}(f_0)| \\ \ddot{y}_{2,c}(t) \cong \ddot{x}_2(t) \cdot |H_{2c,2}(f_0)| \end{cases} \quad (3.17)$$

Nell'Eq. (3.16) si nota che i termini fuori diagonale sono nulli e quindi, a seguito di un'accelerazione lungo una direzione, il sistema risponderà con un'accelerazione nella stessa direzione (vedi Eq (3.17)). Le Figure 3.18 e 3.19 e l'Eq. (3.17), confermano quindi che, al di fuori delle zone di risonanza, la deformazione flessionale del sistema è disaccoppiata da quella torsionale. Si osserva un modesto accoppiamento in prossimità delle due frequenze naturali, in cui i termini fuori diagonale non sono nulli.

In analogia a quanto fatto con il modello analitico, l'obiettivo che ci si pone ora è la stima delle accelerazioni in ingresso da applicare con lo shaker per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli, una volta soggetto a carichi flessionali e torsionali.

Le due precedenti analisi armoniche hanno permesso di calcolare in frequenza la risposta del sistema non solo in termini di accelerazione ma anche in termini tensionali.

La Figura 3.20 mostra, con linea nera continua, l'ampiezza della FRF $|H_{\sigma,1}(f_0)|$ (Eq.(3.18)) con input le accelerazioni verticali alla tavola $\ddot{x}_1(t)$ e output lo sforzo normale di picco elastico nella sezione netta $\sigma_{p,notch}(t)$, derivante da un carico flessionale sul provino. $|H_{\sigma,1}(f)|$ assume valori maggiori di 1 a basse frequenze e presenta un picco

sulla prima risonanza a flessione del sistema. La linea nera discontinua rappresenta invece, l'ampiezza della FRF $|H_{\tau,2}(f_0)|$ (Eq.(3.18)) con input le accelerazioni orizzontali alla tavola $\ddot{x}_2(t)$ e output lo sforzo di taglio di picco elastico nella sezione netta $\tau_{p,notch}(t)$, derivante da un carico torsionale sul provino. $|H_{\tau,2}(f)|$ assume valori maggiori di 1 a basse frequenze e presenta un picco sulla prima risonanza a torsione.

$$|H_{\sigma,1}(f_0)| = \frac{\sigma_{p,notch}(t)}{\ddot{x}_1(t)} \quad |H_{\tau,2}(f_0)| = \frac{\tau_{p,notch}(t)}{\ddot{x}_2(t)} \quad (3.18)$$

Dalle relazioni di $|H_{\sigma,1}(f_0)|$ e di $|H_{\tau,2}(f_0)|$ (Eq.(3.18)) si può verificare che in caso di accelerazioni armoniche in ingresso, anche le tensioni di picco elastico mostrano un andamento armonico (Eq.(3.19)):

$$\begin{aligned} \sigma_{p,notch}(t) &= |H_{\sigma,1}(f_0)| \cdot |\ddot{x}_1| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_1 + \psi_\sigma) \\ \tau_{p,notch}(t) &= |H_{\tau,2}(f_0)| \cdot |\ddot{x}_2| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_2 + \psi_\tau) \end{aligned} \quad (3.19)$$

dove ψ_σ e ψ_τ sono rispettivamente le fasi di $H_{\sigma,1}(f_0)$ e di $H_{\tau,2}(f_0)$.

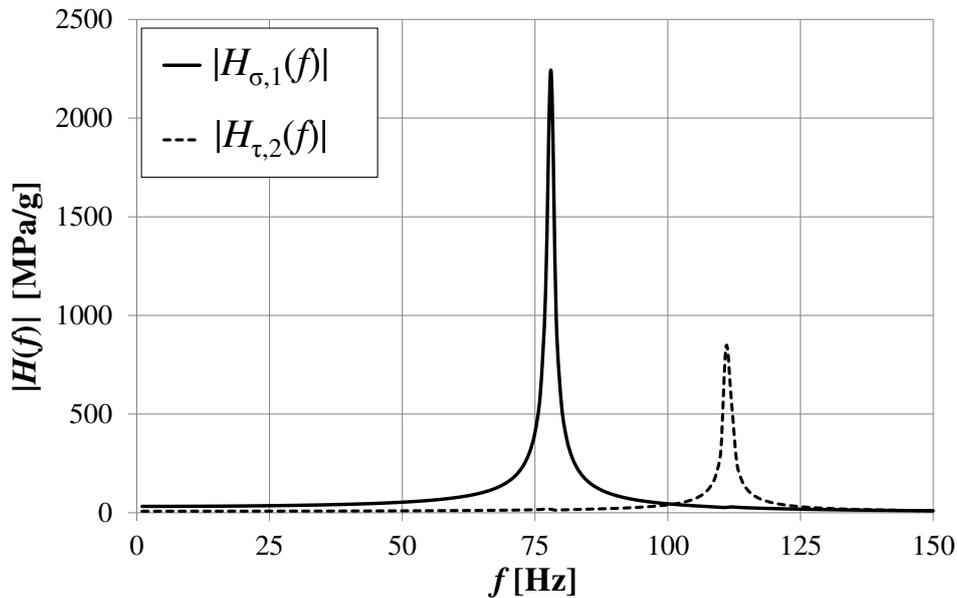


Figura 3.20: Ampiezza delle FRFs $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ che legano gli sforzi di picco elastico nella sezione netta del provino con le accelerazioni applicate alla tavola.

Le ampiezze di accelerazione $|\ddot{x}_1|$ e $|\ddot{x}_2|$ necessarie per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli si ricavano invertendo le espressioni di $|H_{\sigma,1}(f)|$ e di $|H_{\tau,2}(f)|$ nell'Eq.(3.18) ed uguagliando la $\sigma_{p,notch}(t)$ e la $\tau_{p,notch}(t)$, alle resistenze a fatica σ_A a flessione alterna e τ_A a torsione alterna relative a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli (vedi Eq. (3.20)).

$$|\ddot{x}_1| = \frac{\sigma_A}{|H_{\sigma,1}(f_0)|} \quad |\ddot{x}_2| = \frac{\tau_A}{|H_{\tau,2}(f_0)|} \quad (3.20)$$

Il calcolo delle accelerazioni, utilizzando i valori assunti dalle FRFs a 1 Hz (da Figura 3.20, per $f_0=1$ Hz, $|H_{\sigma,1}(f_0)|=31.958$ MPa/g e $|H_{\tau,2}(f_0)|=7.416$ MPa/g), permette di studiare il sistema nella zona quasi-statica e quindi i risultati FEM sono direttamente confrontabili con quelli del modello analitico. Per esempio per portare a rottura il provino a torsione alterna a $5 \cdot 10^4$ cicli occorre un'accelerazione con ampiezza $|\ddot{x}_2|=239.1/7.416=32.246$ g.

In Figura 3.21, per le curve S-N per il provino intagliato per sforzi normali e di taglio (già mostrate in Figura 3.14(b)) sono riportate le ampiezze di accelerazione $|\ddot{x}_1|$ e $|\ddot{x}_2|$ calcolate con il FEM (con $f_0=1$ Hz) necessarie per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli.

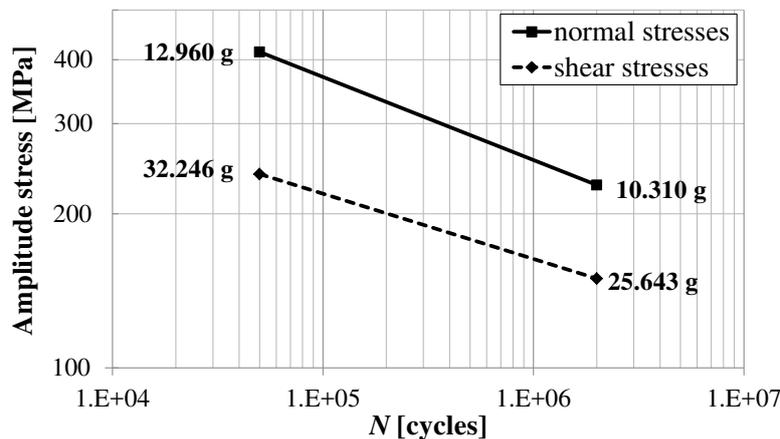


Figura 3.21: curve S-N per provino intagliato per sforzi normali e di taglio e ampiezze di accelerazione $|\ddot{x}_1|$ e $|\ddot{x}_2|$ in ingresso calcolate con il modello FEM.

Anche da questa analisi numerica emerge che le accelerazioni calcolate $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ (per $f_0=1$ Hz) superano l'accelerazione limite di 9 g applicabile dallo shaker. Occorre eccitare il sistema a frequenze maggiori in cui $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ assumono valori più elevati (vedi Figura 3.20). In questo modo si riesce a portare il provino a rottura diminuendo le accelerazioni in ingresso.

Può essere utile definire le due frequenze di eccitazione minime (una a flessione e una a torsione), al di sotto delle quali non è più possibile portare a rottura il provino.

Per esempio, con $f_0=85$ Hz, $|H_{\tau,2}(f_0)|=28.076$ MPa/g (da Figura 3.20) e quindi è sufficiente $|\ddot{x}_2|=8.520$ g e $|\ddot{x}_2|=6.771$ g per portare a rottura con un carico torsionale il provino rispettivamente a $5 \cdot 10^4$ cicli e a $2 \cdot 10^6$ cicli. Invece per avere la rottura con un carico flessionale a $5 \cdot 10^4$ cicli e a $2 \cdot 10^6$ cicli occorrono rispettivamente $|\ddot{x}_1|=8.973$ g e

$|\ddot{x}_1|=7.132$ g con $f_0=44$ Hz e $|H_{\sigma,1}(f_0)|=46.185$ MPa/g (da Figura 3.20). Le due frequenze di eccitazione ($f_0=44$ Hz e $f_0=85$ Hz) rimangono collocate nella zona quasi orizzontale delle FRFs $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ (Figura 3.20), garantendo quindi i vantaggi derivanti da un'eccitazione fuori risonanza.

Un altro obiettivo che si pone l'analisi numerica attraverso il modello agli elementi finiti è il calcolo delle deformazioni nella sezione del T-clamp, instaurate da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino, che determinano la rottura a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli, rispettivamente (Figura 3.22).

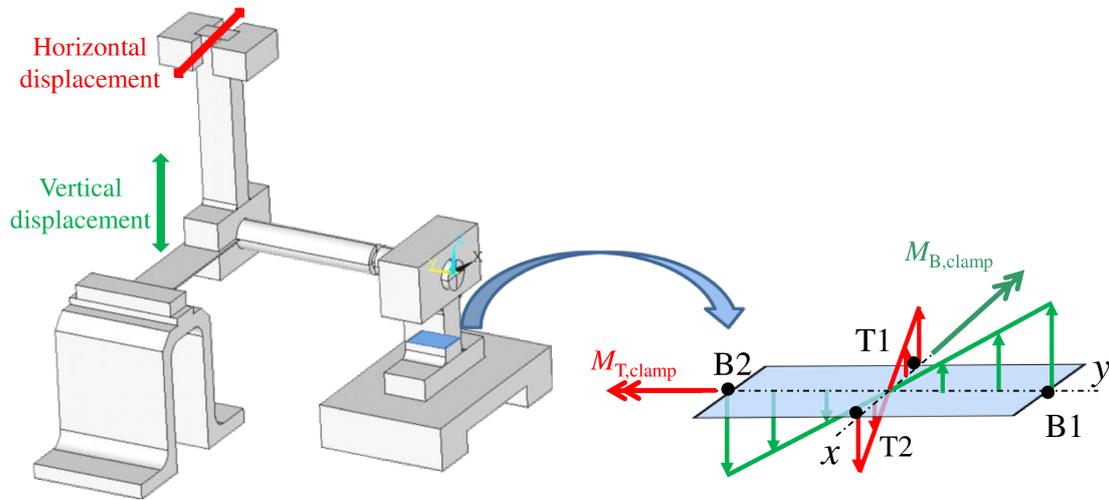


Figura 3.22: momenti flettenti nella sezione mediana del T-clamp, instaurati da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

In Figura 3.23 (ricavata dall'analisi FEM armonica) si riporta, con linea nera continua, l'ampiezza della FRF $|H_{\varepsilon_{B,1}}(f)|$ (Eq. (3.21)), con input l'accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ e output le deformazioni $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ calcolate nella sezione del T-clamp nel punto B1 o B2 (Figura 3.22). La linea nera discontinua rappresenta invece, l'ampiezza della FRF $|H_{\varepsilon_{T,2}}(f)|$ (Eq. (3.21)) con input l'accelerazione $\ddot{x}_2(t)$ e output le deformazioni $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ calcolate nella sezione del T-clamp nel punto T1 o T2 (Figura 3.22).

$$|H_{\varepsilon_{B,1}}(f_0)| = \frac{\varepsilon_{B,clamp}(t)}{\ddot{x}_1(t)} \quad |H_{\varepsilon_{T,2}}(f_0)| = \frac{\varepsilon_{T,clamp}(t)}{\ddot{x}_2(t)} \quad (3.21)$$

$|H_{\varepsilon_{B,1}}(f)|$ e $|H_{\varepsilon_{T,2}}(f)|$ presentano un picco in prossimità delle due frequenze naturali in modo analogo a $|H_{\sigma,1}(f)|$ e di $|H_{\tau,2}(f)|$ mostrate in Figura 3.20.

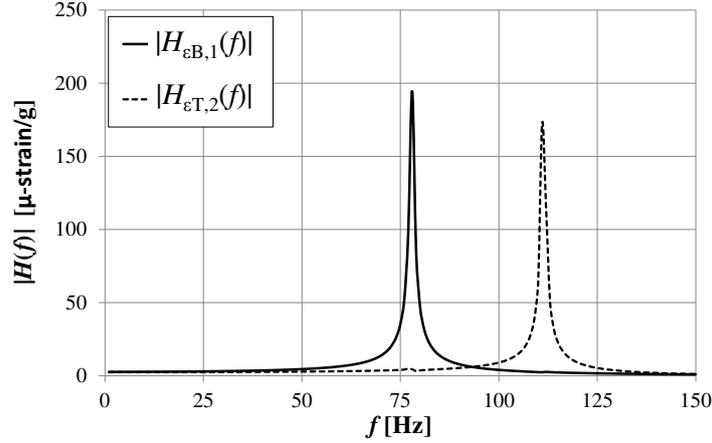


Figura 3.23: Ampiezza delle FRFs $|H_{\epsilon_{B,1}}(f)|$ e $|H_{\epsilon_{T,2}}(f)|$ che legano le deformazioni nella sezione del T-clamp con le accelerazioni in ingresso.

Dalle relazioni di $|H_{\epsilon_{B,1}}(f_0)|$ e di $|H_{\epsilon_{T,2}}(f_0)|$ si può verificare che in caso di accelerazioni armoniche in ingresso, anche le deformazioni nel T-clamp mostrano un andamento armonico:

$$\begin{aligned}\epsilon_{B,\text{clamp}}(t) &= |H_{\epsilon_{B,1}}(f_0)| \cdot |\ddot{x}_1| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_1 + \psi_{\epsilon_{B,1}}) \\ \epsilon_{T,\text{clamp}}(t) &= |H_{\epsilon_{T,2}}(f_0)| \cdot |\ddot{x}_2| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta_2 + \psi_{\epsilon_{T,2}})\end{aligned}\quad (3.22)$$

dove $\psi_{\epsilon_{B,1}}$ e $\psi_{\epsilon_{T,2}}$ sono rispettivamente le fasi di $H_{\epsilon_{B,1}}(f)$ e di $H_{\epsilon_{T,2}}(f)$ per $f=f_0$.

La Figura 3.24 mostra, con linea nera continua, l'ampiezza della FRF $|H_{\sigma,\epsilon_{B,1}}(f)|$ (Eq. (3.23)) con input le deformazioni $\epsilon_{B,\text{clamp}}(t)$ calcolate nella sezione del T-clamp nel punto B1 o B2 e output lo sforzo normale di picco elastico nella sezione netta $\sigma_{p,\text{notch}}(t)$, derivante da un carico flessionale sul provino.

$$|H_{\sigma,\epsilon_{B,1}}(f_0)| = \frac{\sigma_{p,\text{notch}}(t)}{\epsilon_{B,\text{clamp}}(t)} = \frac{|H_{\sigma,1}(f_0)|}{|H_{\epsilon_{B,1}}(f_0)|} \quad |H_{\tau,\epsilon_{T,2}}(f_0)| = \frac{\tau_{p,\text{notch}}(t)}{\epsilon_{T,\text{clamp}}(t)} = \frac{|H_{\tau,2}(f_0)|}{|H_{\epsilon_{T,2}}(f_0)|}\quad (3.23)$$

$|H_{\sigma,\epsilon_{B,1}}(f)|$ presenta un andamento monotono decrescente all'aumentare della frequenza ma tuttavia rimane approssimativamente costante fino alla prima risonanza flessionale di 78.7 Hz.

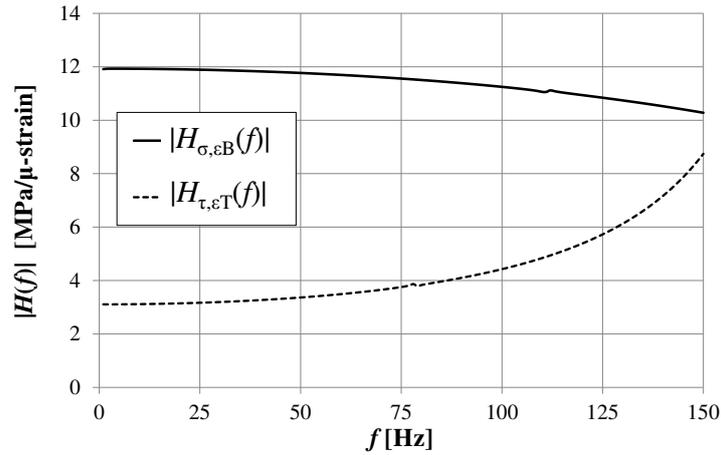


Figura 3.24: Ampiezza delle FRFs $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$ e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$ che legano gli sforzi di picco elastico nella sezione netta del provino con le deformazioni nella sezione del T-clamp.

La linea nera discontinua rappresenta invece, l'ampiezza della FRF $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$ (Eq. (3.23)) con input le deformazioni $\varepsilon_{T,\text{clamp}}(t)$ calcolate nella sezione del T-clamp nel punto T1 o T2 e output lo sforzo di taglio di picco elastico nella sezione netta $\tau_{p,\text{notch}}(t)$, derivante da un carico torsionale sul provino. $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$ è una funzione monotona crescente in frequenza ed è pressoché costante fino alla frequenza di 50 Hz.

Si sono indagate le deformazioni nei punti B1, B2, T1 e T2 che sono le posizioni intermedie dei bordi della sezione del T-clamp, in quanto sperimentano gli sforzi normali massimi.

Le ampiezze di deformazione nel T-clamp $|\varepsilon_{B,\text{clamp}}|$ e $|\varepsilon_{T,\text{clamp}}|$ che si instaurano per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli si ricavano invertendo le espressioni di $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|$ e di $|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|$ (Eq.(3.23)) ed uguagliando $\sigma_{p,\text{notch}}(t)$ e $\tau_{p,\text{notch}}(t)$, alle resistenze a fatica σ_A a flessione alterna e τ_A a torsione alterna relative a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli (vedi Eq. (3.24)).

$$|\varepsilon_{B,\text{clamp}}| = \frac{\sigma_A}{|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|} \quad |\varepsilon_{T,\text{clamp}}| = \frac{\tau_A}{|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|} \quad (3.24)$$

In analogia a quanto fatto con il calcolo delle accelerazioni, le deformazioni vengono calcolate, utilizzando i valori assunti dalle FRFs a $f_0=1$ Hz (da Figura 3.24, per $f_0=1$ Hz, $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|=11.91$ MPa/μ-strain e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|=3.10$ MPa/ μ-strain).

In Tabella 3.3 si riportano le ampiezze di accelerazione $|\ddot{x}_1|$ e $|\ddot{x}_2|$ stimate con il FEM da applicare in ingresso al sistema per ottenere le tensioni di picco elastico nell'intaglio ($|\sigma_{p,\text{notch}}|$ e $|\tau_{p,\text{notch}}|$) pari ai valori di resistenza σ_A e τ_A a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli e le relative ampiezze di deformazione nel T-clamp ($|\varepsilon_{B,\text{clamp}}|$ e $|\varepsilon_{T,\text{clamp}}|$).

CARICO FLESSIONALE SUL PROVINO			
Num. cicli	$ \ddot{x}_1 $ [g]	$ \epsilon_{B,clamp} $ [μ -strain]	σ_A [MPa]
$5 \cdot 10^4$	12.960	34.778	414.201
$2 \cdot 10^6$	10.310	27.656	329.380
CARICO TORSIONALE SUL PROVINO			
Num. Cicli	$ \ddot{x}_2 $ [g]	$ \epsilon_{T,clamp} $ [μ -strain]	τ_A [MPa]
$5 \cdot 10^4$	32.246	77.447	239.139
$2 \cdot 10^6$	25.643	61.588	190.168

Tabella 3.3: accelerazioni in input e deformazioni nel T-clamp calcolate per portare a rottura il provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli, nel caso di carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

I risultati del modello FEM (Tabella 3.3) vengono ora confrontati con quelli ottenuti precedentemente dal modello analitico (Tabella 3.1). La Tabella 3.4 riporta le ampiezze di accelerazione e di deformazione a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli calcolate con i due modelli, in funzione del tipo di carico agente sul provino.

MODELLO ANALITICO				
Carico agente sul provino	[g] a $5 \cdot 10^4$ cicli	[g] a $2 \cdot 10^6$ cicli	[μ -strain] a $5 \cdot 10^4$ cicli	[μ -strain] a $2 \cdot 10^6$ cicli
Flessionale	9.422	7.492	32.553	25.885
Torsionale	28.082	22.331	79.764	63.429
MODELLO FEM				
Carico agente sul provino	[g] a $5 \cdot 10^4$ cicli	[g] a $2 \cdot 10^6$ cicli	[μ -strain] a $5 \cdot 10^4$ cicli	[μ -strain] a $2 \cdot 10^6$ cicli
Flessionale	12.960	10.310	34.778	27.656
Torsionale	32.246	25.643	77.447	61.588

Tabella 3.4: confronto delle accelerazioni in input e delle deformazioni nel T-clamp a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli, calcolate con il modello analitico e il modello FEM, in funzione del tipo di carico agente sul provino.

Dal confronto emerge che i valori di accelerazione e di deformazione calcolati dai due modelli sono paragonabili. Tuttavia, le accelerazioni calcolate con il modello FEM sono più elevate rispetto a quelle del modello analitico in quanto, in quest'ultimo, non sono stati modellati dadi e viti che comunque, anche se in misura limitata, avrebbero contribuito ad aumentare l'inerzia del sistema e quindi ad un maggiore stato tensionale.

La stretta correlazione dei risultati tra i due modelli conferma che il modello analitico, così come è stato concepito, è un utile strumento per una preliminare e veloce stima delle deformazioni nel T-clamp e delle accelerazioni da applicare con lo shaker.

In sintesi, l'analisi agli elementi finiti, tramite il calcolo delle FRFs e delle relative frequenze di risonanza, ha provato che le risposte dinamiche (flessionale e torsionale) del sistema sono completamente disaccoppiate al di fuori delle zone di risonanza. Dalla stima delle accelerazioni da applicare in ingresso, a causa del limite massimo di accelerazione dello shaker, è emersa la necessità di eccitare il sistema a frequenze maggiori di 1 Hz alle quali $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ assumono valori più elevati e sufficienti per portare a rottura il provino. Inoltre sono state calcolate le deformazioni nella sezione mediana del T-clamp. $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$ e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$ hanno permesso di ottenere una stima delle tensioni di picco nell'intaglio del provino direttamente dai valori di deformazione nel T-clamp.

Dai risultati conseguiti dai due modelli, si può affermare che il sistema di prova è valido per eseguire prove affaticanti su shaker tri-assiale, nelle quali i carichi flessionali e torsionali sul provino sono controllabili in modo indipendente.

Il paragrafo successivo affronta l'indagine sperimentale di un prototipo del sistema di prova che viene validato attraverso prove preliminari in laboratorio con accelerazioni armoniche alla base.

3.5: VALIDAZIONE SPERIMENTALE

Il sistema è costituito da componenti caratterizzati da geometrie molto semplici e quindi è stato possibile realizzarlo interamente da una azienda metalmeccanica locale senza la necessità di utilizzare particolari macchine di lavorazione, mantenendo quindi i costi di produzione molto contenuti.

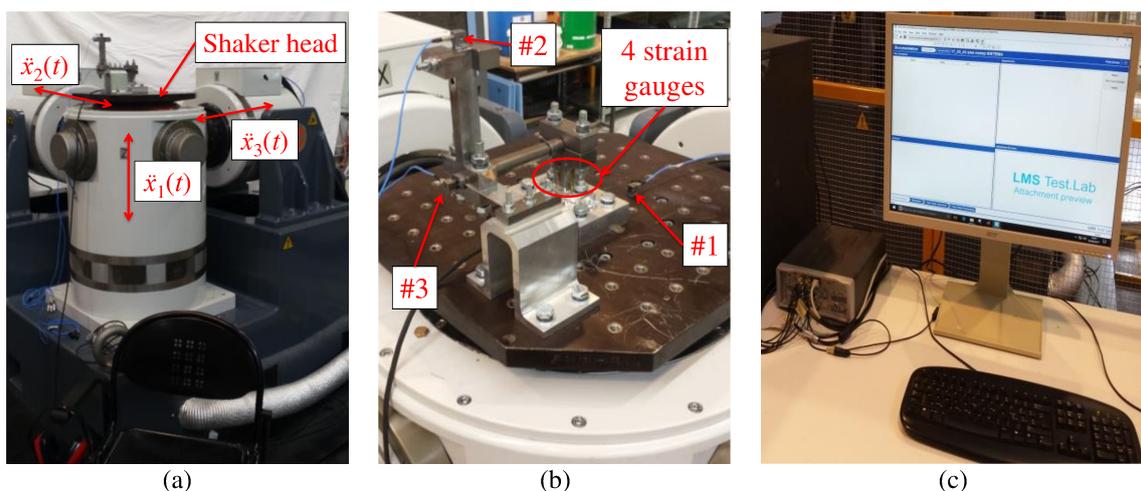


Figura 3.25: (a) shaker tri-assiale; (b) prototipo del sistema di prova montato sulla tavola dello shaker, (c) centralina di controllo e acquisizione dati.

Lo shaker a disposizione (Figura 3.25 (a)), come detto precedentemente, è uno shaker tri-assiale. Lo shaker non è capace di eccitare uno o due assi (canali) alla volta, mantenendo i restanti fermi. Tutti e tre gli assi devono sempre essere attivati. Questo potrebbe costituire una limitazione nel caso in cui si vogliano eseguire prove a singolo o doppio asse. Tuttavia, questo problema può essere facilmente superato se il livello di eccitazione del canale o dei canali secondari sono impostati ad un livello molto più basso del canale principale. Per esempio se si applica un'accelerazione verticale con ampiezza 1g, gli altri due canali dovranno essere impostati a 0.1g. La centralina di controllo dello shaker e di acquisizione dei dati accelerometrici è una LMS SCADAS Mobile, comandata dal software LMS Test.Lab (Figura 3.25 (c)).

Figura 3.25 (b) mostra un prototipo del nuovo sistema di prova montato sulla tavola dello shaker con dadi e bulloni. Il sistema di misura è composto da tre accelerometri tri-assiali: uno (#1) posizionato sulla tavola dello shaker per misurare le accelerazioni in ingresso, in ciclo chiuso con il sistema di controllo, ed altri due accelerometri (#2) e (#3) per monitorare, rispettivamente, la risposta dinamica all'estremità del cantilever beam e all'estremità del provino (cioè i punti S e C introdotti nel paragrafo 3.4). Quattro estensimetri (connessi due a due a mezzo ponte) sono stati posizionati sulle facce del T-clamp, in quanto la loro applicazione nell'intaglio non è possibile, essendo inaccessibile per dimensioni troppo ridotte. Si ricorda che le posizioni in cui si sono collocati gli strumenti sono le stesse in cui l'analisi agli elementi finiti aveva investigato le deformazioni e le risposte dinamiche (vedi paragrafo 3.4).

Prima di condurre qualsiasi tipo di prova, gli estensimetri devono essere verificati e calibrati. Nell'appendice A, relativo alla taratura statica degli estensimetri, questa fase è stata affrontata, attraverso la realizzazione di un apposito sistema che ha permesso di tarare staticamente gli estensimetri sia nel caso di carico flessionale che torsionale sul provino.

Una volta posizionato il sistema di prova e tarati gli strumenti di misura, gli obiettivi che si pone l'indagine sperimentale sono:

- Dimostrare sperimentalmente che flessione e torsione sono disaccoppiate.
- Mostrare l'effetto della differenza di fase delle accelerazioni in ingresso sulla risposta dinamica del sistema.
- Stimare lo stato tensionale nell'intaglio, attraverso le deformazioni misurate nel T-clamp
- Validare i risultati del modello analitico e del modello agli elementi finiti.

3.5.1: FRFs sperimentali

Due analisi armoniche sono state eseguite in laboratorio con l'obiettivo di confermare se, a frequenze inferiori alla risonanza, le deformazioni flessionali e torsionali sul provino sono completamente disaccoppiate, come mostrato precedentemente nelle simulazioni numeriche. Con tali due analisi si vanno a misurare le ampiezze delle FRFs $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$, che rappresentano quindi le risposte dinamiche a flessione e a torsione del sistema in punta al cantilever.

Per rendere minimo qualsiasi eventuale fenomeno di accoppiamento tra la risposta flessionale e torsionale del sistema (come si vedrà nel paragrafo 3.5.2), è stato deciso di applicare alle accelerazioni sui canali secondari uno sfasamento di $\pi/2$ (cioè in quadratura) rispetto all'accelerazione sul canale principale. Le prove armoniche sono state condotte utilizzando il pacchetto MIMO Sine del software LMS.

Col fine di ottenere un carico flessionale sul provino, nella prima analisi armonica si applica alla tavola dello shaker un'accelerazione armonica verticale $\ddot{x}_1(t)=|\ddot{x}_1|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_1)$ con ampiezza $|\ddot{x}_1|=1g$ e frequenza f_0 che varia da 20 Hz a 150 Hz, in passi da 0.05 Hz/sec. $\ddot{x}_1(t)$ è in quadratura con le altre due accelerazioni armoniche orizzontali $\ddot{x}_2(t)=|\ddot{x}_2|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_2)$ e $\ddot{x}_3(t)=|\ddot{x}_3|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_3)$ (rispettivamente accelerazione trasversale e longitudinale), di ampiezza inferiore pari a $|\ddot{x}_2|=|\ddot{x}_3|=0.1g$. Il simbolo “ t ” indica la dipendenza dal tempo.

Nella seconda analisi armonica, simile alla precedente, si applica invece un'accelerazione orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ con ampiezza pari a 1g, per sviluppare un carico torsionale sul provino. Le restanti accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$ sono settate a 0.1g.

L'accelerazione $\ddot{x}_3(t)$, agendo lungo la direzione longitudinale all'asse del provino, non permette di instaurare né un carico flessionale e né uno torsionale sul provino. Per questa ragione in tutte le prove di laboratorio sarà sempre assegnato a $\ddot{x}_3(t)$ un valore di ampiezza significativamente più basso rispetto a quello relativo l'accelerazione sul canale principale.

Durante tutta la durata delle prove, gli accelerometri #1 e #2 hanno monitorato rispettivamente le accelerazioni in ingresso sulla tavola ($\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$) e le risposte in termini di accelerazione all'estremità del cantilever beam ($\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{y}_{2,c}(t)$). I rapporti tra le ampiezze delle grandezze misurate rappresentano le FRFs $|H_{1c,1}(f)|=|\ddot{y}_{1,c}(t)|/|\ddot{x}_1(t)|$ e $|H_{2c,2}(f)|=|\ddot{y}_{2,c}(t)|/|\ddot{x}_2(t)|$. $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ sono strettamente legate rispettivamente alla risposta dinamica flessionale e torsionale del sistema in punta al cantilever.

La frequenza di campionamento F_s per i due accelerometri è stata fissata in funzione del numero minimo di punti richiesti (n_p) per ogni periodo di segnale in accelerazione misurato alla massima frequenza di interesse (f_{int}). In particolare sono richiesti almeno 50 punti alla frequenza massima di interesse. La frequenza di risonanza

a torsione, ricavata con il FEM, pari a 110 Hz, è stata presa come frequenza massima di interesse.

La frequenza di campionamento per i segnali di accelerazione, risultante da $F_s = n_p \cdot f_{int} = 5500$ Hz, è stata fissata pari a 6400 Hz. Avere una frequenza di campionamento così elevata ed un passo di avanzamento in frequenza molto piccolo (0.05 Hz/sec) della frequenza di eccitazione f_0 permettono di ottenere delle misure molto precise anche nella zona di risonanza. Queste accortezze risultano necessarie, in quanto basterebbe un passo d'avanzamento non sufficientemente piccolo o una frequenza di campionamento minore per non essere in grado di misurare completamente l'ampiezza del picco di risonanza. Ciò è dovuto al fatto che la zona di risonanza è caratterizzata da una risposta molto accentuata in un range in frequenza limitato.

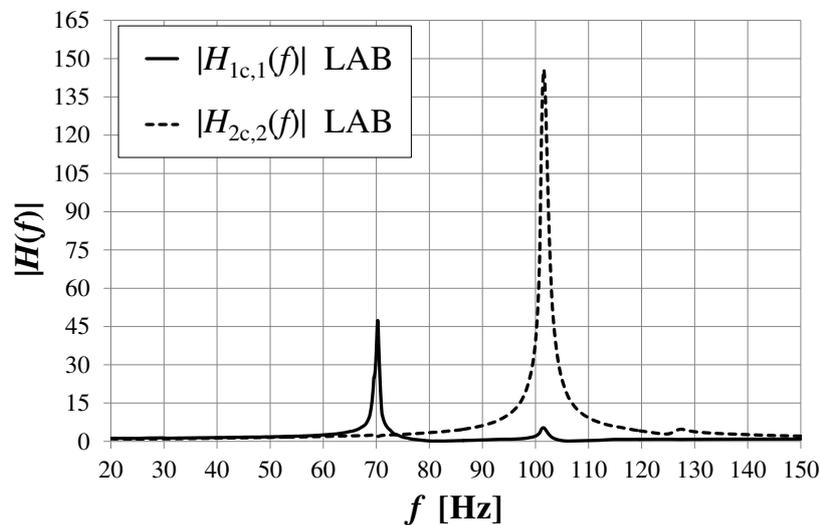


Figura 3.26: Ampiezza delle FRFs sperimentali $|H_{1c,1}(f)|$ (linea continua) $|H_{2c,2}(f)|$ (linea discontinua) del sistema.

La Figura 3.26 mostra, rispettivamente, con linea nera continua e discontinua l'ampiezza delle FRFs sperimentali $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$. $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ sono state ricavate attraverso il rapporto tra le ampiezze di accelerazione misurate dagli accelerometri in uscita e in ingresso ($|H_{1c,1}(f)| = |\ddot{y}_{1,c}|/|\ddot{x}_1|$ e $|H_{2c,2}(f)| = |\ddot{y}_{2,c}|/|\ddot{x}_2|$). Entrambe le FRFs valgono 1 a basse frequenze, presentando una notevole amplificazione nell'intorno delle rispettive risonanze, per poi calare a frequenze superiori. Dalle FRFs, si può apprezzare una piccola amplificazione dovuta ad un trascurabile accoppiamento che si ha attorno alle due risonanze.

Anche sperimentalmente si può concludere che le risposte flessionale e torsionale del sistema sono completamente disaccoppiate al di fuori delle due risonanze, dove

presentano un piccolo accoppiamento, come mostrato dal modello numerico nel paragrafo 3.4.

La Figura 3.27 (a) mostra il confronto fra la $|H_{1c,1}(f)|$, calcolata con il modello agli elementi finiti (linea a tratti) e la $|H_{1c,1}(f)|$ ricavata sperimentalmente (linea continua). L'andamento delle due curve mostra una stretta corrispondenza, soprattutto per quanto riguarda l'ampiezza del picco, in quanto lo smorzamento modale (parametro che incide sull'ampiezza del picco di risonanza), inserito nel modello numerico, è stato calcolato con il metodo della banda di mezza potenza sulle FRFs sperimentali. Tuttavia le curve mostrano una discrepanza nella frequenza di risonanza. Ciò può essere spiegato considerando che nel modello agli elementi finiti le parti assemblate sono considerate come un corpo unico, invece nella realtà esse sono a contatto. Ciò porta ad avere una rigidità strutturale minore di quella teorica e quindi frequenze di risonanza inferiori.

Inoltre nel modello agli elementi finiti non sono stati modellati dadi e viti che avrebbero contribuito ad aumentare l'inerzia del sistema, e portato quindi alla riduzione della frequenza di risonanza. Nell'ottica di eseguire prove a fatica, l'interesse è rivolto ad eccitare frequenze inferiori alle due risonanze (flessionale e torsionale), dove le FRFs numeriche sono in stretta correlazione con quelle sperimentali. Una ricalibrazione del modello agli elementi finiti non si è resa necessaria.

La figura 3.27 (b) mostra il confronto fra la $|H_{2c,2}(f)|$, calcolata con il modello agli elementi finiti (linea a tratti) e la $|H_{2c,2}(f)|$ ricavata sperimentalmente (linea continua). Considerazioni analoghe a prima possono essere dedotte.

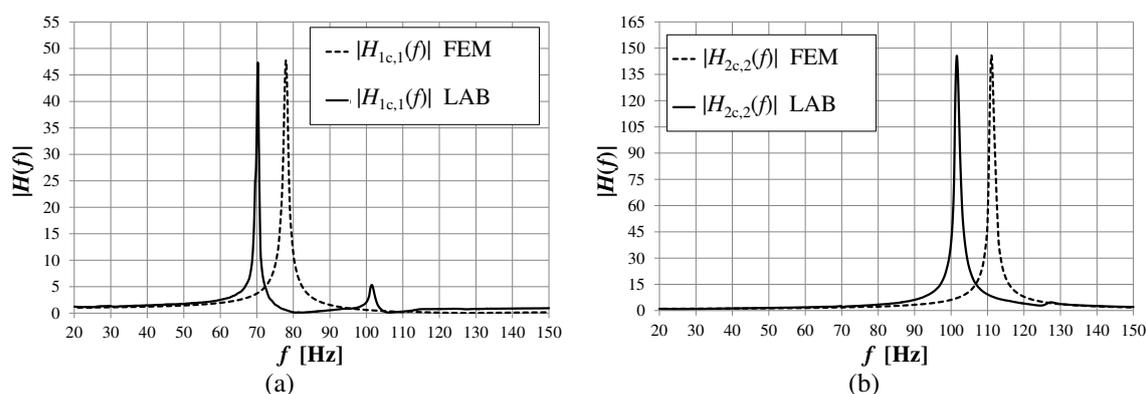


Figura 3.27: (a) Confronto fra la FRF $|H_{1c,1}(f)|$ numerica (FEM) e sperimentale (LAB); (b) Confronto fra la FRF $|H_{2c,2}(f)|$ numerica (FEM) e sperimentale (LAB).

Dall'analisi di Figura 3.27 si può concludere che le FRFs $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ calcolate numericamente sono in ragionevole accordo con quelle sperimentali. Le risposte dinamiche ottenute dal modello agli elementi finiti sono state quindi validate dalle misure sperimentali.

3.5.2: effetto della differenza di fase

La differenza di fase (φ) tra le accelerazioni in ingresso influenza la risposta dinamica del sistema. Tale effetto viene qui di seguito indagato attraverso due prove armoniche in laboratorio in cui il sistema viene eccitato a frequenze inferiori della risonanza flessionale (78.7 Hz). Nella prima analisi, vengono applicate due accelerazioni armoniche $\ddot{x}_1(t)=|\ddot{x}_1|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_1)$ e $\ddot{x}_2(t)=|\ddot{x}_2|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_2)$ in quadratura ($\varphi=\theta_2-\theta_1=\pi/2$) con ampiezza 1g e con la frequenza di eccitazione f_0 che varia da $f=25\div 50$ Hz in passi da 1 Hz/sec. L'accelerazione orizzontale $\ddot{x}_3(t)$ viene mantenuta a 0.1g. Nella seconda analisi armonica vengono applicate le stesse accelerazioni, ma in fase tra loro ($\varphi=\theta_2-\theta_1=0$). Le risposte in termini di accelerazione verticale $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{y}_{1,s}(t)$ sono state misurate, rispettivamente, all'estremità del cantilever beam dall'accelerometro #2 e in punta al provino dall'accelerometro #3.

La frequenza di campionamento degli accelerometri è stata fissata a 1600 Hz, garantendo 32 punti misurabili per ogni periodo del segnale alla frequenza massima investigata (50 Hz).

La Figura 3.28 mostra le ampiezze di accelerazione misurate $|\ddot{y}_{1,c}|$ (in rosso) e $|\ddot{y}_{1,s}|$ (in blu), nel caso di $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ in fase (linea a tratti) e in quadratura (linea continua). Le risposte $|\ddot{y}_{1,c}|$ e $|\ddot{y}_{1,s}|$ vengono riportate in funzione della frequenza di eccitazione armonica f_0 . Si può notare che la risposta del sistema è maggiore quando le accelerazioni in input sono tra di loro in fase.

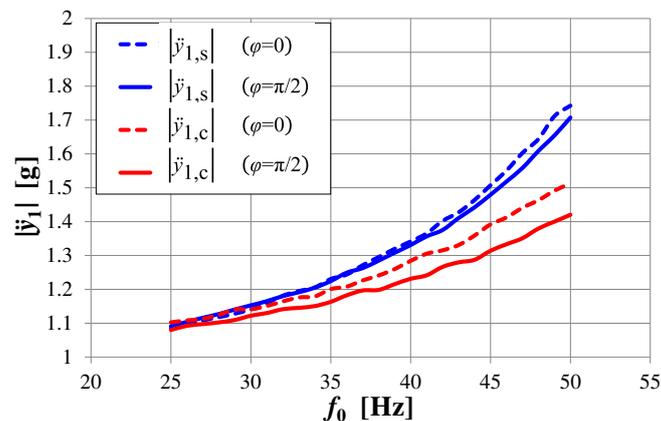


Figura 3.28: Ampiezze di accelerazione $|\ddot{y}_{1,c}|$ (in rosso) e $|\ddot{y}_{1,s}|$ (in blu) misurate rispettivamente dagli accelerometri #2 e #3 nel caso di accelerazioni di input in fase (linea tratteggiata) e in quadratura (linea continua).

Questo comportamento può essere spiegato usando la teoria dei sistemi Multi-Input/Multi-Output (MIMO) impiegata nel paragrafo 3.4, ma stavolta riformulata nel dominio in frequenza. Per semplicità si consideri un sistema con due ingressi e due

uscite. $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ sono le accelerazioni date in input alla tavola dello shaker, lungo le direzioni verticale e orizzontale, mentre $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{y}_{2,c}(t)$ sono rispettivamente la risposta in termini di accelerazione verticale e orizzontale all'estremità del cantilever. In notazione matriciale, la relazione che lega input e output, nel dominio in frequenza è:

$$\{\mathbf{Y}(f)\} = \mathbf{H}(f)\{\mathbf{X}(f)\} \quad \rightarrow \quad \begin{Bmatrix} Y_1(f) \\ Y_2(f) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(f) & H_{12}(f) \\ H_{21}(f) & H_{22}(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

dove i vettori colonna $\{\mathbf{X}(f)\}$, $\{\mathbf{Y}(f)\}$ rappresentano le trasformate di Fourier di $\{\ddot{x}(t)\} = \{\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t)\}^T$ e di $\{\ddot{y}(t)\} = \{\ddot{y}_{1,c}(t), \ddot{y}_{2,c}(t)\}^T$, mentre $[H(f)]$ è la matrice di risposta in frequenza, in cui il termine $H_{ij}(f) = Y_i/X_j$ rappresenta la FRF del sistema con l'input "j" e l'output "i". Svolgendo il prodotto matriciale, si ottiene:

$$\begin{cases} Y_1(f) = X_1(f) \cdot H_{11}(f) + X_2(f) \cdot H_{12}(f) \\ Y_2(f) = X_2(f) \cdot H_{22}(f) + X_1(f) \cdot H_{21}(f) \end{cases} \quad (3.26)$$

Ogni output $Y_i(f)$ è costituito da due termini: il primo $H_{ii}(f)X_i(f)$ (con $i=j$) è la risposta per un modello Single-Input/Single-Output (SISO), mentre il secondo $H_{ij}(f)X_j(f)$ (con $i \neq j$) è la risposta per un input in direzione "j" e un output in direzione "i" (se i termini fuori diagonali $H_{ij}(f)$ sono zero, il sistema è completamente disaccoppiato, cioè la risposta in una direzione è completamente indipendente dall'ingresso applicato nell'altra direzione).

Ora è interessante verificare se il termine relativo all'accoppiamento ($H_{ij}(f)X_j(f)$) dipende dalla fase φ tra i due segnali $\ddot{x}_1(t)$ and $\ddot{x}_2(t)$ di accelerazione in ingresso. Per un segnale armonico $\ddot{x}(t) = |\ddot{x}| \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ la trasformata di Fourier è:

$$X(f) = \left(\frac{|\ddot{x}|}{2} \right) \cdot [e^{i\theta} \delta(f+f_0) + e^{-i\theta} \delta(f-f_0)] \quad (3.27)$$

dove $\delta(f-f_0)$ è la funzione Delta di Dirac [Gra_95].

Con una differenza di fase nulla ($\theta_1 = \theta_2 = 0 \rightarrow \varphi = 0$), entrambi i termini $X_1(f)$ e $X_2(f)$ sono funzioni reali della frequenza. Anche i termini $H_{11}(f)$, $H_{22}(f)$, così come i cross-termini $H_{12}(f)$, $H_{21}(f)$, sono tutte funzioni reali a frequenze minori della risonanza [Dia_93], in quanto le rispettive fasi, definite come $\psi = \arctan(\text{Im}(H_{ij}(f))/\text{Re}(H_{ij}(f)))$, sono zero. Come risultato, anche tutti i prodotti (nell'Eq.(3.26)) $H_{ii}(f)X_i(f)$ e $H_{ij}(f)X_j(f)$ ($i \neq j$) sono funzioni reali. Perciò, le risposte $Y_1(f)$, $Y_2(f)$ non sono altro che la somma di due quantità reali e sono anche in fase con le accelerazioni in ingresso (Figura 3.29(a)).

Per una differenza di fase non nulla ($\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/2 \rightarrow \varphi = \pi/2$) tra le accelerazioni in ingresso $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$, $X_1(f)$ continua ad essere reale, mentre $X_2(f)$ diventa una funzione

immaginaria della frequenza. Mentre il primo prodotto $H_{ii}(f)X_i(f)$ nell'Eq.(3.26) rimane reale, il secondo $H_{ij}(f)X_j(f)$ diventa immaginario. Come risultato, la regola del parallelogramma (Figura 3.29 (b)) dimostra che le risposte $Y_1(f)$, $Y_2(f)$ sono ora minori rispetto al caso di accelerazioni in fase, e non sono nemmeno più in fase con le due accelerazioni in ingresso.

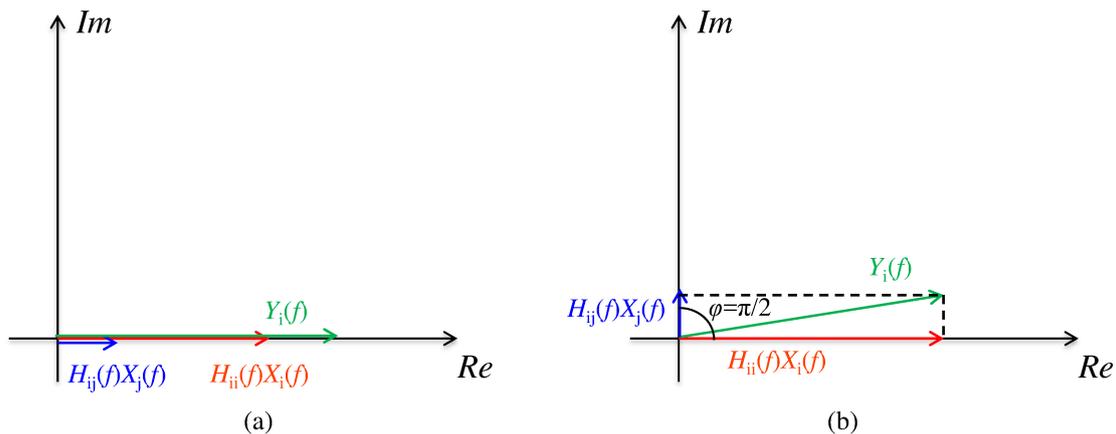


Figura 3.29: effetto della differenza di fase φ sulla risposta del sistema $|Y_i(f)|$ nel caso di accelerazioni di input in fase (a) e in quadratura (b).

Riassumendo, la somma dei due termini nell'Eq.(3.26) è massimizzata solo se le due accelerazioni in ingresso sono in fase. Questo risultato è confermato in Figura 3.28, la quale mostra che la distanza tra le curve in fase e in quadratura incrementa da 25 Hz a frequenze maggiori. Questa differenza deriva dall'effetto di φ tra le accelerazioni in ingresso.

Alla luce dei risultati ottenuti da questa indagine, nelle prove successive si imposteranno sempre in quadratura le accelerazioni di interesse $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$, in modo da garantire il maggior grado di disaccoppiamento possibile tra flessione e torsione del sistema. Tali accorgimenti sono necessari per evitare una torsione parassita quando il sistema viene eccitato verticalmente a flessione e viceversa.

L'indagine sperimentale delle FRFs ha permesso quindi di investigare la risposta dinamica del sistema e l'influenza che ha la differenza di fase delle accelerazioni in ingresso sulla risposta del sistema.

3.5.3: stima dello stato tensionale nell'intaglio

L'obiettivo che ci si pone ora è stimare lo stato tensionale che si sviluppa nel caso di sforzi puramente flessionali, torsionali e flessio-torsionali agenti sul provino. A tale scopo vengono eseguite 3 differenti prove con accelerazioni armoniche alla base ($\ddot{x}_1(t)$, $\ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$) i cui valori di ampiezza e fase sono riportati in Tabella 3.5.

In particolare, attraverso i due modelli, analitico e numerico, si vuole stimare lo stato tensionale nell'intaglio del provino, direttamente dai valori di deformazione che si misurano sperimentalmente nel T-clamp.

1° PROVA: flessione semplice		
Accelerazione	Ampiezza accel. [g]	Fase φ
$\ddot{x}_1(t)$	3	90°
$\ddot{x}_2(t)$	0.2	0°
$\ddot{x}_3(t)$	0.2	0°
2° PROVA: torsione semplice		
Accelerazione	Ampiezza accel. [g]	Fase φ
$\ddot{x}_1(t)$	0.2	90°
$\ddot{x}_2(t)$	3	0°
$\ddot{x}_3(t)$	0.2	0°
3° PROVA: flesso-torsione		
Accelerazione	Ampiezza accel. [g]	Fase φ
$\ddot{x}_1(t)$	3	90°
$\ddot{x}_2(t)$	3	0°
$\ddot{x}_3(t)$	0.2	0°

Tabella 3.5: ampiezze e differenze di fase delle accelerazioni in ingresso applicate durante le prove.

La configurazione del sistema di prova è la stessa delle prove precedenti. L'accelerometro #1 monitora l'accelerazione in ingresso data con lo shaker, mentre gli estensimetri misurano le deformazioni nel T-clamp a seguito di sforzi flessionali e torsionali agenti sul provino. La frequenza di eccitazione f_0 delle accelerazioni in ingresso in accelerazione è costante e pari a 25 Hz. La frequenza di campionamento degli accelerometri è fissata a 1600 Hz, garantendo 64 punti misurabili per ogni periodo del segnale alla frequenza di lavoro $f_0=25$ Hz. Per omogeneità, anche la frequenza di campionamento degli estensimetri è stata settata a 1600 Hz.

Con la centralina estensimetrica è necessario impostare anche la tipologia di filtro da utilizzare durante l'acquisizione dati e la relativa frequenza di taglio. Il filtro è uno strumento molto importante nell'analisi dei dati in quanto permette di attenuare tutti quei rumori e disturbi (per es. quelli elettrici) che si possono presentare ad alte frequenze e che non sono di interesse per la misura. In particolare per queste prove è stato impiegato il filtro di Bessel con una frequenza di taglio di 150 Hz: tutte le componenti del segnale di deformazione misurato con frequenze maggiori di 150 Hz vengono attenuate secondo la legge di decadimento del filtro di Bessel.

Le prove armoniche sono state condotte utilizzando il pacchetto MIMO Sine del software LMS.

Nella prima prova, per ottenere un carico flessionale sul provino, viene applicata alla testa dello shaker un'accelerazione armonica verticale $\ddot{x}_1(t)$ con ampiezza di 3g, in quadratura con le altre due accelerazioni orizzontali $\ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$ di ampiezza inferiore pari a 0.2g.

In Figura 3.30 si riportano i segnali di deformazione misurati nella 1° prova con gli estensimetri nel T-clamp. Si nota che le deformazioni causate da carichi torsionali $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ (linea a tratti) sono praticamente trascurabili rispetto a quelle causate da carichi flessionali $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ (linea continua), in quanto l'accelerazione $\ddot{x}_2(t)$ (non disattivabile) è di molto inferiore alla $\ddot{x}_1(t)$. Il provino è quindi sottoposto ad un carico prevalentemente flessionale. L'andamento dei due segnali di deformazione è armonico così come lo sono le accelerazioni in ingresso. Inoltre si può apprezzare la differenza di fase di $\varphi=\pi/2$ tra $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$, conforme allo sfasamento delle accelerazioni in ingresso.

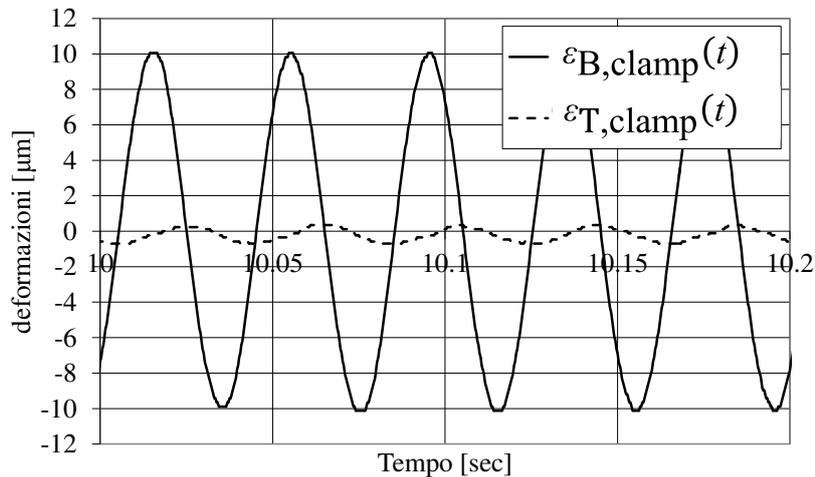


Figura 3.30: $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ misurate nel caso di carico prevalentemente flessionale agente sul provino.

In Tabella 3.6 vengono confrontati i valori di deformazione nel T-clamp $|\varepsilon_{B,clamp}|$ misurati sperimentalmente con quelli calcolati dal modello analitico e dal modello agli elementi finiti. Le accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$, utilizzate in input ai due modelli per il calcolo delle deformazioni, sono quelle misurate sperimentalmente ($|\ddot{x}_1|=2.975$ g, valore praticamente coincidente con il target di 3 g).

Le deformazioni calcolate dal modello analitico e agli elementi finiti si ottengono rispettivamente dall'Eq.(3.8) ($\varepsilon_{B,clamp}=C_{\varepsilon B,1}\cdot\ddot{x}_1$) e dall'Eq.(3.21) ($\varepsilon_{B,clamp}(t)=|H_{\varepsilon B,1}(f_0)|\cdot\ddot{x}_1(t)$, dove $|H_{\varepsilon B,1}(f_0)|=2.980$ per $f=f_0=25$ Hz, da Figura 3.23). Il confronto delle ampiezze di deformazione $|\varepsilon_{B,clamp}|$ mostra una ragionevole correlazione tra i due modelli con i risultati sperimentali.

1°PROVA	Modello analitico	FEM	sperimentale
$ \ddot{x}_1 $ [g]	2.975	2.975	2.975
$ \varepsilon_{B,clamp} $ [μ -strain]	10.279	8.867	10.284
$ \sigma_{p,notch} $ [MPa]	130.8	122.3	/

Tabella 3.6: confronto fra le deformazioni $|\varepsilon_{B,clamp}|$ misurate nella 1° prova e quelle calcolate con i due modelli e tensioni di picco stimate.

Dai segnali di deformazione misurati $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ si può stimare la tensione di picco elastico nell'intaglio del provino, sia con il modello analitico che con quello agli elementi finiti, utilizzando rispettivamente l'Eq.(3.9) ($\sigma_{p,notch}(t)=C_{\sigma,\varepsilon B} \cdot \varepsilon_{B,clamp}(t)$) e l'Eq.(3.23) ($\sigma_{p,notch}(t)=|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)| \cdot \varepsilon_{B,clamp}(t)$), i cui andamenti sono riportati in Figura 3.31.

Le ampiezze delle tensioni di picco elastico (riportate in Tabella 3.6) si ricavano semplicemente applicando l'Eq. (3.13) all'Eq.(3.9) e all'Eq.(3.23): $|\sigma_{p,notch}|=C_{\sigma,\varepsilon B} \cdot |\varepsilon_{B,clamp}|=130.8$ MPa e $|\sigma_{p,notch}|=|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)| \cdot |\varepsilon_{B,clamp}|=122.3$ MPa. $|\varepsilon_{B,clamp}|=10.284$ μ -strain sono le ampiezze delle deformazioni misurate $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|=11.891$ per $f=f_0=25$ Hz (vedi Figura 3.24).

La Figura 3.31 mostra la tensione di picco nell'intaglio $\sigma_{p,notch}(t)$ stimata con il modello analitico (Figura 3.31 (a)) (da Eq.(3.9)) e con il modello agli elementi finiti (Figura 3.31 (b)) (da Eq.(3.23)).

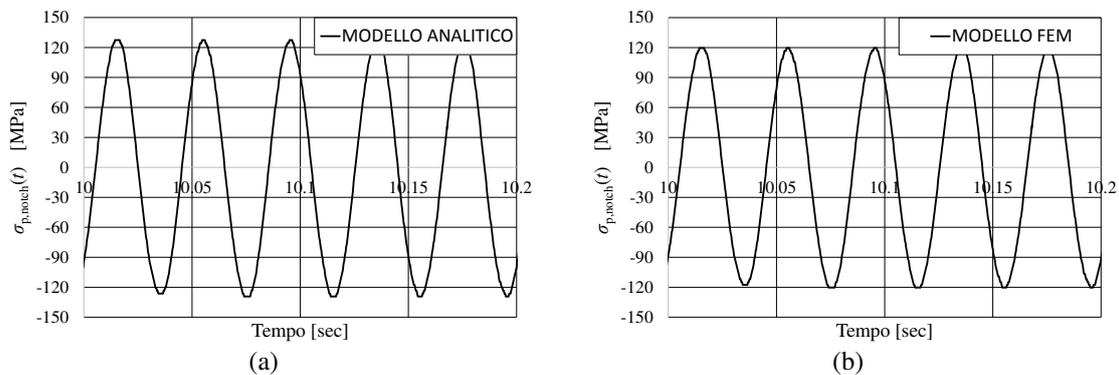


Figura 3.31: tensione di picco elastico nella sezione netta del provino $\sigma_{p,notch}(t)$, soggetto a un carico flessionale. Valore stimato (a) con il modello analitico, (b) con il modello agli elementi finiti.

Nella seconda prova armonica, per ottenere un carico flessionale sul provino, viene applicata alla testa dello shaker un'accelerazione armonica verticale $\ddot{x}_2(t)$ con ampiezza di 3g, in quadratura con le altre due accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$ di ampiezza inferiore pari a 0.2g. La strumentazione, così come le impostazioni del sistema di acquisizione dati sono gli stessi della prova precedente. In Figura 3.32 si riportano i

segnali di deformazione misurati nella 2° prova con gli estensimetri nel T-clamp. Si nota che le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$, causate da carichi flessionali (linea continua) sul provino sono praticamente trascurabili rispetto a quelle causate da carichi torsionali $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ (linea a tratti), in quanto l'accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ (non disattivabile) è di molto inferiore alla $\ddot{x}_2(t)$. Viene confermata quindi la presenza di un carico prevalentemente torsionale agente sul provino. Considerazioni simili a prima possono essere dedotte in merito all'andamento armonico dei due segnali di deformazione.

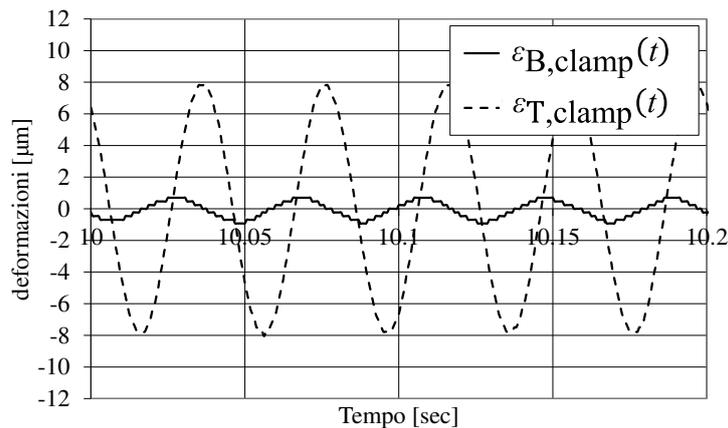


Figura 3.32: $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ misurate nel caso di carico prevalentemente torsionale agente sul provino.

In Tabella 3.7 vengono confrontati i valori di deformazione nel T-clamp $|\varepsilon_{T,clamp}|$ misurati sperimentalmente con quelli ottenuti dal modello agli elementi finiti. Le accelerazioni $\ddot{x}_2(t)$ utilizzate in input ai due modelli per il calcolo delle deformazioni sono quelle misurate sperimentalmente ($|\ddot{x}_2|=3.011$ g).

Le deformazioni calcolate dal modello analitico e agli elementi finiti si ottengono rispettivamente dall'Eq. (3.8) ($\varepsilon_{T,clamp}=C_{\varepsilon T,2}\cdot\ddot{x}_2$) e dall'Eq. (3.21) ($\varepsilon_{T,clamp}(t)=|H_{\varepsilon T,2}(f_0)|\cdot\ddot{x}_2(t)$, dove $|H_{\varepsilon T,2}(f_0)|=2.492$ per $f=f_0=25$ Hz, da Figura 3.23).

2°PROVA	Modello analitico	FEM	sperimentale
$ \ddot{x}_2 $ [g]	3.011	3.011	3.011
$ \varepsilon_{T,clamp} $ [μ -strain]	8.552	7.503	8.086
$ \tau_{p,notch} $ [MPa]	24.2	25.6	/

Tabella 3.7: confronto fra le deformazioni $|\varepsilon_{T,clamp}|$ misurate nella 2° prova e quelle calcolate con i due modelli e tensioni di picco stimate.

Le deformazioni $|\varepsilon_{T,clamp}|$ calcolate dai modelli sono in accordo con i risultati sperimentali.

Come precedentemente mostrato, dai segnali di deformazione misurati $\varepsilon_{T,clamp}(t)$, i due modelli stimano le tensioni di picco elastico nella sezione netta, utilizzando rispettivamente l'Eq.(3.9) ($\tau_{p,notch}(t)=C_{\tau,\varepsilon T}\cdot\varepsilon_{T,clamp}(t)$) e l'Eq.(3.23) ($\tau_{p,notch}(t)=|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|\cdot\varepsilon_{T,clamp}(t)$), i cui andamenti sono riportati in Figura 3.33. Le ampiezze delle tensioni di picco elastico (riportate in Tabella 3.7) si ricavano semplicemente applicando l'Eq. (3.13): $|\tau_{p,notch}|=C_{\tau,\varepsilon T}\cdot|\varepsilon_{T,clamp}|=24.2$ MPa e $|\tau_{p,notch}|=|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|\cdot|\varepsilon_{T,clamp}|=25.6$ MPa.

$|\varepsilon_{T,clamp}|=8.086$ μ -strain sono le ampiezze delle deformazioni misurate $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|=3.167$ per $f=f_0=25$ Hz (vedi Figura 3.24).

La Figura 3.33 mostra l'andamento armonico della tensione di picco elastico nell'intaglio $\tau_{p,notch}(t)$ stimata con il modello analitico (Figura 3.32 (a)) (da Eq.(3.9)) e con il modello agli elementi finiti (Figura 3.32 (b)) (da Eq.(3.23)).

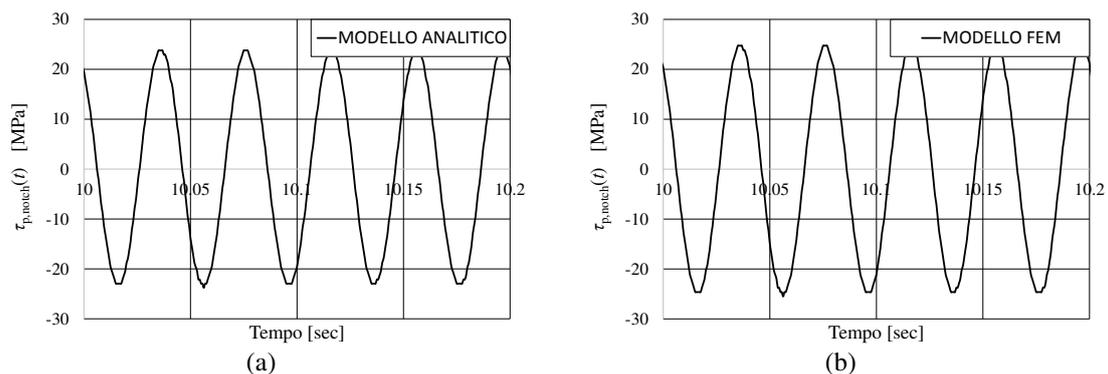


Figura 3.33: tensione di picco elastico nella sezione netta del provino $\tau_{p,notch}(t)$, soggetto a un carico torsionale. Valore stimato (a) con il modello analitico, (b) con il modello agli elementi finiti.

Nella terza prova, per instaurare un carico di flessione-torsione sul provino, vengono applicate un'accelerazione armonica verticale $\ddot{x}_1(t)$ e una orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ con ampiezza di 3g, in quadratura tra loro. La restante accelerazione $\ddot{x}_3(t)$ è impostata a 0.2g. La strumentazione così come le impostazioni del sistema di acquisizione dati sono gli stessi delle due prove precedenti. In Figura 3.34 si riportano le deformazioni misurate nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ causate da un carico flessione-torsionale sul provino.

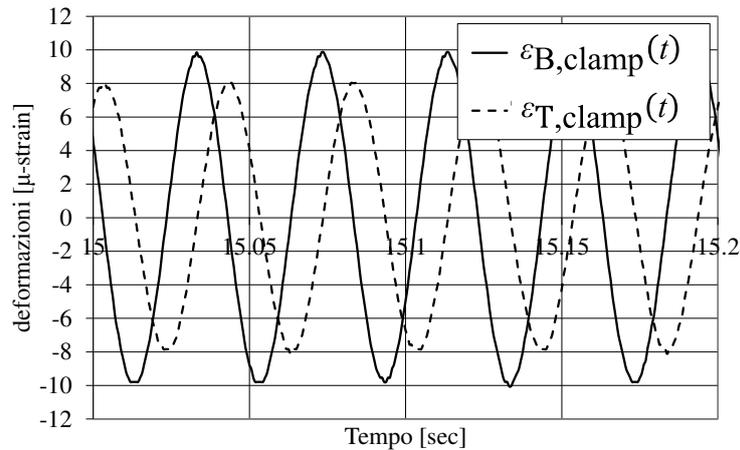


Figura 3.34: $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ misurate nel caso di carico combinato (flesso-torsione) agente sul provino.

Le ampiezze di deformazione sperimentali sono $|\varepsilon_{B,clamp}|=10.106 \mu\text{-strain}$ e $|\varepsilon_{T,clamp}|=8.298 \mu\text{-strain}$. Le ampiezze delle tensioni di picco, stimate con i due modelli (riportate in Tabella 3.8) dai segnali di deformazione misurati, sono: $|\sigma_{p,notch}|=128.6 \text{ MPa}$ e $|\tau_{p,notch}|=24.9 \text{ MPa}$ per il modello analitico, mentre per il modello FEM $|\sigma_{p,notch}|=120.2 \text{ MPa}$ e $|\tau_{p,notch}|=26.3 \text{ MPa}$. La Figura 3.35 mostra l'andamento armonico delle tensione di picco elastico nell'intaglio $\sigma_{p,notch}(t)$ e $\tau_{p,notch}(t)$ stimate con il modello analitico (Figura 3.35 (a)) e con il modello agli elementi finiti (Figura 3.35 (b)).

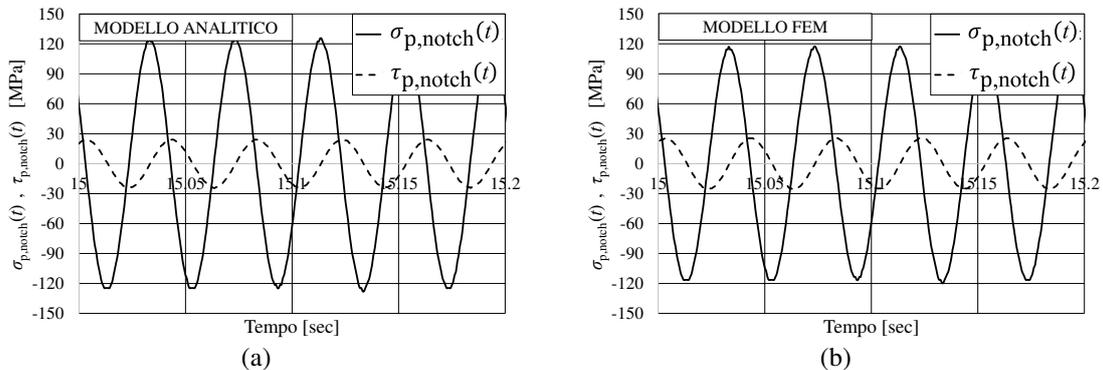


Figura 3.35: tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino $\sigma_{p,notch}(t)$ e $\tau_{p,notch}(t)$, soggetto a un carico flessione-torsionale. Valore stimato (a) con il modello analitico, (b) con il modello agli elementi finiti.

In tabella 3.8 vengono confrontate le deformazioni misurate sperimentalmente durante la terza prova a flessione-torsione con quelle ottenute dai due modelli, applicando accelerazioni di ampiezza pari a quelle monitorate sulla tavola $|\ddot{x}_1|=2.962 \text{ g}$ e $|\ddot{x}_2|=3.097 \text{ g}$.

Carico sul provino	<u>3°PROVA</u>	Modello analitico	FEM	sperimentale
FLESSIONALE	$ \ddot{x}_1 $ [g]	2.962	2.962	2.962
	$ \varepsilon_{B,clamp} $ [μ -strain]	10.234	8.827	10.106
	$ \sigma_{p,notch} $ [MPa]	128.6	120.2	/
TORSIONALE	$ \ddot{x}_2 $ [g]	3.097	3.097	3.097
	$ \varepsilon_{T,clamp} $ [μ -strain]	8.797	7.718	8.298
	$ \tau_{p,notch} $ [MPa]	24.9	26.3	/

Tabella 3.8: confronto fra le deformazioni $|\varepsilon_{B,clamp}|$ e $|\varepsilon_{T,clamp}|$ misurate nella 3° prova e quelle calcolate con i due modelli e tensioni di picco stimate.

Si può notare come i valori di deformazione sperimentali $|\varepsilon_{B,clamp}|$ e $|\varepsilon_{T,clamp}|$ nella terza prova a flesso-torsione (Tabella 3.8), siano praticamente gli stessi di quelli calcolati nelle prime due prove a sola flessione (Tabella 3.6) e a sola torsione (Tabella 3.7), rispettivamente. Questi risultati dimostrano che nel sistema di prova progettato è possibile controllare in modo indipendente i carichi flessionali e torsionali agenti sul provino. Infatti se si aumenta l'eccitazione in una direzione, la risposta del sistema nell'altra direzione non subisce apprezzabili variazioni. Analizzando le Tabelle 3.6, 3.7 e 3.8 si nota che il modello analitico calcola valori di deformazione di poco superiori a quelli misurati. Tali valori derivano dal fatto che il modello analitico non considera la presenza della piastrina e quindi anche la sua resistenza che esercita sul provino, seppur limitata, viene trascurata. Il modello agli elementi finiti invece, stima deformazioni di poco inferiori a quelle sperimentali. Ciò può essere spiegato considerando che nel modello numerico non sono stati modellati dadi e viti che avrebbero contribuito ad aumentare l'inerzia del sistema, ottenendo quindi uno stato di deformazione maggiore.

Tuttavia tali differenze sono minime e quindi si può affermare che le deformazioni calcolate con i due modelli sono in accordo con i risultati sperimentali.

3.6: DISCUSSIONE DEI RISULTATI

In questo capitolo è stato progettato un sistema adatto a prove affaticanti su shaker in cui i carichi flessionali e torsionali sono controllabili in modo indipendente. Prendendo spunto dal layout proposto da [Ngu_11] una geometria preliminare è stata presentata. Alcune analisi in [Zan_16], tuttavia, hanno dimostrato che il sistema è inadatto a causa dei pesi e delle accelerazioni troppo elevate da applicare con lo shaker

a disposizione per portare a rottura il provino. Una procedura articolata è stata di conseguenza utilizzata per progettare una nuova geometria del sistema. Un modello analitico a parametri concentrati e un modello agli elementi finiti sono stati realizzati per analizzare e validare il sistema di prova. Il calcolo delle FRFs $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ ha permesso la valutazione delle risposte dinamiche del sistema, dimostrando che il layout proposto è adatto a prove affaticanti su shaker con carichi di flessione-torsione controllabili in modo indipendente.

Dalla stima delle accelerazioni da applicare con la tavola vibrante, è emersa l'impossibilità di portare a rottura il provino con eccitazioni in campo quasi-statico ($f=1$ Hz), a causa dell'accelerazione limite dello shaker di 9 g. È sorta quindi la necessità di eccitare il sistema a frequenze tali per cui le FRFs ($|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$) presentano valori superiori e sufficienti per garantire la rottura del provino. Con i due modelli si sono calcolate le deformazioni nella sezione mediana del T-clamp e le tensioni di picco nella sezione netta del provino.

La fase successiva è stata la realizzazione di un prototipo del sistema di prova. Prove preliminari in laboratorio sono state svolte per verificare sperimentalmente il sistema e per validare i modelli.

Le FRFs numeriche $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ risultano in ragionevole accordo con quelle sperimentali, confermando la disaccoppiabilità tra la deformazione flessionale e torsionale del provino. Le deformazioni calcolate con i due modelli sono conformi con le deformazioni misurate nel T-clamp. È emerso sperimentalmente che, a parità di accelerazione in ingresso, le deformazioni nel T-clamp, derivanti da un carico combinato di flessione-torsione, sono praticamente identiche a quelle causate da un carico di sola flessione e di sola torsione. Tale risultato conferma che i carichi flessionali e torsionali nel sistema sono controllabili in modo indipendente. Le tensioni di picco nella sezione netta del provino sono state stimate dai due modelli direttamente dai valori di deformazioni misurate. Inoltre si è provato sperimentalmente che la risposta del sistema risulta essere influenzata dalla differenza di fase tra le accelerazioni in ingresso applicate dalla tavola vibrante. Si evidenziano risposte minori del sistema nel caso di accelerazioni di input in quadratura.

I risultati promettenti ottenuti in questa fase di progettazione hanno garantito la fattibilità di prove a fatica su shaker con eccitazioni armoniche (Cap.4) e stocastiche (Cap.5), in cui i carichi flessionali e torsionali agenti sul provino sono stati controllati in modo indipendente.

Capitolo 4

PROVE A FATICA CON CARICHI ARMONICI

L'obiettivo di questo capitolo è descrivere i risultati di prove affaticanti con carichi flessionali e torsionali agenti sul provino ottenuti applicando accelerazioni armoniche alla tavola dello shaker. Viene presentata la configurazione del sistema di prova e la strumentazione utilizzata durante le prove in laboratorio. Le ampiezze di accelerazione, da applicare con lo shaker, per portare a rottura per fatica il provino in un determinato numero di cicli vengono stimate tramite il modello agli elementi finiti presentato nel Cap.3.

Attraverso l'analisi dell'andamento dei segnali di accelerazione misurati e definito un criterio di danneggiamento si ricava il numero sperimentale di cicli a rottura, prima che avvenga la separazione completa del provino. Il modello analitico e il modello agli elementi finiti permettono di stimare le tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino, direttamente dai valori di deformazione misurati nel T-clamp. Le curve S-N a flessione alterna e a torsione alterna ricavate da prove su shaker con accelerazioni armoniche alla base sono confrontate, rispettivamente, con la curva S-N con carico assiale alterno, applicato da una macchina MTS e con la curva S-N a torsione alterna derivata, in prima approssimazione, dalla precedente. Gli effetti del gradiente delle sollecitazioni e della rugosità superficiale sono stati considerati nella comparazione delle curve S-N.

Infine viene dimostrata la possibilità di stimare la vita a fatica in prove sperimentali su shaker con carichi puramente flessionali e carichi puramente torsionali agenti sul provino, utilizzando le tensioni di picco stimate dai modelli analitico e agli elementi finiti.

In questo capitolo la sperimentazione in laboratorio si prefigge i seguenti obiettivi:

- Dimostrare che prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base permettono di eseguire prove ad ampiezza costante, i cui risultati sono comparabili con quelli ottenuti su una macchina MTS. In altre parole si vuole provare la possibilità di ricavare la curva S-N del materiale direttamente tramite prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base.

- Stimare la vita a fatica in prove sperimentali con accelerazioni armoniche alla base applicate da shaker, utilizzando le tensioni di picco stimate dai modelli analitico e agli elementi finiti.

4.1: CONFIGURAZIONE SPERIMENTALE

La configurazione del sistema di prova, la strumentazione utilizzata e la centralina di controllo e acquisizione dati sono le stesse utilizzate nelle prove armoniche preliminari del Cap.3 (vedi Figura 4.1). L'accelerometro (#1), posizionato sulla tavola dello shaker, misura le accelerazioni in ingresso, in ciclo chiuso con il sistema di controllo e l'altro accelerometro (#2) monitora la risposta dinamica all'estremità del cantilever beam. 4 estensimetri (connessi due a due a mezzo ponte) sono posizionati al centro delle facce del T-clamp.

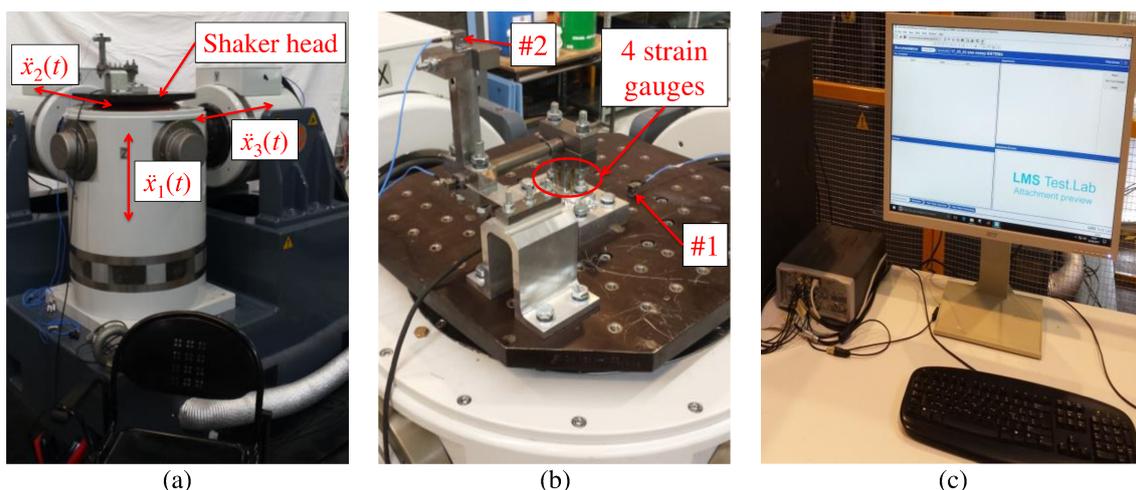


Figura 4.1: (a) shaker tri-assiale; (b) prototipo del sistema di prova montato sulla tavola dello shaker, (c) centralina di controllo e acquisizione dati.

È stato utilizzato il pacchetto MIMO Sine del software LMS per condurre lo shaker durante le analisi armoniche.

Le ampiezze $|\ddot{x}_i|$ delle accelerazioni armoniche $\ddot{x}_1(t)=|\ddot{x}_1|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_1)$ e $\ddot{x}_2(t)=|\ddot{x}_2|\cdot\cos(2\pi f_0 t+\theta_2)$ da applicare con lo shaker sono stimate con il modello FEM, tramite l'Eq. (3.20): $|\ddot{x}_1|=\sigma_A/|H_{\sigma,1}(f_0)|$ e $|\ddot{x}_2|=\tau_A/|H_{\tau,2}(f_0)|$.

Come anticipato nel capitolo 3, è necessario eccitare il sistema a frequenze in cui $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ assumono valori sufficientemente elevati da garantire la rottura del provino, mantenendo le accelerazioni in ingresso $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ al di sotto dell'accelerazione limite (9g) applicabile dallo shaker. Per portare a rottura con un

carico flessionale il provino a $5 \cdot 10^4$ cicli e a $2 \cdot 10^6$ cicli occorrono rispettivamente $|\ddot{x}_1|=8.973$ g e $|\ddot{x}_1|=7.132$ g con $f_0=44$ Hz e $|H_{\sigma,1}(f_0)|=46.185$ MPa/g (vedi Figura 3.20). Invece, con $f_0=85$ Hz, $|H_{\tau,2}(f_0)|=28.076$ MPa/g (vedi Figura 3.20) sono sufficienti $|\ddot{x}_2|=8.520$ g e $|\ddot{x}_2|=6.771$ g per portare a rottura con un carico torsionale il provino rispettivamente a $5 \cdot 10^4$ cicli e a $2 \cdot 10^6$ cicli. Queste sono le due frequenze di eccitazione minime (una a flessione e una a torsione), al di sotto delle quali non è più possibile portare a rottura il provino. Per garantire un margine di sicurezza sulle accelerazioni, le frequenze di eccitazione f_0 scelte per le accelerazioni in ingresso $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ da applicare in laboratorio sono rispettivamente $f_0=51$ Hz e $f_0=89$ Hz in cui $|H_{\sigma,1}(51)|=54.730$ MPa/g e $|H_{\tau,2}(89)|=36.693$ MPa/g.

Le FRFs sperimentali, in Figura 3.26, $|H_{1c,1}(f)|=\dot{y}_{1,c}(t)/\ddot{x}_1(t)$ e $|H_{2c,2}(f)|=\dot{y}_{2,c}(t)/\ddot{x}_2(t)$ (da Eq.(3.17)) nell'intorno della frequenza di eccitazione f_0 scelta mostrano un andamento approssimativamente orizzontale. Le risposte in accelerazione verticale $\dot{y}_{1,c}(t)$ e orizzontale $\dot{y}_{2,c}(t)$ dell'estremità del cantilever (misurate dall'accelerometro #2) rimarranno quindi sostanzialmente inalterate per piccole variazioni della frequenza di eccitazione f_0 .

Il software MIMO Sine che aziona lo shaker non è tuttavia in grado di applicare accelerazioni ad una frequenza f_0 costante e prefissata, ma solo accelerazioni che variano la loro f_0 ad ogni passo [Hz/sec] di avanzamento in frequenza (sweep test). Per assicurare una frequenza di eccitazione f_0 approssimativamente costante durante le prove armoniche è stato utilizzato un espediente. Per le prove con carico flessionale, è stata applicata l'accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ con f_0 che varia nel range in frequenza di 51 ± 0.2 Hz con un passo di avanzamento pari a $1 \cdot 10^{-5}$ [Hz/sec]. La durata massima di prova, pari a poco più di 11 ore ($(0.4 \text{ Hz}/1 \cdot 10^{-5})/3600$), garantisce il superamento dei $2 \cdot 10^6$ cicli. Per le prove con carico torsionale, è stata applicata l'accelerazione $\ddot{x}_2(t)$ con f_0 che varia nel range in frequenza di 89 ± 0.2 Hz con un passo di avanzamento pari a $1 \cdot 10^{-5}$ [Hz/sec] assicurando una durata massima di prova pari a poco più di 11 ore e il superamento dei $3 \cdot 10^6$ cicli.

Per le prove flessionali, la frequenza di campionamento F_s per i due accelerometri è stata fissata a 3200 Hz. Sono quindi 62 i punti misurabili $n_p=F_s/f_0$ per ogni periodo di segnale alla frequenza di eccitazione $f_0=51$ Hz. Durante le prove torsionali, invece, con $F_s=6400$ Hz si misurano 71 punti per ogni periodo di segnale, a $f_0=89$ Hz. La frequenza di campionamento per le deformazioni è stata impostata a 4800 Hz con una frequenza di taglio (del filtro utilizzato dalla centralina estensimetrica) di 600 Hz, in modo da cogliere, il meglio possibile, l'ampiezza del picco di deformazione per ogni ciclo del segnale. Tuttavia, un campionamento e una frequenza di taglio così elevati introducono nella misura sperimentale un disturbo elettrico (Figura 4.2) che potrebbe causare una errata lettura del segnale reale di deformazione. Per tale motivo i segnali di

deformazione misurati, sono stati post-processati in Matlab, applicando il filtro di Golay-Savitzky [Sav_64].

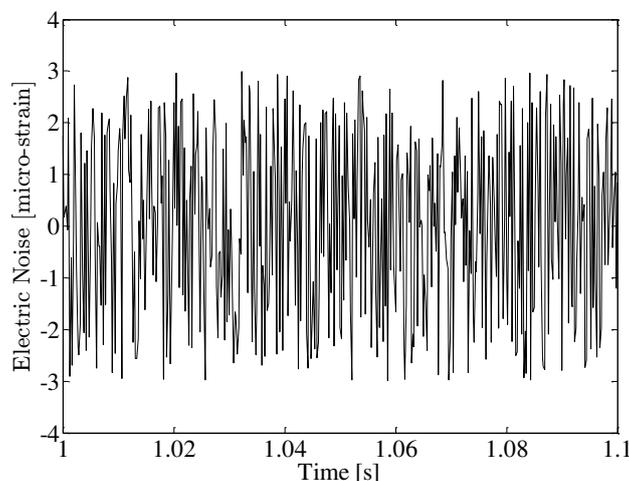


Figura 4.2: disturbo elettrico misurato dalla centralina estensimetrica relativo al campionamento caratterizzato da $F_s=4800$ Hz e una frequenza di taglio del filtro pari a 600 Hz.

Il filtro di Golay-Savitzky è un filtro digitale che viene applicato ad una serie di dati con l'obiettivo di eliminare il rumore, senza distorcere il segnale. Utilizza un processo, conosciuto come convoluzione, che attraverso il fitting di successivi spezzoni di segnale, con un polinomio di piccolo ordine, permette di eliminare il rumore alle frequenze superiori della frequenza di taglio f_{cut} , dove f_{cut} è il rapporto fra la frequenza di campionamento e il numero di spezzoni del segnale. In particolare, in questa attività, si utilizzerà una frequenza di taglio di 150 Hz, in grado di eliminare l'eventuale rumore elettrico a frequenze superiori, senza perdere le componenti del segnale di interesse a 51 Hz e a 89 Hz.

4.2: PROVE ARMONICHE A FLESSIONE ALTERNA

Durante le prove in laboratorio, per ottenere un carico flessionale alterno ($R=-1$) sul provino, si applica alla tavola dello shaker, un'accelerazione armonica verticale $\ddot{x}_1(t)$ con ampiezza pari a $|\ddot{x}_1|$ (canale primario), in quadratura con le altre due accelerazioni orizzontali $\ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$ di ampiezza inferiore pari a 0.1g (canali secondari).

Per tutta la durata delle prove, le accelerazioni verticali in input $\ddot{x}_1(t)$ sulla tavola e in output $\ddot{y}_{1,c}(t)$ all'estremità del cantilever sono state monitorate rispettivamente dagli accelerometri #1 e #2. Le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ sono state misurate in periodi di 30 secondi, a causa dell'impossibilità della centralina estensimetrica di registrare storie temporali di durata elevata.

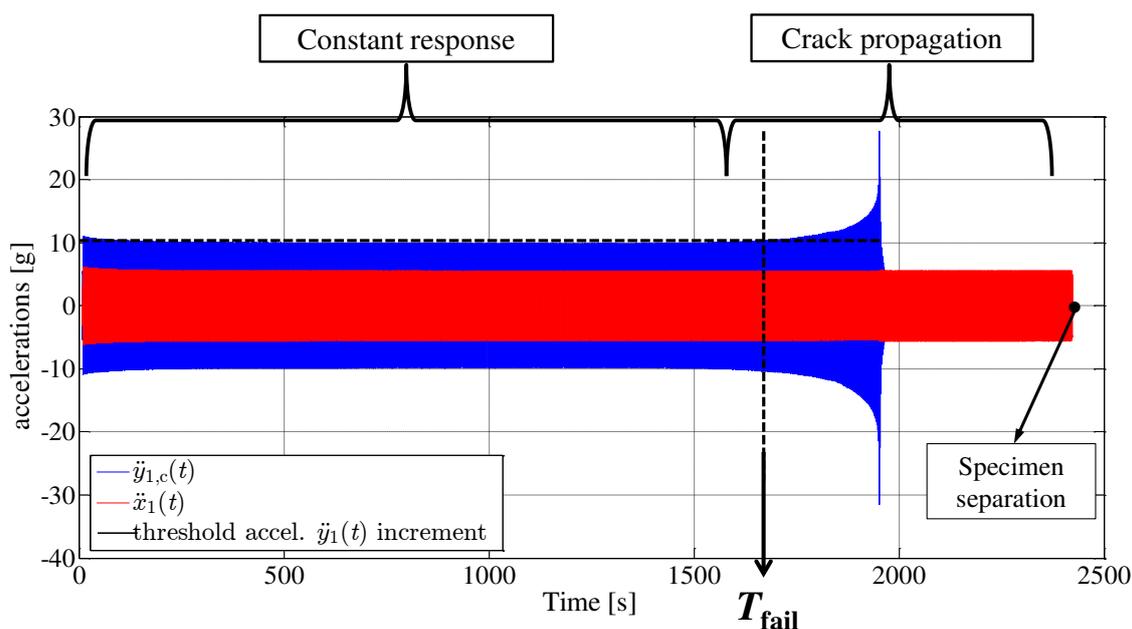


Figura 4.3: accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ misurate dagli accelerometri #1 e #2 durante una prova armonica con carico flessionale agente sul provino.

Un comportamento tipico osservabile in questa tipologia di prove è mostrato in Figura 4.3, in cui vengono riportate le accelerazioni verticali misurate, per tutta la durata della prova, sulla tavola dello shaker $\ddot{x}_1(t)$ (linea rossa) e in punta al cantilever beam $\ddot{y}_{1,c}(t)$ (linea blu). L'accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ presenta un andamento costante, mentre il comportamento di $\ddot{y}_{1,c}(t)$ si può dividere in tre parti distinte.

Nella prima lunga parte, le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$, misurate dall'accelerometro #2, sono costanti. La seconda parte è caratterizzata da un incremento delle $\ddot{y}_{1,c}(t)$ a causa dell'innesco e propagazione della cricca per fatica nella sezione netta del provino. La propagazione della cricca diminuisce la rigidità del provino, in quanto si riduce la sezione resistente. Di conseguenza, l'ampiezza della FRF $|H_{1c,1}(f)|$ varia, presentando la risonanza a una frequenza inferiore di quella per provino integro (70 Hz). $|H_{1c,1}(f_0)| = \ddot{y}_{1,c}(t) / \ddot{x}_1(t)$ per $f_0 = 51$ Hz presenta pertanto un valore maggiore, provocando un aumento delle accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$. Al progredire della propagazione della cricca, la frequenza di risonanza di $|H_{1c,1}(f)|$ del sistema (70 Hz) si riduce fino a raggiungere la frequenza di eccitazione $f_0 = 51$ Hz. In questo istante si raggiungono le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ massime misurate sul cantilever durante la prova. Tali accelerazioni poi diminuiscono (nella terza parte) in quanto continua a diminuire la frequenza di risonanza del sistema. A questo punto la rigidità del provino è talmente bassa, a causa dell'elevata estensione della cricca, che le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ sono addirittura inferiori di quelle applicate alla tavola $\ddot{x}_1(t)$. Il provino, non ancora completamente separato, è ormai inutilizzabile e resiste ancora per un numero elevato di cicli prima della

separazione definitiva. Come criterio di danneggiamento si è stabilito di assumere l'istante di tempo (T_{fail}) in cui si osserva un incremento del 5% delle accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$, comparate con le $\ddot{y}_{1,c}(t)$ nel tratto stabile (vedi Figura 4.3).

Le figure 4.4 (a) e 4.4 (b) mostrano, rispettivamente, uno zoom dei segnali di accelerazione e deformazione misurati. Il loro andamento conferma che, se le accelerazioni in ingresso $\ddot{x}_1(t)$ sono armoniche lo sono anche le accelerazioni in uscita $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ (linea blu) e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ (linea verde).

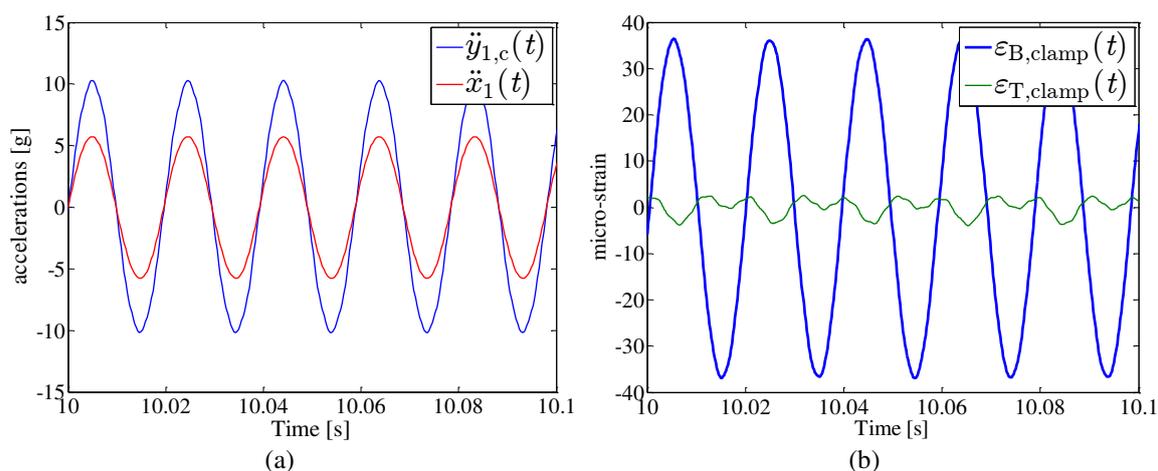


Figura 4.4: (a) accelerazioni verticali $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ misurate rispettivamente dagli accelerometri #1 e #2 durante una prova armonica flessionale (b) deformazioni misurate nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ causate rispettivamente da carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

Da Figura 4.4(b) si nota che le deformazioni $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ nel T-clamp derivanti da un carico torsionale sul provino non sono nulle, in quanto i canali secondari dello shaker non possono essere completamente disattivati.

Sono state effettuate 12 prove armoniche a flessione alternata a differenti livelli di accelerazione in ingresso $|\ddot{x}_1|$. I risultati ottenuti sono raccolti in Tabella 4.1.

Da Tabella 4.1 si nota una differenza tra l'ampiezza di accelerazione in ingresso $|\ddot{x}_{1,LMS}|$ impostata nel software MIMO Sine LMS da applicare alla tavola e l'ampiezza di accelerazione $|\ddot{x}_1|$ (realmente applicata alla base) misurata dall'accelerometro #1. È un fenomeno molto comune che si osserva in queste prove armoniche, in quanto il software utilizzato tende a replicare delle accelerazioni inferiori rispetto a quelle desiderate. Ciò non rappresenta un problema, poiché le accelerazioni reali applicate, semplicemente scalate rispetto a quelle desiderate, sono mantenute costanti grazie ad un controllo in ampiezza e fase operato dalla centralina (Figura 4.1 (c)).

Test Number	$ \ddot{x}_{1,LMS} $ [g]	$ \ddot{x}_1 $ [g]	$ H_{1c,1}(f_0) $	STEADY $ \ddot{y}_{1,c} $ [g]	$ \varepsilon_{B,clamp} $ [μ -strain]	N_{fail}	FEM $\sigma_{p,notch}$ [MPa]	Analytic $\sigma_{p,notch}$ [MPa]	FEM \tilde{N}_{fail}	Analytic \tilde{N}_{fail}
1	6.7	5.459	1.805	9.852	37.281	85238	438.4	474.4	46864	23611
2	6.4	5.248	1.824	9.571	36.302	83622	426.9	461.9	59075	29763
3	6	5.101	1.827	9.318	34.894	249432	410.4	444.0	83348	41991
4	6.7	5.623	1.819	10.23	38.598	89295	453.9	491.1	34645	17455
5	6	5.079	1.844	9.367	35.452	226614	416.9	451.1	72601	36577
6	6.7	5.219	1.868	9.75	35.584	111794	418.5	452.8	70291	35413
7	5.6	4.806	1.855	8.914	32.976	152930	387.8	419.6	136314	68676
8	5.2	4.366	1.860	8.119	30.522	375377	358.9	388.4	267165	134600
9	4.6	4.093	1.813	7.421	28.106	880870	330.5	357.6	547539	275855
10	7.5	6.109	1.879	11.476	41.643	46466	489.7	529.9	17893	9015
11	4.6	3.69	1.808	6.67	25.724	RUN-OUT	302.5	327.3	1183258	596137
12	7.5	6.094	1.886	11.496	41.152	42132	483.9	523.6	19839	9995

Tabella 4.1: risultati sperimentali ottenuti durante le prove armoniche su shaker con carico flessionale agente sul provino.

In Tabella 4.1 vengono riportate anche le ampiezze di accelerazione $|\ddot{y}_{1,c}|$ misurate dall'accelerometro #2 nel tratto stabile. Eseguendo il rapporto fra le ampiezze delle accelerazioni misurate $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{x}_1(t)$ si ottiene il modulo della FRF sperimentale $|H_{1c,1}(f)|=|\ddot{y}_{1,c}|/|\ddot{x}_1|$ per $f=f_0$. Si evidenzia che il valore di $|H_{1c,1}(f_0)|$ è differente in ogni prova e ciò può dipendere da numerose cause: impercettibili differenze geometriche tra i vari provini, piccole variazioni di posizionamento del provino, eventuali difformità nella pressione di contatto tra il provino e il T-clamp anche se è stata utilizzata una chiave dinamometrica per il serraggio delle viti e bulloni. I valori di $|H_{1c,1}(f_0)|$ rimangono tuttavia prossimi al valore $|H_{1c,1}(f_0)|=1.81$ (dove $f_0=51$ Hz) misurato sperimentalmente nel Cap.3 (vedi Figura 3.26), confermando quindi una buona ripetibilità delle prove.

In Tabella 4.1 si riportano le ampiezze di deformazione nel T-clamp $|\varepsilon_{B,clamp}|$ causate da un carico flessionale sul provino alle quali è stato applicato il filtro di Golay-Savitzky con una frequenza di taglio (f_{cut}) di 150 Hz, come anticipato precedentemente.

I risultati dell'operazione di filtraggio sono riportati nelle Figure 4.5 (a) e 4.5 (b). La Figura 4.5 (a) mostra, con linea nera, il segnale temporale di deformazione $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ campionato e con linea blu il segnale filtrato. Il segnale campionato è molto disturbato, presentando dei picchi causati dal rumore elettrico del sistema di misura (vedi Figura 4.2). Il segnale filtrato invece è molto più regolare in quanto il filtro elimina questi picchi seppur conservando intatta l'ampiezza effettiva del segnale campionato.

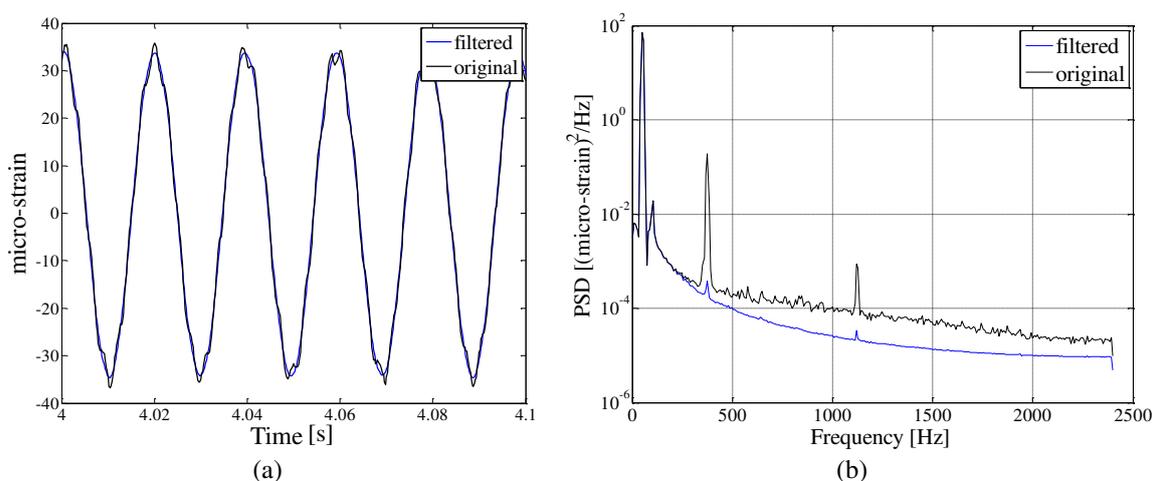


Figura 4.5: segnale di deformazione $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ misurato nel T-clamp (linea nera) e segnale filtrato (linea blu) nel dominio (a) del tempo (b) delle frequenze.

L'analisi in frequenza dei due segnali temporali (Figura 4.5 (b)) è stata eseguita attraverso la stima delle corrispondenti funzioni di densità spettrale (PSD: Power Spectral Density) con il metodo di Welch [Wel_67]. Con linea nera viene mostrata la PSD del segnale campionato, mentre con linea blu la PSD del segnale filtrato. Si nota come l'applicazione del filtro attenui le componenti del segnale campionato oltre i 150 Hz, mentre a frequenze inferiori, le due PSD sono equivalenti. Il segnale filtrato mantiene quindi inalterata la componente a 51 Hz del segnale campionato. L'analisi in frequenza conferma la necessità dell'applicazione del filtro per poter attenuare il rumore elettrico che andrebbe a falsare la lettura del segnale temporale di deformazione.

In Tabella 4.1 si riporta il numero di cicli a rottura N_{fail} raggiunto sperimentalmente nell'istante di tempo T_{fail} , definito secondo la seguente relazione:

$$N_{fail} = T_{fail} \cdot f_0 \quad (4.1)$$

dove $f_0 = 51$ Hz è la frequenza di eccitazione dell'accelerazione armonica $\ddot{x}_1(t)$.

Come descritto nel Cap.3, il modello analitico e agli elementi finiti consentono di stimare lo stato tensionale nella sezione netta del provino direttamente dai valori di deformazione misurati (e filtrati) nel T-clamp (Eq.(3.9) ed Eq.(3.23)). I valori stimati della tensione di picco elastico $\sigma_{p,notch}$ sono riportati in Tabella 4.1.

L'obiettivo che ci si pone ora è dimostrare che prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base permettono di eseguire prove ad ampiezza costante, i cui risultati sono comparabili con quelli ottenuti su una macchina MTS. In altre parole si vuole provare la possibilità di ricavare la curva S-N del materiale direttamente tramite prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base.

In Figura 4.6 con linea blu si riporta la curva S-N a trazione-compressione alternate ($R=-1$) ottenuta con la macchina MTS (nel seguito denominata curva S-N MTS) e le due linee blu a tratti rappresentano il limite inferiore e superiore della curva S-N per una probabilità di sopravvivenza rispettivamente del 97.7% e del 2.3%.

I triangoli neri rappresentano i numeri di cicli a rottura N_{fail} sperimentali ottenuti durante le prove armoniche su shaker in laboratorio (riportati in Tabella 4.1), in funzione della tensione di picco $\sigma_{p,notch}$ stimata dal modello FEM dai valori di ampiezza di deformazione $|\epsilon_{B,clamp}|$ misurati. La retta nera di regressione dei risultati sperimentali rappresenta la curva S-N a flessione alterna ricavata su shaker (nel seguito denominata curva S-N armonica). Si nota che le due curve S-N sono completamente diverse. D'altra parte il confronto tra le curve non è possibile, in quanto sono state ottenute con due differenti tipologie di carico sul provino. La curva S-N blu è relativa ad un carico assiale alternato, applicato con l'MTS, mentre la curva S-N nera è stata ottenuta con un carico di flessione alternata, instaurato con un'accelerazione verticale della tavola.

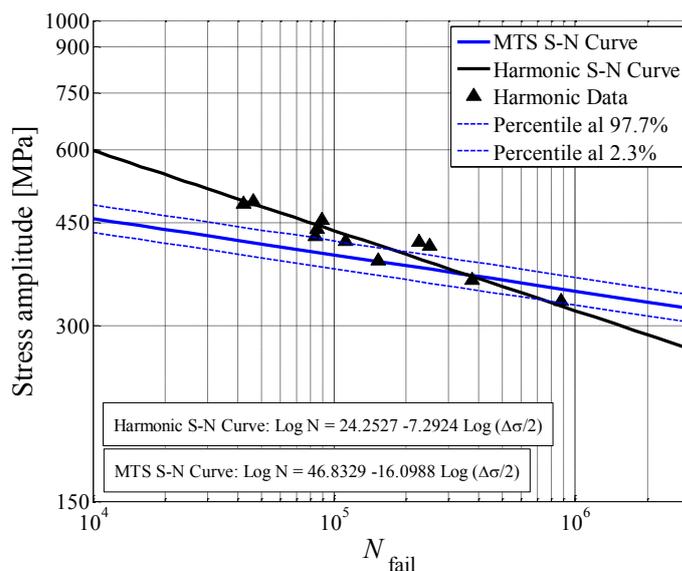


Figura 4.6: confronto tra la curva S-N a trazione-compressione ($R=-1$) ottenuta con la macchina MTS (linea blu) e la curva S-N armonica a flessione alternata ($R=-1$) ricavata con lo shaker (linea nera).

In [Juv_17] si afferma che carichi assiali alternati (cioè trazione-compressione) sottopongono l'intera sezione resistente del provino allo sforzo massimo. Tale fatto è responsabile di limiti a fatica inferiori di circa il 10% rispetto a quelli ottenibili con un carico di flessione alternata in cui lo sforzo massimo è visto solo da due punti opposti della sezione. La vita a fatica risulta quindi influenzata dal gradiente di sollecitazione: maggiore è il gradiente, meno estesa è la zona interessata alle tensioni massime e di conseguenza minore è il pericolo di innesco del danneggiamento. Nel caso di sforzi

assiali alternati il gradiente è nullo. Tuttavia, esperimenti mostrano [Juv_17] che se il diametro del provino supera i 10 mm i benefici sul limite a fatica, derivanti dal gradiente delle tensioni, vengono a mancare.

Il gradiente degli sforzi è responsabile anche della resistenza a fatica a 10^3 cicli, essendo minore per carichi assiali rispetto ai carichi flessionali. In accordo a prove sperimentali [Juv_17], i limiti a fatica a 10^3 cicli per sforzi flessionali e assiali sono rispettivamente $\sigma_{A10^3,-1}=0.9 \cdot S_{ut}$ e $\sigma_{A10^3,-1}=0.75 \cdot S_{ut}$, dove S_{ut} è la resistenza a trazione garantita (o carico ultimo a rottura). Il gradiente delle tensioni è quindi un fattore da considerare quando si confrontano due curve S-N ottenute con due differenti tipologie di carico. Molto importante, da tener presente, è anche la differenza di finitura superficiale tra i provini utilizzati per ricavare le due curve S-N, in quanto influenza il limite a fatica del materiale. La curva da MTS è stata ricavata con provini lisci caratterizzati da un'ottima finitura superficiale ($R_a=1.6 \mu\text{m}$), mentre provini con una più scadente finitura nella zona intagliata sono stati utilizzati per la curva S-N armonica. In [Shi_09] si riporta il coefficiente $k_a=a \cdot (S_{ut})^b$ che quantifica l'effetto della rugosità superficiale sul limite a fatica, in cui i coefficienti a e b dipendono dal tipo di finitura.

È pratica comune [Juv_17] non fare correzioni dovute alla rugosità superficiale per valori di resistenza a 10^3 cicli, in quanto, essendo il carico applicato prossimo al valore ultimo a rottura, le deformazioni plastiche nel materiale, che non dipendono dalla rugosità superficiale, sono preponderanti rispetto alle deformazioni elastiche. Prove sperimentali [Bay_95] dimostrano che, a basso numero di cicli ($<10^4$), l'influenza della rugosità superficiale sulla resistenza a fatica diventa trascurabile.

Applicando alla curva S-N MTS, ottenuta con carico assiale alternato, le correzioni relative all'effetto gradiente e alla rugosità superficiale si ottiene una curva (denominata curva S-N MTS modificata) da confrontare con la curva S-N armonica.

La curva S-N MTS modificata risulta definita quindi da $\sigma_{A2 \cdot 10^6,-1}=(\sigma_{A0,-1}/0.9) \cdot k_a=284.8 \text{ MPa}$ e $\sigma_{A10^3,-1}=0.9 \cdot S_{ut}=682.2 \text{ MPa}$, dove $\sigma_{A0,-1}$ è il limite a fatica della curva S-N con sforzi assiali alternati ($R=-1$), mentre $\sigma_{A2 \cdot 10^6,-1}$ e $\sigma_{A10^3,-1}$ sono rispettivamente i valori calcolati di resistenza a 10^3 e a $2 \cdot 10^6$ cicli della curva S-N modificata. S_{ut} è il carico ultimo a rottura, che vale 758 MPa per l'acciaio S355J2C (EN 10277-2). Il coefficiente di rugosità è $k_a=a \cdot (S_{ut})^b=0.7782$, dove $a=4.51$ e $b=-0.265$, tabellati in [Shi_09], sono relativi ad una rugosità superficiale ottenibile alle macchine utensili.

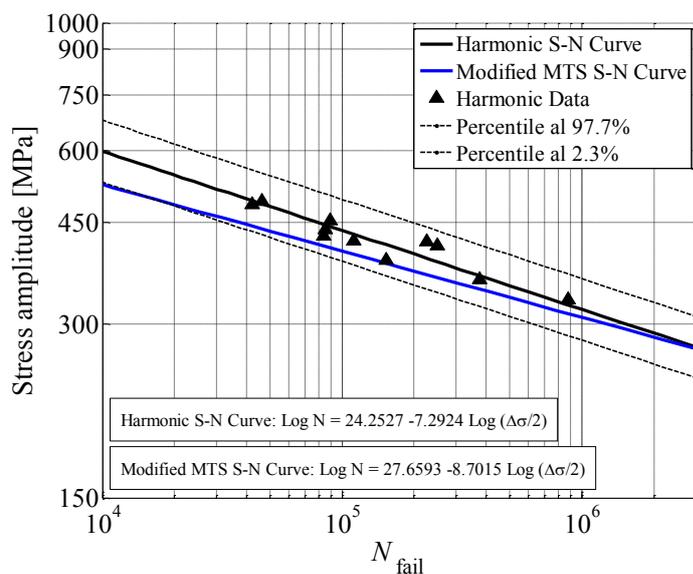


Figura 4.7: confronto tra la curva S-N MTS modificata (in blu) e la curva S-N armonica ricavata con lo shaker (in nero).

La Figura 4.7 mostra, in scala doppio logaritmica, il confronto tra la curva S-N MTS modificata (in blu) e la curva S-N armonica (in nero) con le due relative bande di sopravvivenza al 97.7% e al 2.3% (linee a tratti). Si riportano in Figura 4.7 le equazioni delle due curve in cui è possibile individuare le due pendenze inverse: $k_{\sigma-h}=7.29$ per la curva armonica e $k_{\sigma-m}=8.70$ per la curva modificata. Le curve sono in stretta correlazione per $N_{fail} > 5 \cdot 10^5$ ma divergono al diminuire del numero di cicli a rottura. Una maggiore corrispondenza tra le due curve si sarebbe potuta avere nel caso si fossero condotte prove a trazione col fine di identificare con precisione il carico ultimo di rottura del materiale S_{ut} necessario per il calcolo di $\sigma_{A10^3,-1}$ della curva S-N MTS modificata. Tuttavia la presenza di tale curva all'interno delle bande di sopravvivenza della curva armonica e valori simili della pendenza inversa rivelano una soddisfacente correlazione tra le due curve S-N.

Da questa constatazione, emerge che prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche applicate alla base permettono di ricavare, con buona approssimazione, la curva S-N del materiale, equivalente a quella ottenibile con una macchina servo-idraulica. Il vantaggio è ovviamente la riduzione dei tempi di prova, in quanto lo shaker è in grado di eccitare frequenze più elevate rispetto ad una macchina servo-idraulica.

Inoltre Figura 4.7 conferma che prove con accelerazioni armoniche alla base su shaker forniscono risultati consistenti con quelli ottenibili su macchina MTS.

Per replicare le condizioni di carico applicate con lo shaker si sarebbero potute effettuare prove a fatica a flessione a tre o quattro punti sulla macchina MTS, ottenendo

quindi una curva direttamente confrontabile con quella ricavata da shaker. Ma la disponibilità della curva S-N del materiale a trazione-compressione alternate ($R=-1$) ha fatto prediligere il confronto di tale curva con la curva S-N armonica, attraverso la correzione dell'effetto gradiente.

L'obiettivo che ci si pone ora è stimare la vita a fatica in prove sperimentali con accelerazioni armoniche alla base applicate da shaker, utilizzando le tensioni di picco stimate dai modelli analitico e agli elementi finiti.

Il numero stimato di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} viene calcolato attraverso la legge di Basquin (Eq. 4.2) in cui si utilizzano i parametri della curva S-N MTS modificata e la tensione di picco elastico calcolata dai due modelli (direttamente dai valori di deformazione misurati nel T-clamp). Anziché la tensione nominale, nella legge di Basquin si utilizza la tensione di picco elastico per tener conto del fattore di concentrazione delle tensioni relativo all'intaglio del provino.

Il numero di cicli stimati a rottura \tilde{N}_{fail} si ricava con la seguente relazione:

$$\tilde{N}_{fail} = 2 \cdot 10^6 \left(\frac{\sigma_{A2 \cdot 10^6, -1}}{\sigma_{p, notch}} \right)^{k_{\sigma-m}} \quad (4.2)$$

in cui $\sigma_{A2 \cdot 10^6, -1} = 284.8$ MPa è il limite a fatica della curva S-N MTS modificata a $2 \cdot 10^6$ cicli, $k_{\sigma-m} = 8.70$ è la relativa pendenza inversa, mentre $\sigma_{p, notch}$ è la tensione di picco elastico stimata dai due modelli (Tabella 4.1).

Nelle Figure 4.8 si riporta, per ogni prova eseguita, il confronto fra il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} , con il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} . Le linee tratteggiate delimitano le bande di errore di N_{fail} al $\pm 50\%$.

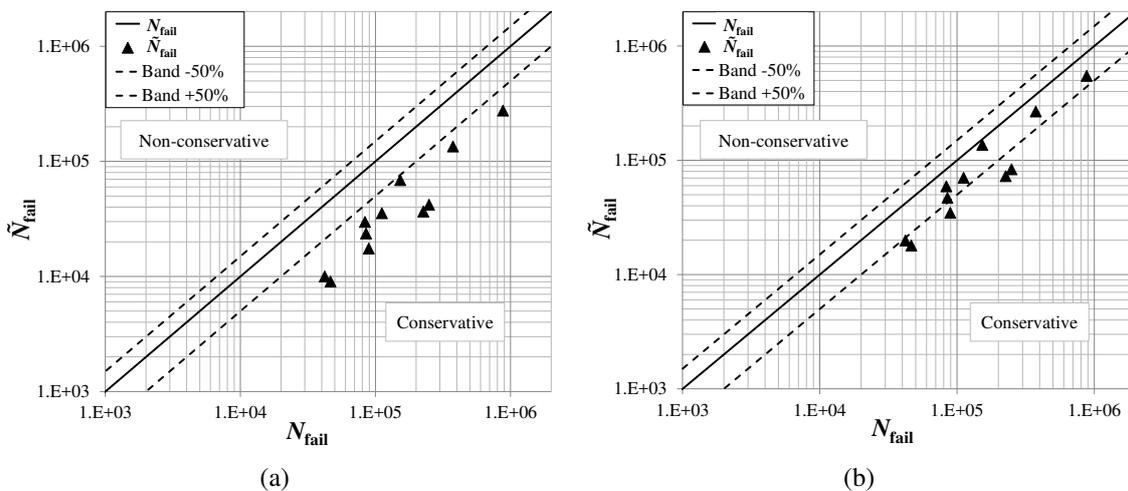


Figura 4.8: confronto tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} utilizzando la $\sigma_{p, notch}$ calcolata con il modello (a) analitico (b) numerico.

In Figura 4.8 (a) e 4.8 (b) \tilde{N}_{fail} sono calcolati con l'Eq. (4.2) utilizzando, rispettivamente, le $\sigma_{p,notch}$ stimate con il modello analitico e con il modello agli elementi finiti. In Figura 4.8 (a), \tilde{N}_{fail} risultano inferiori ai N_{fail} . La causa sarebbe da imputare probabilmente al modello analitico che trascura l'azione resistente della piastrina, seppur minima, quando viene sottoposta a trazione a causa di una deformazione flessionale del provino. Il risultato è quindi una maggiore deformazione flessionale che si traduce in una $\sigma_{p,notch}$ stimata più elevata da utilizzare nell'Eq.(4.2). In Figura 4.8 (b) invece, \tilde{N}_{fail} sono in buona correlazione con N_{fail} poiché sono all'interno o prossimi alle due bande di errore di N_{fail} .

\tilde{N}_{fail} in Figura 4.8 (a) sono minori di \tilde{N}_{fail} in Figura 4.8 (b) in quanto la $\sigma_{p,notch}$ che compare nell'Eq. (4.2), calcolata dal modello analitico (Eq.(3.9)) è maggiore di quella calcolata con il FEM (Eq.(3.23)). Infatti nell'Eq. (3.9) ($\sigma_{p,notch}=C_{\sigma,\varepsilon B}\cdot\varepsilon_{B,clamp}$) il termine $C_{\sigma,\varepsilon B}=12.724$ MPa/ μ -strain è maggiore del termine $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|=11.762$ MPa/ μ -strain (da Figura 3.24), per $f_0=51$ Hz, che compare nell'Eq.(3.23) ($\sigma_{p,notch}(t)=|H_{\sigma,\varepsilon B}(f_0)|\cdot\varepsilon_{B,clamp}(t)$).

I risultati mostrati in Figura 4.8 (b) confermano la bontà nella stima del numero di cicli a rottura, nel caso in cui la $\sigma_{p,notch}$ è calcolata con il modello FEM. Risultati meno soddisfacenti si hanno in Figura 4.8 (a) in quanto i numeri di cicli stimati sono decisamente minori di quelli osservati sperimentalmente.

4.3: PROVE ARMONICHE A TORSIONE ALTERNA

Durante le prove in laboratorio, per avere un carico torsionale alterno sul provino ($R=-1$), si applica alla tavola dello shaker un'accelerazione armonica orizzontale $\ddot{x}_2(t)$ con ampiezza pari a $|\ddot{x}_2|$ (canale primario), in quadratura con le altre due accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_3(t)$ di ampiezza inferiore pari a 0.1g (canali secondari).

Le accelerazioni orizzontali in input $\ddot{x}_2(t)$ sulla tavola e in output $\ddot{y}_{2,c}(t)$ all'estremità del cantilever sono state monitorate rispettivamente dagli accelerometri #1 e #2. Le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ sono state misurate in periodi di 20 secondi.

Le accelerazioni $\ddot{y}_{2,c}(t)$ misurate durante tutta la durata delle prove mostrano un comportamento analogo alle accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ riscontrate nelle prove flessionali (Figura 4.3). Come criterio di danneggiamento, si è di nuovo stabilito assumere l'istante di tempo (T_{fail}) in cui si osserva un incremento del 5% delle accelerazioni orizzontali misurate in punta al cantilever $\ddot{y}_{2,c}(t)$, comparate con le $\ddot{y}_{2,c}(t)$ nel tratto stabile.

Sono state effettuate 5 prove armoniche a torsione alterna a differenti livelli di accelerazione in ingresso $|\ddot{x}_2|$. I risultati ottenuti sono raccolti in Tabella 4.2.

Si riportano i valori dell'ampiezza di accelerazione impostata nel software $|\ddot{x}_{2,LMS}|$ che, anche in questo caso, sono differenti dai valori reali applicati alla tavola $|\ddot{x}_2|$, misurati dall'accelerometro #1.

Test Number	$ \ddot{x}_{2,LMS} $ [g]	$ \ddot{x}_2 $ [g]	$ H_{2c,2}(f_0) $	STEADY $ \ddot{y}_{2,c} $ [g]	$ \varepsilon_{T,clamp} $ [μ -strain]	N_{fail}	FEM $\tau_{p,notch}$ [MPa]	Analytic $\tau_{p,notch}$ [MPa]	FEM \tilde{N}_{fail}	Analytic \tilde{N}_{fail}
1	11.4	9.012	5.698	51.352	73.670	18956	299.8	220.9	1311	179820
2	9.6	7.811	5.776	45.114	64.720	100926	263.4	194.0	10546	1446913
3	9.6	7.409	5.652	41.878	60.080	161857	244.5	180.1	34933	4792677
4	9.4	7.057	5.661	39.948	58.808	910965	239.3	176.3	49300	6763858
5	9.4	7.244	5.163	37.402	55.918	928632	227.6	167.6	110961	15223607

Tabella 4.2: risultati sperimentali ottenuti durante le prove armoniche su shaker con carico torsionale agente sul provino.

In Tabella 4.2 sono indicate le ampiezze di accelerazione $|\ddot{y}_{2,c}|$ nel tratto stabile, misurate dall'accelerometro #2 e l'ampiezza della FRF sperimentale alla frequenza di eccitazione $f_0=89$ Hz ottenuta dal rapporto $|H_{2c,2}(f_0)|=|\ddot{y}_{2,c}|/|\ddot{x}_2|$. Differenti sono i valori di $|H_{2c,2}(f_0)|$ misurati in ogni prova. Tuttavia, sono prossimi al valore $|H_{2c,2}(f_0)|=5.68$ (dove $f_0=89$ Hz) misurato sperimentalmente nel Cap.3 (vedi Figura 3.26), confermando quindi una buona ripetibilità delle prove.

In Tabella 4.2 si riportano le ampiezze di deformazione misurate nel T-clamp $|\varepsilon_{T,clamp}|$ derivanti da un carico torsionale sul provino alle quali è stato applicato il filtro di Golay-Savitzky con una frequenza di taglio $f_{cut}=150$ Hz. Il numero di cicli a rottura raggiunto sperimentalmente nell'istante di tempo T_{fail} , è calcolato come $N_{fail}=T_{fail} \cdot f_0$, dove $f_0=89$ Hz è la frequenza di eccitazione dell'accelerazione armonica $\ddot{x}_2(t)$.

I valori della tensione di picco elastico $\tau_{p,notch}$ nell'intaglio del provino, stimati dal modello analitico (Eq. (3.9)) e numerico (Eq. (3.23)), dai valori di deformazione $|\varepsilon_{T,clamp}|$ misurati nel T-clamp, sono riportati in Tabella 4.2.

Anche in questo caso si vuole dimostrare che prove accelerate su shaker con accelerazioni armoniche alla base permettono di eseguire prove ad ampiezza costante, i cui risultati sono comparabili con quelli ottenuti su una macchina MTS. In altre parole si vuole verificare se attraverso prove accelerate su shaker, con accelerazioni armoniche alla base, è possibile ricavare la curva S-N a torsione alterna del materiale equivalente a quella ottenibile con una macchina servo-idraulica.

Non avendo eseguito prove sperimentali a torsione alterna su una macchina servo-idraulica, si è assunto, nel Cap.3, come curva S-N a torsione alterna la curva S-N MTS a trazione-compressione semplicemente scalata di $\sqrt{3}$ avente la stessa pendenza inversa $k_\tau=k_\sigma=16.09$ e limite a fatica $\tau_{A0,-1}=\sigma_{A0,-1}/\sqrt{3}=190.1$ MPa. Nel caso di prove con carichi

torsionali è sufficiente confrontare la curva S-N scalata a torsione alterna con la curva S-N armonica ottenuta su shaker. Infatti, non si deve considerare l'effetto gradiente in quanto le due curve S-N sono state ricavate con la stessa tipologia di carico.

Inoltre, tramite un'indagine al microscopio si è mostrato che nella zona intagliata i solchi superficiali causati dalla lavorazione alle macchine utensili sono circolari e quindi aventi la stessa direzione del carico torsionale applicato. Per questo motivo la rugosità superficiale è influente sul limite a fatica.

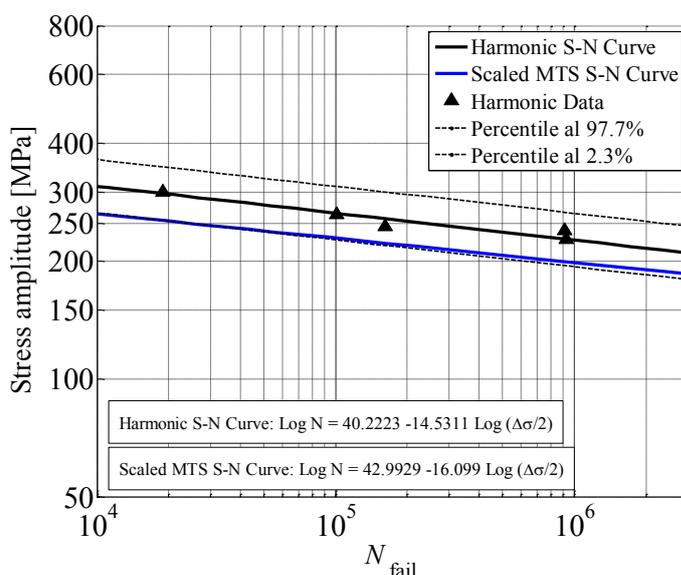


Figura 4.9: confronto tra la curva S-N scalata e la curva S-N armonica a torsione alterna (R=-1) ricavata con lo shaker.

La Figura 4.9 mostra, in scala doppio logaritmica, il confronto tra la curva S-N scalata (in blu) e la curva S-N armonica (in nero) con le due relative bande di sopravvivenza al 97.7% e al 2.3% (linee a tratti). La curva scalata, pur presentando valori simili della pendenza inversa ($k_{\tau}=16.09$ e $k_{\tau-h}=14.53$), è comunque collocata in prossimità della banda di sopravvivenza al 97.7%. La scarsa correlazione tra le due curve è imputabile a due fattori: alla grossolana semplificazione utilizzata per ricavare la curva S-N scalata e all'incertezza della curva S-N su shaker, a causa del ridotto numero di prove eseguite.

Ora si vuole applicare lo stesso metodo per la stima della vita a fatica utilizzata in precedenza per le prove con carichi flessionali. Il numero di cicli stimati a rottura \tilde{N}_{fail} si ricava con la seguente relazione:

$$\tilde{N}_{\text{fail}} = 2 \cdot 10^6 \left(\frac{\tau_{A0,-1}}{\tau_{p,\text{notch}}} \right)^{k_{\tau}} \quad (4.3)$$

dove $\tau_{A0,-1}$ è il limite a fatica della curva S-N scalata a $2 \cdot 10^6$ cicli, $k_r=16.09$ è la relativa pendenza inversa, mentre $\tau_{p,notch}$ è la tensione di picco elastico stimata dai due modelli.

Nelle Figure 4.10 si riporta, per ogni prova eseguita, il confronto fra il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} , con il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} . Le linee tratteggiate delimitano le bande di errore di N_{fail} al $\pm 50\%$.

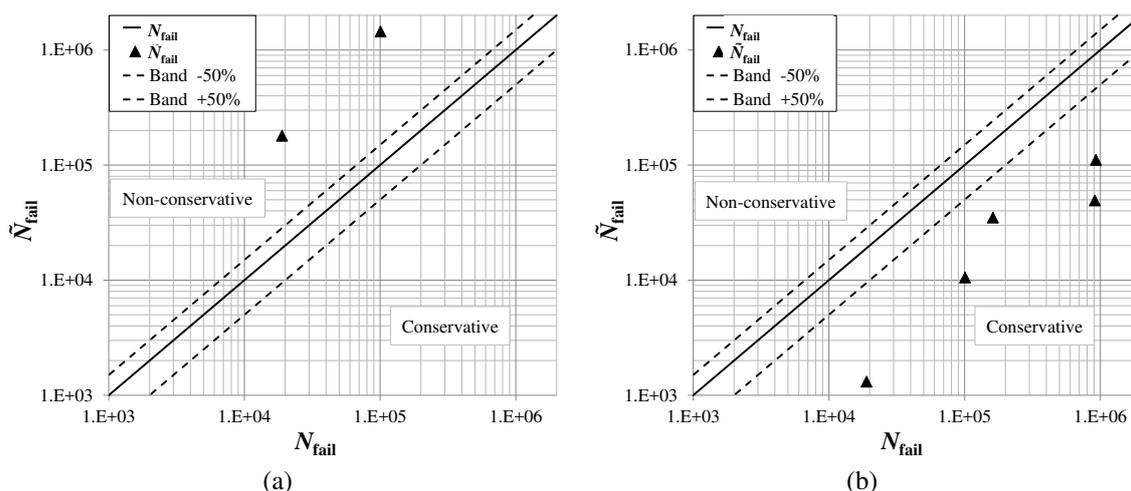


Figura 4.10: confronto tra il numero di cicli a rottura misurati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} utilizzando la $\tau_{p,notch}$ calcolata con il modello (a) analitico (b) numerico.

In Figura 4.10(a) e 4.10(b) i cicli stimati \tilde{N}_{fail} sono calcolati con l'Eq.(4.3) utilizzando rispettivamente le $\tau_{p,notch}$ stimate con il modello analitico e con il modello agli elementi finiti. In Figura 4.10(b) \tilde{N}_{fail} sono inferiori di N_{fail} in quanto la curva S-N scalata utilizzata nell'Eq.(4.3) è collocata al di sotto di quella armonica (Figura 4.9). Risulta quindi necessario ricavare sperimentalmente la curva S-N con un carico di torsione alterna applicato da una macchina servo-idraulica per poter avere una stima più veritiera della vita a fatica nel caso di prove con carichi armonici torsionali.

In Figura 4.10 (a) invece, \tilde{N}_{fail} sono talmente superiori di N_{fail} che alcuni valori cadono al di fuori dei limiti del grafico. Questo perché la $\tau_{p,notch}$ che compare nell'Eq. (4.3), calcolata dal modello analitico (Eq.(3.9)) è decisamente inferiore di quella calcolata con il FEM (Eq.(3.23)). Infatti nell'Eq. (3.9) ($\tau_{p,notch}=C_{\tau,\varepsilon T} \cdot \varepsilon_{T,clamp}$) il termine $C_{\tau,\varepsilon T}=2.998$ MPa/ μ -strain è minore del termine $|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)|=4.072$ MPa/ μ -strain (da Figura 3.24), per $f_0=89$ Hz, che compare nell'Eq.(3.23) ($\tau_{p,notch}(t)=|H_{\tau,\varepsilon T}(f_0)| \cdot \varepsilon_{T,clamp}(t)$). Ciò spiega il fatto che il modello analitico, essendo valido per approssimare la risposta del sistema sotto condizioni quasi-statiche, non è in grado di valutare gli effetti dinamici derivanti da frequenze di eccitazione maggiori di 1 Hz.

4.4: CONCLUSIONI

In questo capitolo si sono svolte prove affaticanti su shaker con accelerazioni armoniche alla base instaurando sul provino carichi alterni puramente flessionali e puramente torsionali. Nel caso di prove flessionali si è dimostrato quindi che prove con accelerazioni armoniche alla base su shaker forniscono risultati consistenti con quelli ottenibili su macchina MTS. Si è potuto quindi ricavare la curva S-N, risultata equivalente, in buona approssimazione, alla curva S-N a trazione-compressione alterna ricavata con una macchina MTS. Gli effetti del gradiente delle sollecitazioni e della rugosità superficiale sono stati considerati nella comparazione delle curve S-N.

L'assenza di una curva S-N a torsione alterna del materiale base, ricavata con una macchina servo-idraulica, non ha permesso di ottenere risultati consistenti e quindi non è stato possibile verificare con precisione se, anche per le prove con carico torsionale alterno, sia possibile ricavare una curva S-N equiparabile.

Infine viene stimata la vita a fatica delle prove sperimentali armoniche effettuate. Il numero stimato di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} viene calcolato attraverso la legge di Basquin in cui si utilizzano i parametri della curva S-N MTS (modificata o scalata) e la tensione di picco elastico calcolata dai due modelli direttamente dai valori di deformazione misurati nel T-clamp. Nel caso di prove con carico flessionale alterno, i numeri di cicli stimati risultano essere in stretta correlazione con quelli ottenuti sperimentalmente, confermando la bontà del metodo utilizzato.

Per le prove con carico torsionale alterno, invece, non si sono ottenuti risultati soddisfacenti. È emerso infatti che la curva S-N a torsione alterna, ricavata dalla curva S-N a trazione-compressione alterna, semplicemente scalata di $\sqrt{3}$ e avente la stessa pendenza inversa, è una eccessiva semplificazione da utilizzare per la stima del numero di cicli a rottura.

Uno degli obiettivi di questo capitolo consisteva nel dimostrare la possibilità di ricavare le curve S-N del materiale (a trazione alterna e a torsione alterna) direttamente tramite prove accelerate mono-assiali su shaker con accelerazioni armoniche alla base. Per questo motivo, l'esecuzione di prove armoniche con carico multi-assiale di flessio-torsione non è stata necessaria.

Nel capitolo 5 verranno eseguite prove a fatica multi-assiale con carichi flessionali e torsionali sul provino instaurati da accelerazioni stocastiche alla base.

Capitolo 5

PROVE A FATICA CON CARICHI STOCASTICI

L'obiettivo di questo capitolo è effettuare prove di fatica con carichi stocastici flessionali e flessio-torsionali agenti sul provino instaurati da accelerazioni stocastiche applicate alla tavola dello shaker. Un segnale stocastico viene espresso in frequenza dalla sua funzione di densità spettrale, chiamata in inglese Power Spectral Density (PSD).

Una stima preliminare della PSD di accelerazione da applicare con lo shaker viene eseguita tramite il modello agli elementi finiti, utilizzando la formula di Rayleigh che esprime il danneggiamento per processi definiti a banda stretta.

La configurazione sperimentale del sistema di prova è la stessa utilizzata nelle prove con carichi armonici presentata nel Cap. 4. Attraverso l'analisi dei segnali temporali di accelerazione misurati e definito un criterio di danneggiamento si ricava il numero sperimentale di cicli a rottura, prima che avvenga la separazione completa del provino. I segnali stocastici di accelerazione e di deformazione misurati si prestano per un'analisi in frequenza, attraverso la stima delle corrispettive PSD. Tale approccio in frequenza necessita che i segnali misurati siano distribuiti secondo una distribuzione gaussiana con media nulla. Questo requisito viene verificato attraverso il confronto della distribuzione normale di probabilità cumulata con quella dei segnali misurati.

Gli indici ν_0 e ν_p e i parametri di banda α_1 e α_2 , calcolati sulle PSD stimate, dimostrano che le accelerazioni e le deformazioni misurate sono definite a banda stretta.

Vengono infine presentate e valutate due metodologie previsionali della vita a fatica per prove sperimentali su shaker: una valida per carichi stocastici mono-assiali a banda stretta agenti sul provino e l'altra per carichi stocastici multi-assiali (a flessio-torsione).

5.1: PROVE CON CARICO FLESSIONALE STOCASTICO

L'obiettivo di questo paragrafo è effettuare prove di fatica su shaker applicando un carico flessionale stocastico descrivibile in frequenza da una auto-PSD monolaterale in tensione $G_{\sigma,\sigma}(f)$ in banda stretta. Tale tipologia di carico è ottenibile eccitando il sistema

con una auto-PSD monolatera in accelerazione verticale alla tavola $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$. Un processo stocastico si definisce a banda stretta se la relativa auto-PSD è centrata in un range in frequenza limitato. Come range in frequenza della $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$, si è quindi scelto quello compreso tra $f_a=45$ e $f_b=55$ Hz, dove f_a e f_b sono rispettivamente la frequenza inferiore e superiore di banda. Il rapporto $f_a/f_b=1.21$ [Ben_04] in generale garantisce che $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ sia definita in banda stretta.

5.1.1: stima delle accelerazioni in ingresso

In previsione delle prove che verranno effettuate in laboratorio si vuole stimare la $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ necessaria per ottenere una determinata $G_{\sigma, \sigma}(f)$ nell'intaglio del provino. Per utilizzare tale approccio in frequenza, i segnali devono soddisfare le caratteristiche di ergodicità e di stazionarietà oltre ad essere distribuiti secondo una funzione densità di probabilità gaussiana con valore medio nullo.

Introducendo la formula NB [Sar_04], il danno $D_{nb}(T)$ per un generico processo stocastico in tensione $\sigma(t)$ a banda stretta è:

$$D_{nb}(T) = \frac{v_0 T}{C} \left(\sqrt{2\lambda_{0, \sigma}} \right)^k \Gamma \left(1 + \frac{k}{2} \right) \quad (5.1)$$

dove T è la durata di $\sigma(t)$. $C = \sigma_{LF}^k N_{LF}$ è la costante della curva S-N definita in base alla resistenza a fatica σ_{LF} che convenzionalmente si assume corrispondente alla durata $N_{FL} = 2 \cdot 10^6$ cicli, mentre k è la pendenza inversa della curva S-N.

Il simbolo $\lambda_{0, \sigma}$ è il momento spettrale di ordine zero e si ricava dall'espressione generale dei momenti spettrali secondo l'Eq.(5.2) con $m=0$:

$$\lambda_{m, \sigma} = \int_0^{+\infty} |f|^m G_{\sigma, \sigma}(f) df, \quad m \in \mathfrak{R}_0^+ \quad (5.2)$$

dove $G_{\sigma, \sigma}(f)$ è la auto-PSD monolatera per un generico processo stocastico $\sigma(t)$, m rappresenta l'ordine del momento spettrale $\lambda_{m, \sigma}$ ed f è la frequenza. Il momento spettrale di ordine 0 $\lambda_{0, \sigma}$ rappresenta l'area sottesa dalla auto-PSD $G_{\sigma, \sigma}(f)$. La radice quadrata di $\lambda_{0, \sigma}$ rappresenta la deviazione standard $\sigma_\sigma = \sqrt{\lambda_{0, \sigma}}$ che coincide con il valore RMS nel caso di processo a media nulla.

La grandezza v_0 (*upcrossing*) è il numero medio di attraversamenti con pendenza positiva del valore medio nell'unità di tempo definito come:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\lambda_{2, \sigma}}{\lambda_{0, \sigma}}} \quad (5.3)$$

dove $\lambda_{2,\sigma}$ si ricava dalla Eq.(5.2) con $m=2$.

Infine $\Gamma(k)$ è la funzione gamma di Eulero:

$$\Gamma(k) = \int_0^{+\infty} u^{(k-1)} e^{-u} du \quad (5.4)$$

in cui k è la pendenza della curva S-N.

Un indice analogo a v_0 è v_p (*peak rate*) che rappresenta il numero di massimi locali nell'unità di tempo per un processo generico definito come:

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda_4}{\lambda_2}} \quad (5.5)$$

Mentre i parametri di banda α_1 e α_2 sono espressi dalle seguenti relazioni:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_0 \lambda_2}} \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0 \lambda_4}} = \frac{v_0}{v_p} \quad \alpha_1, \alpha_2 \in [0,1] \quad (5.6)$$

α_2 fornisce un'indicazione se il segnale è a banda stretta o a banda larga. Se α_2 tende all'unità v_0 e v_p tendono a coincidere. Il segnale nel tempo ha quindi un comportamento regolare, in cui si susseguono massimi e minimi simmetrici rispetto al valore medio. In questo caso il segnale è definito a banda stretta. Invece quando α_2 tende a 0, v_0 e v_p divergono ($v_p \gg v_0$) e il segnale risulta molto irregolare (a banda larga).

Riordinando i termini presenti nell'Eq.(5.1) si ricava l'Eq.(5.7) che definisce il $\lambda_{0,\sigma}$ per il quale si ha rottura per $T=T_{fail}$ assumendo il danno $D_{nb}(T)$ pari al valore del danno critico D_{cr} .

$$\lambda_{0,\sigma} = \frac{1}{2} \left[\frac{D_{cr}}{v_0 T} \frac{C}{\Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)} \right]^{2/k} \quad (5.7)$$

Esistono infinite PSD caratterizzate dallo stesso valore di $\lambda_{0,\sigma}$. Per semplicità si definisce una $G_{\sigma,\sigma}(f)$ con forma rettangolare per la quale è sufficiente ricavare l'altezza h_σ semplicemente dal rapporto:

$$h_\sigma = \frac{\lambda_{0,\sigma}}{(f_b \cdot f_a)} \quad (5.8)$$

Nell'Eq.(5.7) viene assegnato un tempo di rottura $T=T_{\text{fail}}$ pari a 3600 sec. $C=4.52 \cdot 10^{27}$ è la costante della curva S-N MTS modificata a flessione alterna ricavata nel Cap.4. $D_{\text{nb}}(T)$ è impostato al valore critico secondo Miner $D_{\text{nb}}(T)=D_{\text{cr}}=1$, mentre ν_0 viene assunto, con buona approssimazione, pari alla frequenza di centro banda $f_c=(f_b+f_a)/2=50$ Hz di $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$. Combinando le Eq.(5.7) e (5.8) viene calcolata $h_\sigma=2953$ MPa^2/Hz , definendo univocamente $G_{\sigma, \sigma}(f)$ riportata in Figura 5.1(a).

L'auto-PSD stimata in accelerazione $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ da applicare alla base che permette di instaurare tale $G_{\sigma, \sigma}(f)$ nell'intaglio del provino si ricava da:

$$G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f) = \frac{G_{\sigma, \sigma}(f)}{|H_{\sigma, 1}(f)|^2} \quad (5.9)$$

dove $|H_{\sigma, 1}(f)|$, mostrata in Figura 5.1(b), è l'ampiezza della FRF calcolata dal modello agli elementi finiti nel Cap.3 (vedi Figura 3.20). La $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ risultante è riportata in Figura 5.1(c).

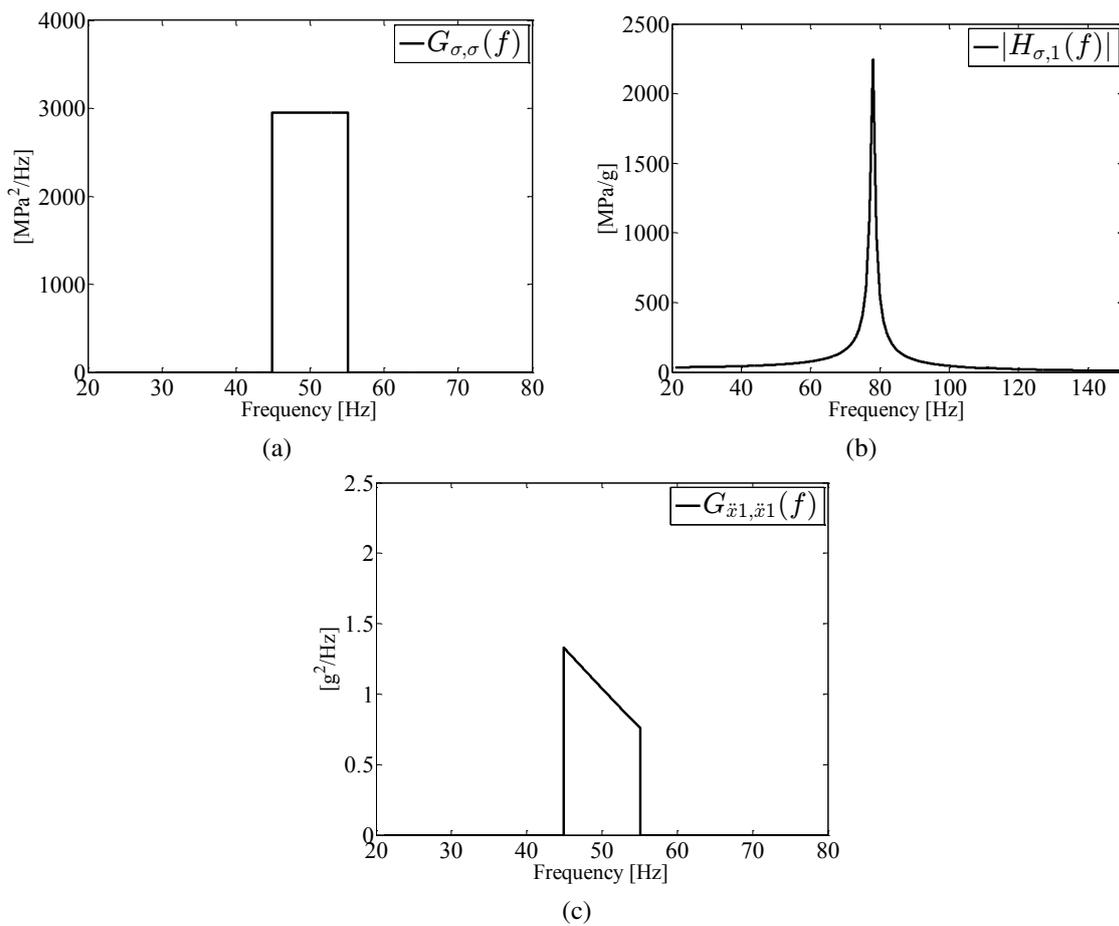


Figura 5.1: (a) $G_{\sigma, \sigma}(f)$ richiesta; (b) $|H_{\sigma, 1}(f)|$; (c) $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ stimata.

Nel paragrafo successivo vengono mostrati i risultati derivanti dalle prove effettuate in laboratorio. Ogni prova è stata condotta applicando una differente $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$, calcolata semplicemente variando di volta in volta il tempo di rottura T nell'Eq.(5.7).

5.1.2: configurazione sperimentale

La configurazione del sistema di prova, la strumentazione utilizzata e la centralina di controllo e acquisizione dati sono le stesse utilizzate nelle prove armoniche di durabilità del Cap.4 (vedi Figura 5.2). L'accelerometro (#1), posizionato sulla tavola dello shaker, misura le accelerazioni in ingresso, in ciclo chiuso con il sistema di controllo e l'altro accelerometro (#2) monitora la risposta dinamica all'estremità del cantilever beam. 4 estensimetri (connessi due a due a mezzo ponte) sono posizionati al centro delle facce del T-clamp.

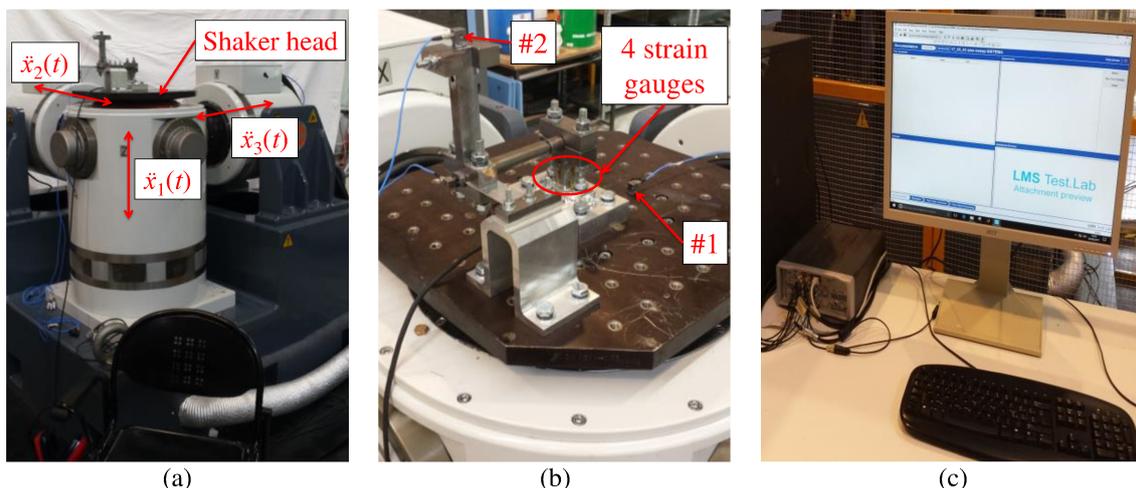


Figura 5.2: (a) shaker tri-assiale; (b) prototipo del sistema di prova montato sulla tavola dello shaker, (c) centralina di controllo e acquisizione dati.

La frequenza di campionamento per i due accelerometri è stata impostata a $F_s=1600$ Hz. Sono quindi 29 i punti misurabili $n_p=F_s/f_b$ per ogni periodo di segnale alla frequenza superiore di banda $f_b=55$ Hz. Anche per i segnali di deformazione è stata impostata una frequenza di campionamento di 1600 Hz con una frequenza di taglio (del filtro utilizzato dalla centralina estensimetrica) di 150 Hz.

È stato utilizzato il programma MIMO Random di LMS per condurre lo shaker durante le prove con accelerazioni stocastiche applicate alla tavola.

Per ottenere un carico stocastico flessionale alterno sul provino, si applica alla tavola dello shaker, la PSD di accelerazione verticale $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ con valore di deviazione standard (RMS) pari a $\sigma_{\ddot{x}_1}$ (canale primario). Lungo le due direzioni orizzontali (canali

secondari) vengono applicate $G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f)$ e $G_{\ddot{x}3,\ddot{x}3}(f)$ con lo stesso profilo di $G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f)$ ma con valore RMS molto inferiore a $\sigma_{\ddot{x}1}$ pari a $\sigma_{\ddot{x}2}=\sigma_{\ddot{x}3}=0.01 \text{ g}^2/\text{Hz}$.

Quando si applicano accelerazioni nella forma di auto-PSD, occorre definire anche le relative cross-PSD, come mostrato nell'Eq.(5.10), che rappresenta la matrice delle PSD $\mathbf{G}_{\ddot{x}}(f)$:

$$\mathbf{G}_{\ddot{x}}(f) = \begin{bmatrix} G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f) & G_{\ddot{x}1,\ddot{x}2}(f) & G_{\ddot{x}1,\ddot{x}3}(f) \\ G_{\ddot{x}2,\ddot{x}1}(f) & G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f) & G_{\ddot{x}2,\ddot{x}3}(f) \\ G_{\ddot{x}3,\ddot{x}1}(f) & G_{\ddot{x}3,\ddot{x}2}(f) & G_{\ddot{x}3,\ddot{x}3}(f) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

dove i termini sulla diagonale $G_{i,i}(f)$ sono le auto-PSD, mentre i termini fuori diagonale $G_{i,j}(f)$ (con $i \neq j$) sono le cross-PSD. A differenza delle $G_{i,i}(f)$ che sono completamente reali, le $G_{i,j}(f)$ sono funzioni complesse definite come:

$$G_{i,j}(f) = \text{Re}\{G_{i,j}(f)\} + i \text{Im}\{G_{i,j}(f)\} = G_{i,j}^c(f) + i G_{i,j}^d(f) \quad (5.11)$$

La parte reale di $G_{i,j}(f)$ è chiamata co-spettro mentre la parte immaginaria quad-spettro. Si dimostra che $G_{j,i}(f) = G_{i,j}^*(f)$, dove $G_{i,j}^*(f)$ è il complesso coniugato di $G_{i,j}(f)$. Come conseguenza di questa proprietà, la matrice $\mathbf{G}_{\ddot{x}}(f)$ è Hermitiana e può essere riscritta secondo l'Eq.(5.12):

$$\mathbf{G}_{\ddot{x}}(f) = \begin{bmatrix} G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f) & G_{\ddot{x}1,\ddot{x}2}(f) & G_{\ddot{x}1,\ddot{x}3}(f) \\ G_{\ddot{x}1,\ddot{x}2}^*(f) & G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f) & G_{\ddot{x}2,\ddot{x}3}(f) \\ G_{\ddot{x}1,\ddot{x}3}^*(f) & G_{\ddot{x}2,\ddot{x}3}^*(f) & G_{\ddot{x}3,\ddot{x}3}(f) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

I valori da assegnare alle $G_{i,j}(f)$ dipendono dal grado di correlazione tra le auto-PSD in accelerazione coinvolte ($G_{\ddot{x}1,\ddot{x}1}(f)$, $G_{\ddot{x}2,\ddot{x}2}(f)$ e $G_{\ddot{x}3,\ddot{x}3}(f)$). La correlazione fra auto-PSD viene quantificata attraverso la funzione di coerenza definita secondo l'Eq.(5.13) [Bnd_10]:

$$\gamma_{i,j}^2(f) = \frac{|G_{i,j}(f)|^2}{G_{i,i}(f)G_{j,j}(f)} \quad (5.13)$$

Tale funzione assume, per ogni f , valori reali compresi nell'intervallo $[0,1]$. Se i due processi stocastici sono completamente correlati la funzione assume valore unitario, mentre presenta un valore nullo se i due processi sono scorrelati.

Siccome $|G_{i,j}(f)| = |G_{i,j}^*(f)|$ e $G_{i,j}^*(f) = G_{j,i}(f)$, allora $|G_{i,j}(f)| = |G_{j,i}(f)|$. Da questa constatazione si ricava dalla Eq.(5.13) che $\gamma_{i,j}^2(f) = \gamma_{j,i}^2(f)$.

Durante le prove in laboratorio quindi è stato sufficiente impostare le funzioni di coerenza $\gamma_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}^2(f)$, $\gamma_{\bar{x}_1, \bar{x}_3}^2(f)$ e $\gamma_{\bar{x}_2, \bar{x}_3}^2(f)$ ad un valore costante, pari a 0.05 (valore minimo applicabile dal software), in tutto il range in frequenza delle PSD in accelerazione. $G_{\bar{x}_1, \bar{x}_1}(f)$, $G_{\bar{x}_2, \bar{x}_2}(f)$ e $G_{\bar{x}_3, \bar{x}_3}(f)$ sono quindi tra loro praticamente scorrelate.

5.1.3: analisi dei segnali temporali misurati

Per tutta la durata delle prove, le accelerazioni verticali in input $\ddot{x}_1(t)$ sulla tavola e in output $\ddot{y}_{1,c}(t)$ all'estremità del cantilever sono state monitorate rispettivamente dagli accelerometri #1 e #2. Le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$ e $\varepsilon_{T, \text{clamp}}(t)$ sono state misurate in periodi di 30 secondi, a causa dell'impossibilità della centralina estensimetrica di registrare estese storie temporali.

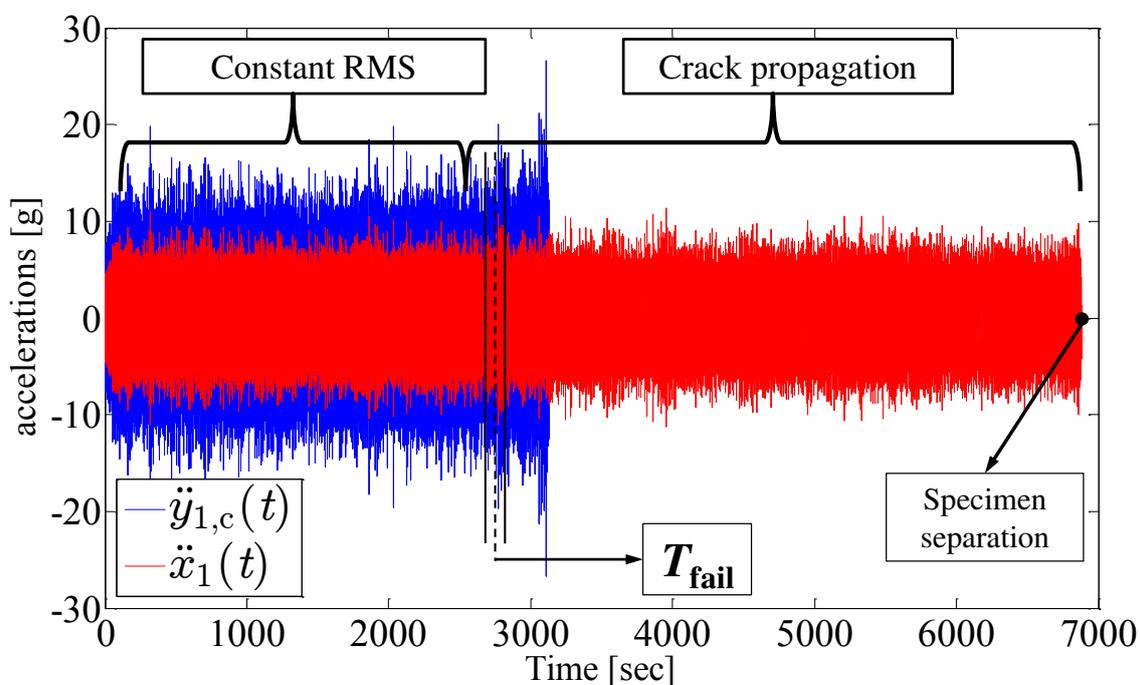


Figura 5.3: accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ misurate dagli accelerometri #1 e #2 durante una prova con carico flessionale stocastico agente sul provino.

Un comportamento tipico osservabile in questa tipologia di prove è mostrato in Figura 5.3, in cui vengono riportate le accelerazioni verticali misurate, per tutta la durata della prova, sulla tavola dello shaker $\ddot{x}_1(t)$ (linea rossa) e in punta al cantilever beam $\ddot{y}_{1,c}(t)$ (linea blu). L'accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ presenta un valore RMS $\sigma_{\bar{x}_1}$ costante, mentre il comportamento di $\ddot{y}_{1,c}(t)$ si può dividere in tre parti distinte in modo simile alle prove con carichi armonici mostrate in Figura 4.3.

Nella prima lunga parte, le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$, misurate dall'accelerometro #2, presentano un valore RMS $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ costante. La seconda parte è caratterizzata da un incremento delle $\ddot{y}_{1,c}(t)$ (e quindi del relativo RMS) a causa dell'innesco e propagazione della cricca per fatica nella sezione netta del provino. La propagazione della cricca diminuisce la rigidità del provino, in quanto si riduce la sezione resistente. Di conseguenza, l'ampiezza della FRF $|H_{1c,1}(f)|$ varia, presentando la risonanza a una frequenza inferiore di quella per provino integro (70 Hz). Come da Eq.(5.9) $|H_{1c,1}(f)|$ può essere espressa come la radice quadrata del rapporto della auto-PSD $G_{\ddot{y}_{1c},\ddot{y}_{1c}}(f)$ di $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e della auto-PSD $G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f)$ di $\ddot{x}_1(t)$: $|H_{1c,1}(f)|=(G_{\ddot{y}_{1c},\ddot{y}_{1c}}(f)/G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f))^{0.5}$. Siccome la frequenza di risonanza è diminuita, $|H_{1c,1}(f)|$ presenta pertanto valori maggiori, provocando un aumento di $G_{\ddot{y}_{1c},\ddot{y}_{1c}}(f)$ e quindi le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ incrementano. Al progredire della lunghezza della cricca, la frequenza di risonanza di $|H_{1c,1}(f)|$ del sistema (70 Hz) si riduce fino a raggiungere il range in frequenza di eccitazione compreso fra $f_a=45$ Hz e $f_b=55$ Hz. In questi istanti si raggiungono le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ massime misurate sul cantilever durante la prova, ma poi ritornano a diminuire (nella terza parte), in quanto continua a ridurre la frequenza di risonanza del sistema. A questo punto la rigidità del provino è talmente bassa, a causa dell'elevata estensione della cricca, che le accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ sono addirittura inferiori di quelle applicate alla tavola $\ddot{x}_1(t)$. Il provino, non ancora completamente separato, ma ormai inutilizzabile, percorre ancora un numero elevato di cicli prima della separazione definitiva.

Il valore RMS $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ delle accelerazioni $\ddot{y}_{1,c}(t)$ è stato il parametro osservato per definire il criterio di danneggiamento. In particolare il segnale $\ddot{y}_{1,c}(t)$ è stato diviso in diverse finestre temporali consecutive di 60 sec sulle quali è stato calcolato il valore RMS $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$. L'istante di tempo T_{fail} , centrato sulla finestra che presenta un incremento del 20% di $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$, comparato con $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ del tratto stabile (vedi Figura 5.3) è stato stabilito come criterio di danneggiamento.

I segnali temporali di accelerazione e di deformazione misurati durante le prove si prestano per un'analisi in frequenza, attraverso la stima delle corrispettive PSD. Per utilizzare tale approccio in frequenza, introdotto nel sotto-paragrafo 5.1.1, occorre verificare che le accelerazioni e le deformazioni misurate siano distribuite secondo una funzione densità di probabilità gaussiana con valore medio nullo. Le caratteristiche di stazionarietà e di ergodicità si considerano assodate.

Sebbene lo shaker sia in grado di applicare accelerazioni stocastiche distribuite solo in modo gaussiano è opportuno verificare sul segnale misurato $\ddot{x}_1(t)$ se tale caratteristica viene riscontrata.

La Figura 5.4 (a) mostra le accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ (in rosso) e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ (in blu) misurate nel tratto stabile con $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ costante. Le distribuzioni di $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ seguono rispettivamente due distribuzioni gaussiane con medie nulle $\mu_{\ddot{x}_1}=\mu_{\ddot{y}_{1c}}=0$ e deviazioni

standard $\sigma_{\ddot{x}_1}$ e $\sigma_{\ddot{y}_{1,c}}$ (pari ai valori RMS), in quanto gli indici di asimmetria nulli e gli indici di curtosi prossimi al valore 3 sono tipici per una distribuzione normale [Pfe_08].

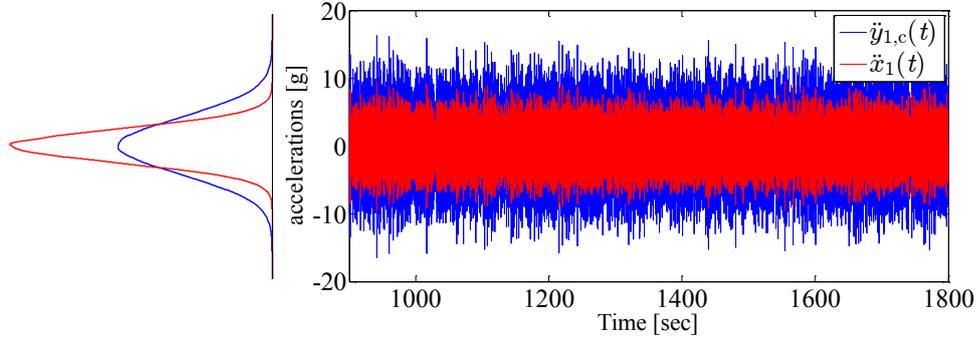


Figura 5.4: accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ misurate nel tratto stabile dagli accelerometri #1 e #2 durante una prova con carico flessionale stocastico agente sul provino.

La distribuzione gaussiana delle accelerazioni si può riscontrare anche nelle Figure 5.5(a) e 5.5(b) in cui viene riportato con indicatori rossi e blu rispettivamente i quantili delle ampiezze di accelerazione $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ confrontati con la linea nera che rappresenta i quantili di un processo gaussiano teorico, descrivibile secondo l'Eq.(5.14) [AIK_04]:

$$\Phi_{\mu,\sigma}^{-1}(p) = z_p = \mu + \sigma \Phi^{-1}(p), \quad p \in (0,1) \quad (5.14)$$

L'Eq.(5.14) rappresenta la funzione quantile per una variabile aleatoria normale con media μ e deviazione standard σ . Il quantile z_p è la funzione inversa della funzione di densità cumulata $\Phi_{\mu,\sigma}(z_p)$ della distribuzione normale esprimibile secondo l'Eq.(5.15):

$$\Phi_{\mu,\sigma}(a) = \Phi(z_p) = \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{a-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{z_p}{\sqrt{2}}\right) \right], \quad a \in (-\infty, +\infty) \quad (5.15)$$

dove a è l'ampiezza delle accelerazioni e $z_p = (a-\mu)/\sigma$.

$\Phi^{-1}(p)$ (vedi Eq.(5.16)) è la funzione quantile di una distribuzione normale standard ($\mu=0$ e $\sigma=1$):

$$\Phi^{-1}(p) = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1}(2p-1), \quad p \in (0,1) \quad (5.16)$$

dove con $\operatorname{erf}(a)$ viene indicata la funzione degli errori [Abr_64]:

$$\operatorname{erf}(a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-a}^a e^{-t^2} dt, \quad a \in (-\infty, +\infty) \quad (5.17)$$

che descrive la probabilità di una variabile aleatoria distribuita gaussianamente con media zero e varianza 0.5 di cadere all'interno dell'intervallo $[-a, a]$, dove a è l'ampiezza dei segnali di accelerazione. Le Figure 5.5 riportano anche le probabilità cumulate che sono in relazione con i quantili z_p secondo l'Eq.(5.15).

Nelle Figure 5.5, la stretta correlazione della distribuzione di probabilità cumulata delle accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ con le distribuzioni normali teoriche, conferma che le ampiezze di accelerazione misurate sono distribuite secondo una distribuzione normale con media nulla descrivibile dalla seguente funzione densità di probabilità:

$$f(a; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad a \in (-\infty, +\infty) \quad (5.18)$$

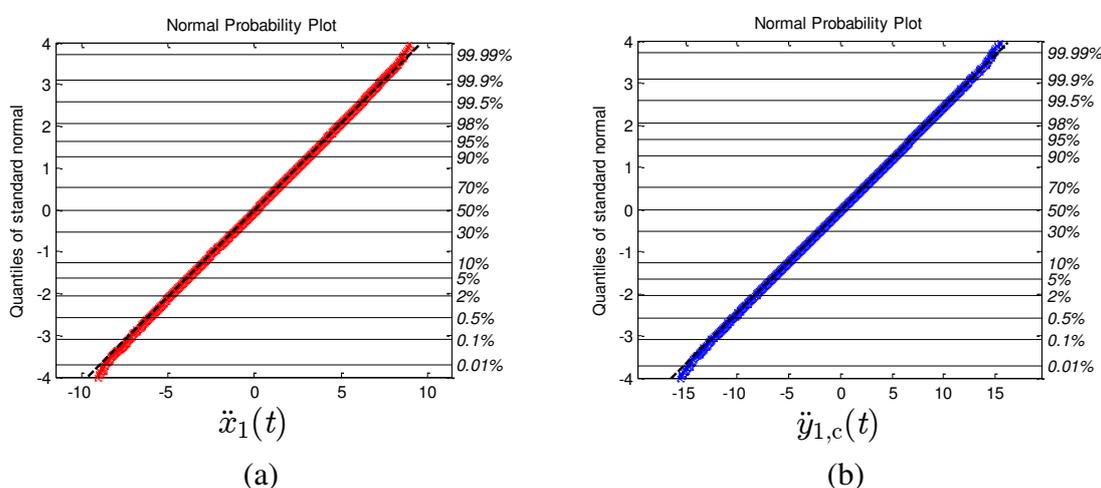


Figura 5.5: confronto tra la distribuzione normale di probabilità cumulata (linea nera) con la distribuzione di probabilità cumulata delle ampiezze di (a) $\ddot{x}_1(t)$; (b) $\ddot{y}_{1,c}(t)$.

La medesima analisi sulla gaussianità viene effettuata anche sui segnali di deformazione $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ misurati nel T-clamp. In Figura 5.6(a) si riportano le deformazioni $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ misurate nel T-clamp. Si nota che $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ non sono nulle, in quanto i canali secondari dello shaker non possono essere completamente disattivati. $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ sono tuttavia trascurabili rispetto a $\varepsilon_{B,clamp}(t)$. Ciò conferma che il carico agente sul provino è prettamente flessionale. In Figura 5.6(b) si riporta il confronto tra la distribuzione normale di probabilità cumulata (linea nera) con la distribuzione di probabilità cumulata delle ampiezze di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ (indicatori blu). Le Figure 5.6 dimostrano che anche le ampiezze di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ sono distribuite secondo una distribuzione normale con media nulla.

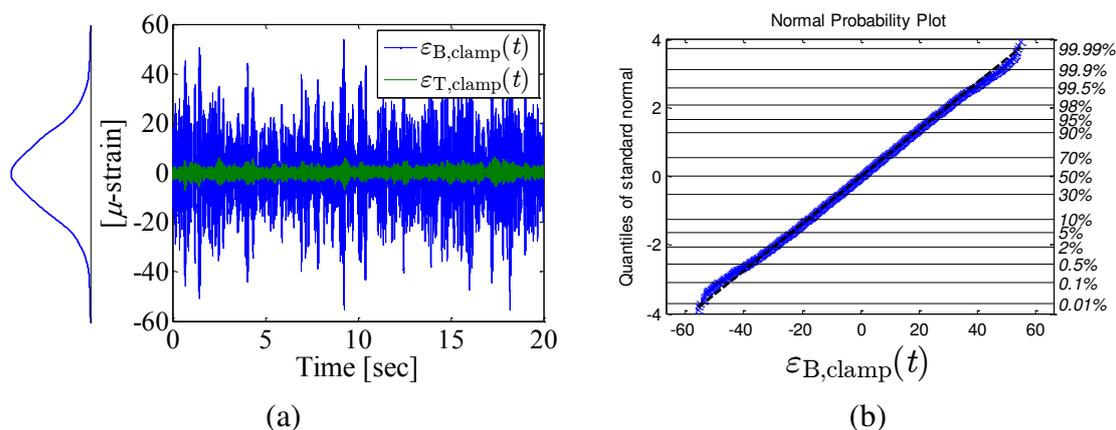


Figura 5.6: (a) segnali di deformazione $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ misurati nel T-clamp; (b) confronto tra la distribuzione normale di probabilità cumulata (linea nera) con la distribuzione di probabilità cumulata delle ampiezze di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$.

In laboratorio si sono effettuate 8 prove con un carico flessionale stocastico ottenuto con diversi profili di $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ calcolati con l'Eq.(5.9), variando il tempo di rottura come mostrato nel sotto-paragrafo 5.1.1. I risultati ottenuti sono raccolti in Tabella 5.1.

Test Number	$\sigma_{\ddot{x}_1, LMS}$ [g]	$\sigma_{\ddot{x}_1}$ [g]	param banda $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$	$\sigma_{\ddot{y}_1 c}$ [g]	param banda $\hat{G}_{\ddot{y}_1 c, \ddot{y}_1 c}(f)$	$\sigma_{\varepsilon B}$ [με]	param banda $\hat{G}_{\varepsilon B, \varepsilon B}(f)$	T_{fail} [sec]	N_{fail}	σ_{σ} [MPa]	param banda $\hat{G}_{\sigma, \sigma}(f)$	\tilde{N}_{fail} [sec]
1	2.83	2.77169	$v_0=48.91$ $v_p=49.19$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9943$	4.64163	$v_0=49.43$ $v_p=49.74$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9937$	16.69107	$v_0=49.92$ $v_p=50.21$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9943$	2070	103039	190.480	$v_0=49.92$ $v_p=50.20$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9943$	78688
2	2.64	2.58244	$v_0=49.56$ $v_p=49.89$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9933$	4.3604	$v_0=50.03$ $v_p=50.35$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	14.79158	$v_0=50.04$ $v_p=50.33$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9943$	2670	133583	175.88	$v_0=50.03$ $v_p=50.32$ $\alpha_1=0.9986$ $\alpha_2=0.9943$	157562
3	2.8	2.63975	$v_0=49.25$ $v_p=49.57$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	4.45649	$v_0=49.88$ $v_p=50.20$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	16.83302	$v_0=50.00$ $v_p=50.30$ $\alpha_1=0.9985$ $\alpha_2=0.9941$	1590	79488	194.37	$v_0=49.99$ $v_p=50.29$ $\alpha_1=0.9985$ $\alpha_2=0.9941$	66020
4	2.62	2.56229	$v_0=49.52$ $v_p=49.87$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9931$	4.21407	$v_0=49.75$ $v_p=50.08$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9934$	14.52385	$v_0=50.27$ $v_p=50.59$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	3750	186656	171.76	$v_0=49.77$ $v_p=50.09$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	193578
5	2.62	2.54464	$v_0=49.11$ $v_p=49.43$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	4.15879	$v_0=49.59$ $v_p=49.92$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9934$	15.06697	$v_0=49.96$ $v_p=50.31$ $\alpha_1=0.9982$ $\alpha_2=0.9930$	3750	186570	178.12	$v_0=49.75$ $v_p=50.10$ $\alpha_1=0.9982$ $\alpha_2=0.9930$	141102
6	2.41	2.34405	$v_0=49.15$ $v_p=49.46$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	3.97475	$v_0=49.70$ $v_p=50.02$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	13.84258	$v_0=49.94$ $v_p=50.27$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9934$	3090	154248	166.78	$v_0=49.92$ $v_p=50.26$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9932$	250126
7	2.2	2.17635	$v_0=49.61$ $v_p=49.93$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	3.69515	$v_0=50.16$ $v_p=50.49$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	13.0981	$v_0=50.28$ $v_p=50.60$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	5430	272989	154.99	$v_0=50.27$ $v_p=50.61$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9934$	473228
8	2.2	2.1482	$v_0=49.57$ $v_p=49.89$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	3.63564	$v_0=50.12$ $v_p=50.44$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	13.459	$v_0=50.48$ $v_p=50.80$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	7890	398212	158.92	$v_0=50.03$ $v_p=50.33$ $\alpha_1=0.9985$ $\alpha_2=0.9941$	380752

Tabella 5.1: stime delle PSD e dei relativi parametri di banda dai segnali monitorati di accelerazione e deformazione e risultati sperimentali ottenuti durante prove su shaker con carico flessionale stocastico agente sul provino.

Dai valori misurati di $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1c}(t)$ vengono stimate le relative auto-PSD monolatero $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ e $\hat{G}_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$ secondo il metodo di Welch (Figure 5.7(a) e (b)). Per queste PSD vengono calcolati i valori di deviazione standard (pari ai valori RMS) $\sigma_{\ddot{x}_1}$ e $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ direttamente dalla radice quadrata del momento spettrale di ordine zero, $\sigma_{\ddot{x}_1} = \sqrt{\lambda_{0, \ddot{x}_1}}$ e $\sigma_{\ddot{y}_{1c}} = \sqrt{\lambda_{0, \ddot{y}_{1c}}}$.

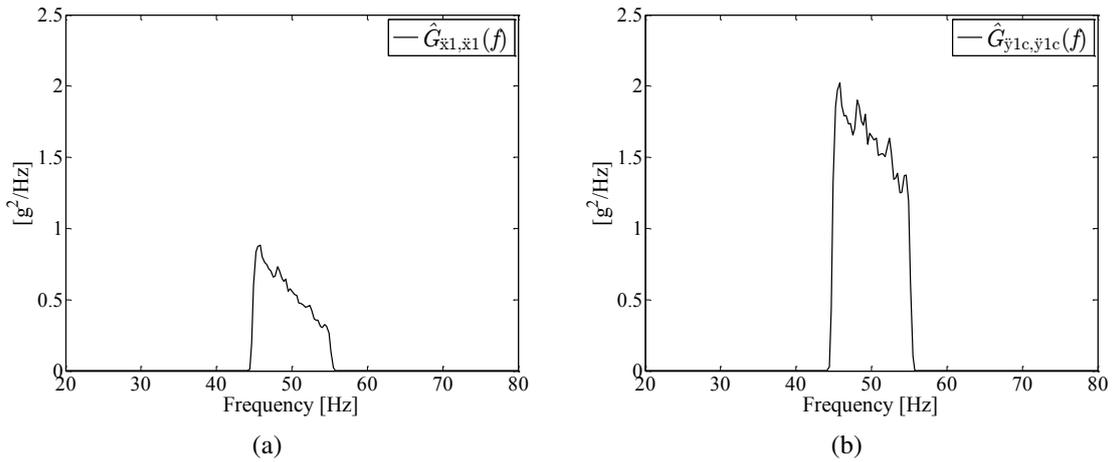


Figura 5.7: (a) $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$; (b) $\hat{G}_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$.

Il profilo di $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ replicato (Figura 5.7(a)) (realmente applicato alla tavola) è molto simile al profilo di $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ impostato nel software LMS (Figura 5.1(c)), così come i rispettivi valori RMS, $\sigma_{\ddot{x}_1}$ e $\sigma_{\ddot{x}_1, LMS}$, riportati in Tabella 5.1. Il software che controlla lo shaker è quindi in grado di replicare in modo corretto la $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ in input.

Per la $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ e $\hat{G}_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$ vengono calcolati gli indici ν_0 , ν_p e i parametri di banda α_1 e α_2 per verificare se le accelerazioni $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1c}(t)$ sono definite effettivamente a banda stretta o a banda larga.

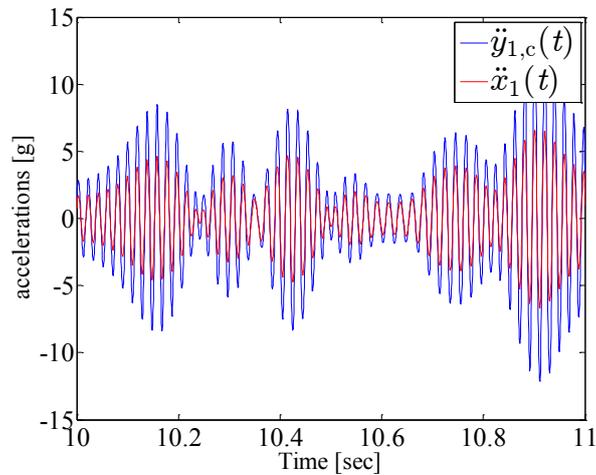


Figura 5.8: ristretta finestra temporale di $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1c}(t)$.

Dalla Tabella 5.1 si nota che, per le varie prove, $\hat{G}_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$ e $\hat{G}_{\bar{y}1c,\bar{y}1c}(f)$ sono caratterizzate da $\nu_0 \approx \nu_p$ e $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$. $\bar{x}_1(t)$ e $\bar{y}_{1c}(t)$, come confermato anche da Figura 5.8, sono quindi definiti a banda stretta.

Dai valori misurati di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ (Figura 5.6(a)) viene stimata la auto-PSD monolaterale $\hat{G}_{\varepsilon_{B,\varepsilon B}}(f)$ secondo il metodo di Welch (Figura 5.9(a)).

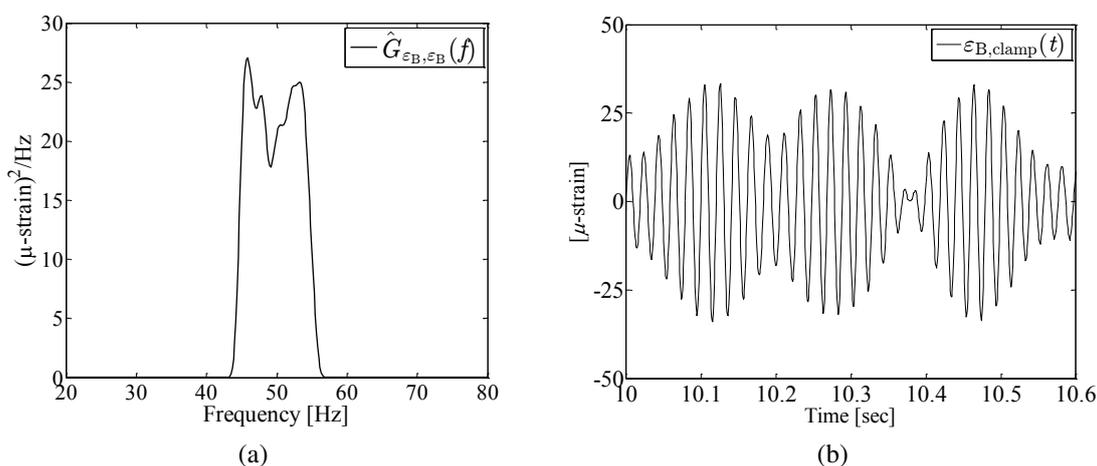


Figura 5.9: (a) $\hat{G}_{\varepsilon_{B,\varepsilon B}}(f)$; (b) ristretta finestra temporale di $\varepsilon_{B,clamp}(t)$.

Analogamente a $\hat{G}_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$ e a $\hat{G}_{\bar{y}1c,\bar{y}1c}(f)$, per la $\hat{G}_{\varepsilon_{B,\varepsilon B}}(f)$ vengono calcolati la deviazione standard $\sigma_{\varepsilon B}$, gli indici ν_0 , ν_p , e i parametri α_1 e α_2 , riportati in Tabella 5.1.

Tali valori confermano che anche le deformazioni $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ misurate sono un segnale a banda stretta, come mostrato in Figura 5.9(b).

In Tabella 5.1 si riporta l'istante di tempo T_{fail} , ricavato sperimentalmente, in cui si considera la rottura del provino. Il numero di cicli a rottura N_{fail} si ricavano con l'Eq.(5.19) [Ben_04] valida per processi a banda stretta:

$$N_{fail} \cong T_{fail} \nu_0 \quad (5.19)$$

in cui ν_0 è stato calcolato sulla $\hat{G}_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$.

5.1.4: stima della vita a fatica

L'obiettivo ora è presentare una metodologia previsionale della vita a fatica in prove sperimentali con carichi stocastici mono-assiali agenti sul provino.

Tale metodo si basa prima sulla stima della auto-PSD $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ della tensione di picco elastico nella sezione intagliata, direttamente dai segnali di deformazione misurati nel T-clamp. Viene poi stimato il numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} attraverso la formula NB (Eq.(5.1)) in cui si utilizza il momento di ordine zero $\lambda_{0,\sigma}$ di $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ e come parametri del

materiale (C e $k=k_{\sigma-m}$) quelli relativi alla curva S-N MTS modificata a flessione alterna ricavata nel Cap.4. La stima di $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ si ricava dall'Eq.(5.20) [Bnd_10]:

$$\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)=|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|^2 \hat{G}_{\varepsilon B,\varepsilon B}(f) \quad (5.20)$$

dove $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$, mostrata in Figura 5.10(a), è l'ampiezza della FRF calcolata dal modello agli elementi finiti nel Cap.3 (vedi Figura 3.24).

$\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ viene riportata in Figura 5.10 (b).

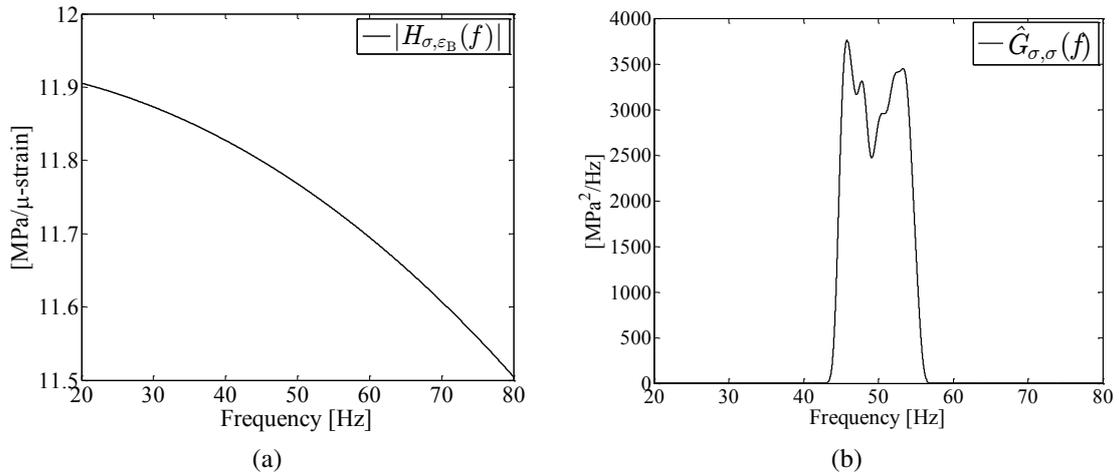


Figura 5.10: (a) $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$; (b) $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$.

Per $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ viene calcolata la deviazione standard (o RMS) σ_σ , gli indici ν_0 , ν_p e i parametri α_1 e α_2 riportati in Tabella 5.1. Anche la $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ risulta essere un processo a banda stretta. Si può quindi utilizzare la formula NB (Eq.(5.1)) combinata con l'Eq.(5.19) per stimare il numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} :

$$\tilde{N}_{fail} \cong \nu_0 \tilde{T}_{fail} = \frac{D_{nb}(T)C}{(\sqrt{2}\sigma_\sigma)^k \Gamma\left(1+\frac{k}{2}\right)} \quad (5.21)$$

dove $D_{nb}(T)$ è impostato al valore critico secondo Miner $D_{nb}(T)=D_{cr}=1$. $C=4.52 \cdot 10^{27}$ è la costante della curva S-N MTS modificata a flessione alterna con $k=k_{\sigma-m}=8.70$.

In Figura 5.11 si riporta, per ogni prova eseguita, il confronto fra il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} (Eq.(5.21)), con il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} (Eq.(5.19)). Le linee tratteggiate delimitano le bande di errore di N_{fail} al $\pm 50\%$.

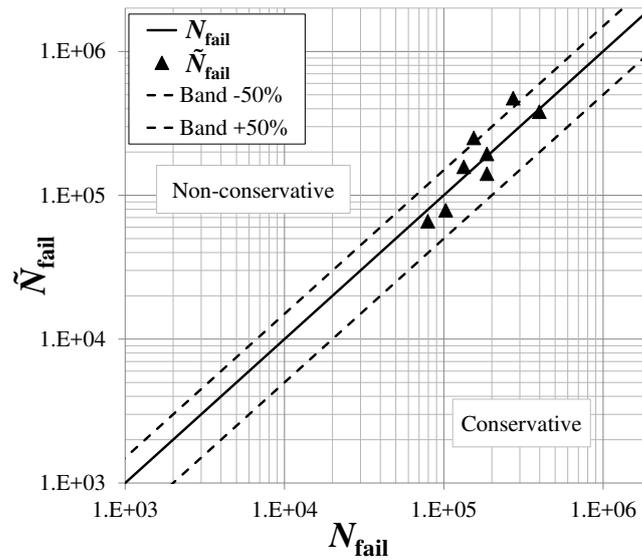


Figura 5.11: confronto tra il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} .

\tilde{N}_{fail} sono in stretta correlazione con N_{fail} in quanto ricadono all'interno delle due bande di errore. I risultati mostrati in Figura 5.11 confermano la bontà della metodologia usata per la stima del numero di cicli a rottura, in prove con carichi flessionali stocastici mono-assiali a banda stretta.

5.2: PROVE MULTI-ASSIALI CON CARICHI FLESSO-TORSIONALI STOCASTICI

In questo paragrafo l'obiettivo è mostrare i risultati di prove a fatica multi-assiale con carichi stocastici a flessione-torsione agenti sul provino. Rispetto alle precedenti prove flessionali in cui veniva applicata una PSD di accelerazione verticale $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$, risulta necessario applicare anche una PSD di accelerazione orizzontale $G_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f)$ in modo da instaurare il carico torsionale. Il range di eccitazione in frequenza per entrambe le PSD rimane quello compreso tra $f_a=45$ Hz e $f_b=55$ Hz.

5.2.1: stima delle accelerazioni in ingresso

In particolare per le prove multi-assiali si utilizzerà la PSD $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ applicata nella prova N.8 di tabella 5.1 mostrata in Figura 5.12.

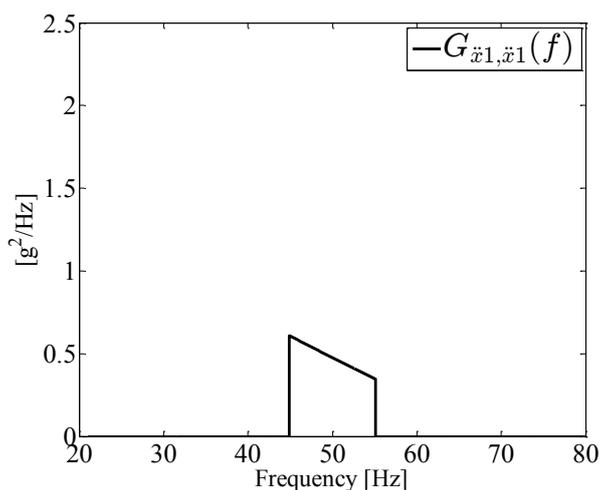


Figura 5.12: $G_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$ applicata nelle prove multi-assiali.

La $G_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f)$ invece è stata stimata con la procedura mostrata nel sotto-paragrafo 5.1.1 attraverso le Eq. (5.5) e (5.6). Il momento di ordine 0 di $G_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f)$, $\lambda_{0,\tau}$, per il quale si ha rottura per $T=T_{fail}$ assumendo il danno $D_{nb}(T)$ pari al valore del danno critico D_{cr} , è:

$$\lambda_{0,\tau} = \frac{1}{2} \left[\frac{D_{cr}}{v_0 T} \frac{C}{\Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)} \right]^{2/k} \quad (5.22)$$

Anche in questo caso, per semplicità si definisce una $G_{\tau,\tau}(f)$ con forma rettangolare per la quale è sufficiente ricavare l'altezza h_τ semplicemente dal rapporto:

$$h_{\tau} = \frac{\lambda_{0,\tau}}{(f_b - f_a)} \quad (5.23)$$

Nell'Eq.(5.22) viene assegnato un tempo di rottura $T=T_{fail}$ pari a 3600 sec. $C=9.33 \cdot 10^{42}$ è la costante della curva S-N a torsione alterna assunta nel Cap.3. $k=k_{\tau}=16.09$ è il valore della pendenza inversa della curva. $D_{nb}(T)$ è impostato al valore critico secondo Miner $D_{nb}(T)=D_{cr}=1$, mentre v_0 viene assunto, in buona approssimazione, pari alla frequenza di centro banda $f_c=(f_b+f_a)/2=50$ Hz di $G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f)$ (o di $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$). Combinando le Eq.(5.22) e (5.23) viene calcolata $h_{\tau}=634$ MPa²/Hz, definendo univocamente $G_{\tau,\tau}(f)$ riportata in Figura 5.13(a).

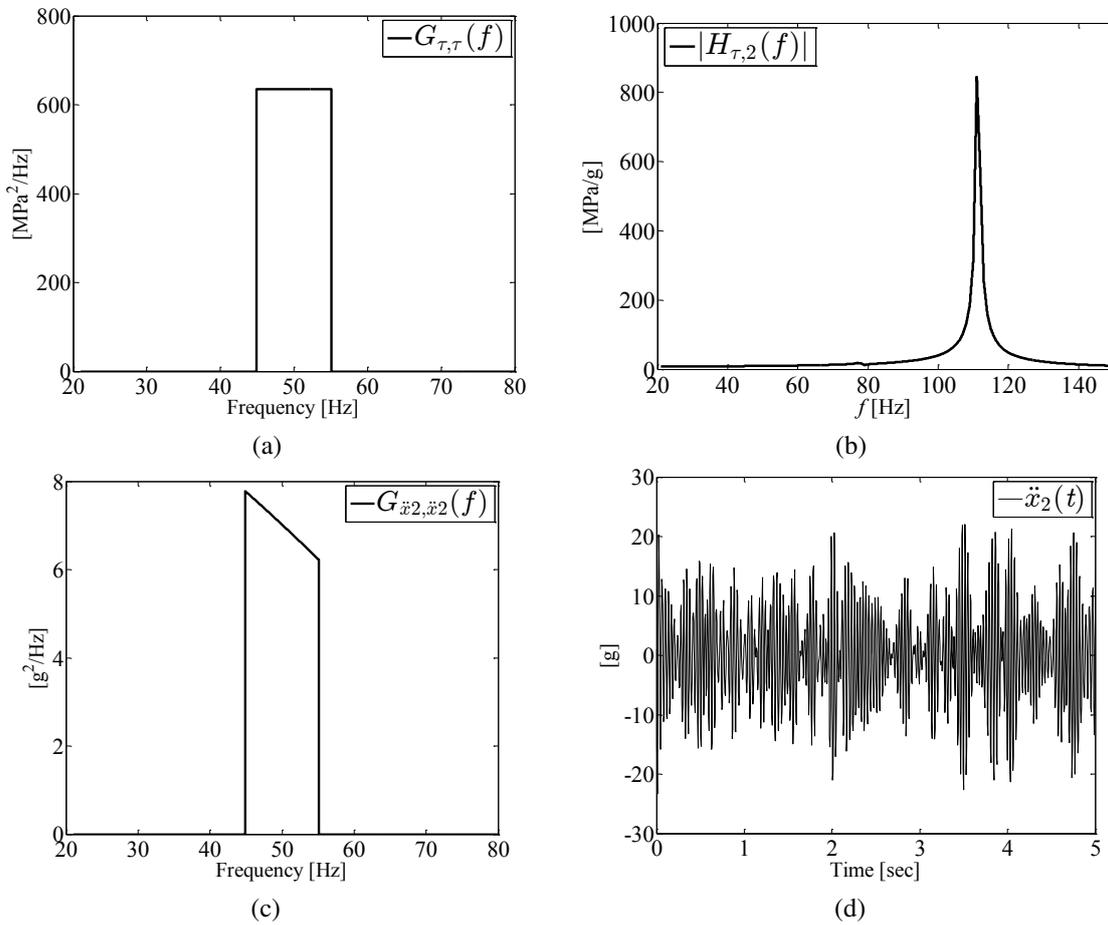


Figura 5.13: (a) $G_{\tau,\tau}(f)$ richiesta; (b) $|H_{\tau,2}(f)|$; (c) $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ stimata; (d) $\ddot{x}_2(t)$.

L'auto-PSD stimata in accelerazione $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ da applicare alla base che permette di instaurare tale $G_{\tau,\tau}(f)$ nell'intaglio del provino si ricava da:

$$G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f) = \frac{G_{\tau,\tau}(f)}{|H_{\tau,2}(f)|^2} \quad (5.24)$$

dove $|H_{\tau,2}(f)|$, mostrata in Figura 5.13(b), è l'ampiezza della FRF calcolata dal modello agli elementi finiti nel Cap.3 (vedi Figura 3.20). La $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ risultante e un esempio rappresentativo di segnale temporale $\ddot{x}_2(t)$ sono riportati rispettivamente in Figura 5.13(c) e 5.13(d).

Tale PSD $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$, con un valore di deviazione standard (o RMS) pari a $\sigma_{\tau}=\sqrt{\lambda_{0,\tau}}=8.44$ g, è troppo elevata da poter essere applicata, in quanto le relative accelerazioni $\ddot{x}_2(t)$ (Fig. 5.13(d)) superano l'accelerazione limite (9g) dello shaker. Questo fatto era già emerso nel Cap.3, in cui si era evidenziato che per portare a rottura il provino, con carichi torsionali, occorre eccitare il sistema a frequenze maggiori tali per cui $|H_{\tau,2}(f)|$ assume valori più elevati.

Per questo motivo non è possibile portare a rottura il provino con una $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ definita nel range in frequenza compreso tra $f_a=45$ Hz e $f_b=55$ Hz. Risulta necessario diminuire il valore di deviazione standard σ_{τ} (e quindi di h_{τ}), incrementando semplicemente T nell'Eq.(5.22), mantenendo quindi inalterato il profilo $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$.

Procedendo in questo modo, la $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ che verrà utilizzata nelle prove multi-assiali è riportata in Figura 5.14(a). In Figura 5.14(b) il segnale temporale $\ddot{x}_2(t)$ non supera l'accelerazione limite dello shaker, confermando quindi che $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ può essere applicata.

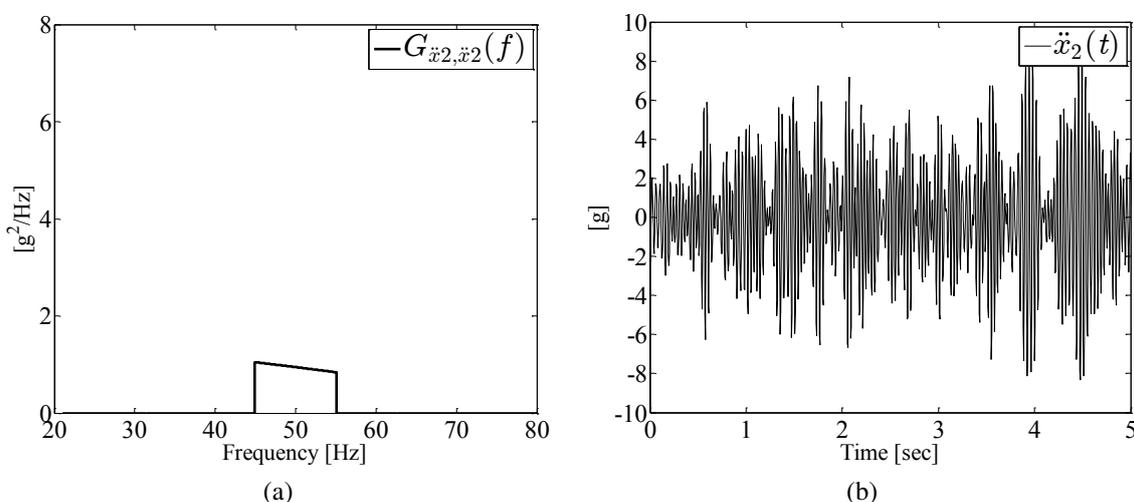


Figura 5.14: (a) $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ stimata e (b) relativo segnale temporale $\ddot{x}_2(t)$.

Lungo la restante direzione orizzontale (canale secondario) viene applicata la PSD $G_{\ddot{x}_3,\ddot{x}_3}(f)$ con lo stesso profilo di $G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f)$ ma con valore RMS molto inferiore a $\sigma_{\ddot{x}_1}$ pari a $\sigma_{\ddot{x}_3}=0.01$ g²/Hz. Coerentemente con l'Eq. (5.12) i valori delle cross-PSD delle accelerazioni in ingresso vengono calcolati con l'Eq.(5.13) in funzione delle coerenze $\gamma_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_2}^2(f)$, $\gamma_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_3}^2(f)$ e $\gamma_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_3}^2(f)$ impostate in LMS.

5.2.2: analisi dei segnali temporali misurati

La configurazione del sistema di prova, la strumentazione utilizzata e la centralina di controllo e acquisizione dati sono le stesse utilizzate nelle precedenti prove con carico flessionale stocastico (vedi Figura 5.2). Le frequenze di campionamento di accelerometri ed estensimetri sono impostate ancora a 1600 Hz.

Per tutta la durata delle prove, le accelerazioni verticali in input $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{x}_2(t)$ sulla tavola e in output $\ddot{y}_{1,c}(t)$ e $\ddot{y}_{2,c}(t)$ all'estremità del cantilever sono state monitorate rispettivamente dagli accelerometri #1 e #2. Le deformazioni nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$ e $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ sono state misurate in periodi di 30 secondi, a causa dell'impossibilità della centralina estensimetrica di registrare estese storie temporali.

Il comportamento tipico osservabile in queste prove è quello già mostrato in Figura 5.3 sia se vengono investigate le accelerazioni verticali $\ddot{x}_1(t)$ e $\ddot{y}_{1,c}(t)$ sia quelle orizzontali $\ddot{x}_2(t)$ e $\ddot{y}_{2,c}(t)$. Anche per queste prove multi-assiali, l'istante di tempo T_{fail} , centrato sulla finestra che presenta un incremento del 20% di $\sigma_{\ddot{y}_{1,c}}$, comparato con $\sigma_{\ddot{y}_{1,c}}$ del tratto stabile (vedi Figura 5.3), è stato stabilito come criterio di danneggiamento.

Le accelerazioni misurate in ingresso $\ddot{x}_1(t)$, $\ddot{x}_2(t)$ e in uscita $\ddot{y}_{1,c}(t)$, $\ddot{y}_{2,c}(t)$ e le deformazioni misurate nel T-clamp $\varepsilon_{B,clamp}(t)$, $\varepsilon_{T,clamp}(t)$ risultano essere distribuite secondo una variabile aleatoria normale con media nulla. Tali segnali si prestano quindi ad un'analisi in frequenza attraverso la stima delle corrispettive auto-PSD.

Applicando con lo shaker la $G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f)$ di Figura 5.12 e la $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ di Figura 5.14, in laboratorio si sono effettuate 4 prove con carichi stocastici multi-assiali a flessione-torsione agenti sul provino. L'unico parametro che è stato variato tra le varie prove è la funzione di coerenza fra le PSD $G_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_1}(f)$ e $G_{\ddot{x}_2,\ddot{x}_2}(f)$ delle accelerazioni in ingresso impostata in LMS al valore $\gamma_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_2,LMS}^2(f)$. In particolare le prove 1 e 3 sono state condotte con $\gamma_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_2,LMS}^2(f) = 0.05$ (bassa coerenza), mentre le prove 2 e 4 con $\gamma_{\ddot{x}_1,\ddot{x}_2,LMS}^2(f) = 0.98$ (alta coerenza).

I risultati ottenuti sono raccolti in Tabella 5.2.

Cap.5 – Prove a fatica con carichi stocastici

Test Number	$\sigma_{\bar{x}1,LMS}$ [g]	$\sigma_{\bar{x}2,LMS}$ [g]	$\gamma_{\bar{x}1,\bar{x}2}^2(f)$ LMS [-]	freq di eccitazione [Hz]	$\sigma_{\bar{x}1}$ [g]	$\sigma_{\bar{x}2}$ [g]	param banda $\hat{G}_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$	param banda $\hat{G}_{\bar{x}2,\bar{x}2}(f)$	$\sigma_{\ddot{y}1c}$ [g]	$\sigma_{\ddot{y}2c}$ [g]	param banda $\hat{G}_{\ddot{y}1c,\ddot{y}1c}(f)$	param banda $\hat{G}_{\ddot{y}2c,\ddot{y}2c}(f)$	$\sigma_{\epsilon B}$ [$\mu\epsilon$]	$\sigma_{\epsilon T}$ [$\mu\epsilon$]	param banda $\hat{G}_{\epsilon B,\epsilon B}(f)$	param banda $\hat{G}_{\epsilon T,\epsilon T}(f)$	T_{fail} [sec]	N_{fail}	σ_{σ} [MPa]	σ_{τ} [MPa]	$\sigma_{\tau/\sigma}$ [-]	param banda $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$	param banda $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$	\tilde{N}_{fail} [sec]
1	2.2	3.1	0.05	45-55	2.17	3.05	$v_0=49.58$ $v_p=49.90$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	$v_0=49.89$ $v_p=50.21$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	3.74	4.45	$v_0=50.15$ $v_p=50.47$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	$v_0=50.16$ $v_p=50.49$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	14.15	9.89	$v_0=50.17$ $v_p=50.49$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9938$	$v_0=50.22$ $v_p=50.54$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	4650	233291	167.46	33.49	0.2	$v_0=50.17$ $v_p=50.49$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	$v_0=50.28$ $v_p=50.61$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9935$	239631
2	2.2	3.1	0.98	45-55	2.21	3.00	$v_0=49.58$ $v_p=49.91$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9934$	$v_0=49.89$ $v_p=50.17$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	3.88	4.50	$v_0=50.20$ $v_p=50.53$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9935$	$v_0=50.14$ $v_p=50.47$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	15.33	8.71	$v_0=50.24$ $v_p=50.58$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9933$	$v_0=49.84$ $v_p=50.18$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9931$	2643	132784	181.48	29.46	0.16	$v_0=50.24$ $v_p=50.59$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9932$	$v_0=49.89$ $v_p=50.25$ $\alpha_1=0.9982$ $\alpha_2=0.9930$	90338
3	2.2	3.1	0.05	45-55	2.18	3.01	$v_0=49.61$ $v_p=49.93$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	$v_0=49.87$ $v_p=50.20$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9934$	3.71	4.39	$v_0=50.17$ $v_p=50.50$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	$v_0=50.15$ $v_p=50.48$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9935$	14.15	9.50	$v_0=50.01$ $v_p=50.33$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	$v_0=50.17$ $v_p=50.48$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9938$	4770	238473	167.24	32.13	0.19	$v_0=49.99$ $v_p=50.32$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9935$	$v_0=50.24$ $v_p=50.56$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9937$	243914
4	2.2	3.1	0.98	45-55	2.23	3.04	$v_0=49.56$ $v_p=49.89$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	$v_0=49.83$ $v_p=50.16$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	3.93	4.55	$v_0=50.18$ $v_p=50.50$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	$v_0=50.13$ $v_p=50.46$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	14.77	9.20	$v_0=50.00$ $v_p=50.32$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9935$	$v_0=50.10$ $v_p=50.42$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9938$	3570	178451	174.81	31.15	0.18	$v_0=49.99$ $v_p=50.32$ $\alpha_1=0.9983$ $\alpha_2=0.9934$	$v_0=50.15$ $v_p=50.47$ $\alpha_1=0.9984$ $\alpha_2=0.9936$	118834

Tabella 5.2: stime delle PSD e dei relativi parametri di banda dai segnali monitorati di accelerazione e deformazione e risultati sperimentali ottenuti durante prove su shaker con carico stocastico multi-assiale a flessione-torsione agente sul provino.

Dai valori di accelerazione misurati di $\ddot{x}_1(t)$, $\ddot{x}_2(t)$, $\ddot{y}_{1c}(t)$ e $\ddot{y}_{2c}(t)$ vengono stimate le relative auto-PSD monolatero $\hat{G}_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(f)$, $\hat{G}_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(f)$, $\hat{G}_{\ddot{y}_{1c}, \ddot{y}_{1c}}(f)$ e $\hat{G}_{\ddot{y}_{2c}, \ddot{y}_{2c}}(f)$ secondo il metodo di Welch. Per queste PSD si calcolano i valori di deviazione standard (o RMS) $\sigma_{\ddot{x}_1}$, $\sigma_{\ddot{x}_2}$, $\sigma_{\ddot{y}_{1c}}$ e $\sigma_{\ddot{y}_{2c}}$. Da Tabella 5.2 si nota che, per le varie prove, tali PSD di accelerazione sono caratterizzate da $\nu_0 \approx \nu_p$ e $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$. $\ddot{x}_1(t)$, $\ddot{x}_2(t)$, $\ddot{y}_{1c}(t)$ e $\ddot{y}_{2c}(t)$ sono quindi definiti a banda stretta.

Dai segnali di deformazione $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$ e $\varepsilon_{T, \text{clamp}}(t)$ (Figura 5.15(b)) misurati nel T-clamp vengono stimate le auto-PSD monolatero $\hat{G}_{\varepsilon_B, \varepsilon_B}(f)$ e $\hat{G}_{\varepsilon_T, \varepsilon_T}(f)$ secondo il metodo di Welch (Figura 5.15(a)).

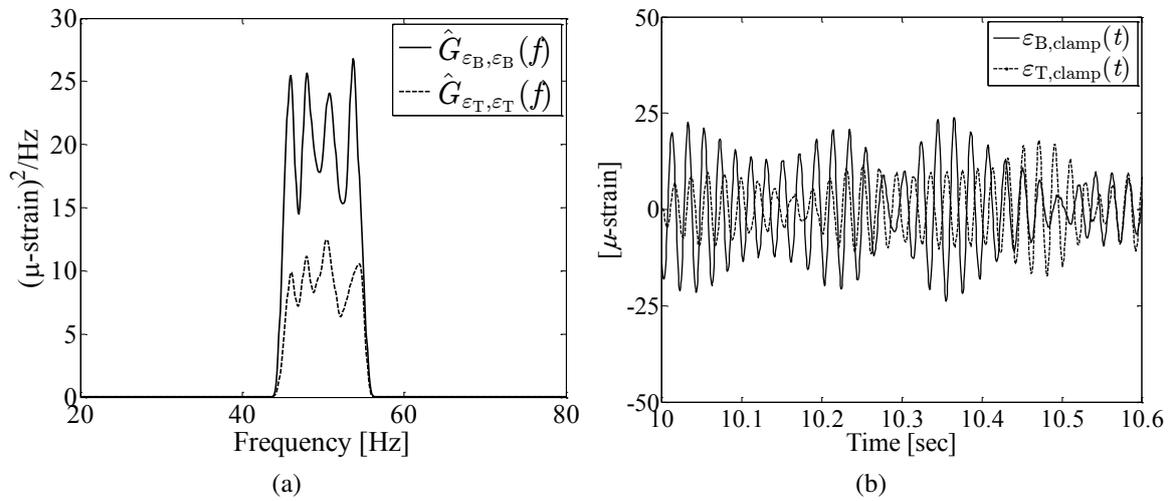


Figura 5.15: (a) $\hat{G}_{\varepsilon_B, \varepsilon_B}(f)$ e $\hat{G}_{\varepsilon_T, \varepsilon_T}(f)$; (b) ristretta finestra temporale di $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$ e $\varepsilon_{T, \text{clamp}}(t)$.

Per $\hat{G}_{\varepsilon_B, \varepsilon_B}(f)$ e $\hat{G}_{\varepsilon_T, \varepsilon_T}(f)$ vengono calcolati le deviazioni standard σ_{ε_B} e σ_{ε_T} , gli indici ν_0 , ν_p , e i parametri α_1 e α_2 , riportati in Tabella 5.2.

Tali valori confermano che anche le deformazioni $\varepsilon_{B, \text{clamp}}(t)$ e $\varepsilon_{T, \text{clamp}}(t)$ misurate sono segnali a banda stretta, come mostrato in Figura 5.15(b).

In Tabella 5.2 si riporta l'istante di tempo T_{fail} , ricavato sperimentalmente, in cui si considera la rottura del provino. Il numero di cicli a rottura N_{fail} si ricava con l'Eq.(5.19) [Ben_04] valida per processi a banda stretta.

5.2.3: stima della vita a fatica

L'obiettivo ora è presentare una metodologia previsionale della vita a fatica in prove sperimentali con carichi stocastici multi-assiali agenti sul provino.

Tale metodo si basa prima sulla stima delle auto-PSD $\hat{G}_{\sigma, \sigma}(f)$ e $\hat{G}_{\tau, \tau}(f)$ delle tensioni di picco elastico nella sezione intagliata, direttamente dai segnali di deformazione misurati nel T-clamp, attraverso le Eq.(5.20) e (5.25) rispettivamente.

$$\hat{G}_{\tau,\tau}(f) = |H_{\tau,\varepsilon T}(f)|^2 \hat{G}_{\varepsilon T,\varepsilon T}(f) \quad (5.25)$$

dove $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$ e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$, riportate in Figura 5.16(a), sono le ampiezze delle FRFs (Fig. 5.16(a)) calcolate dal modello agli elementi finiti nel Cap.3 (vedi Figura 3.24). $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ e $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$ sono riportate in Figura 5.16(b).

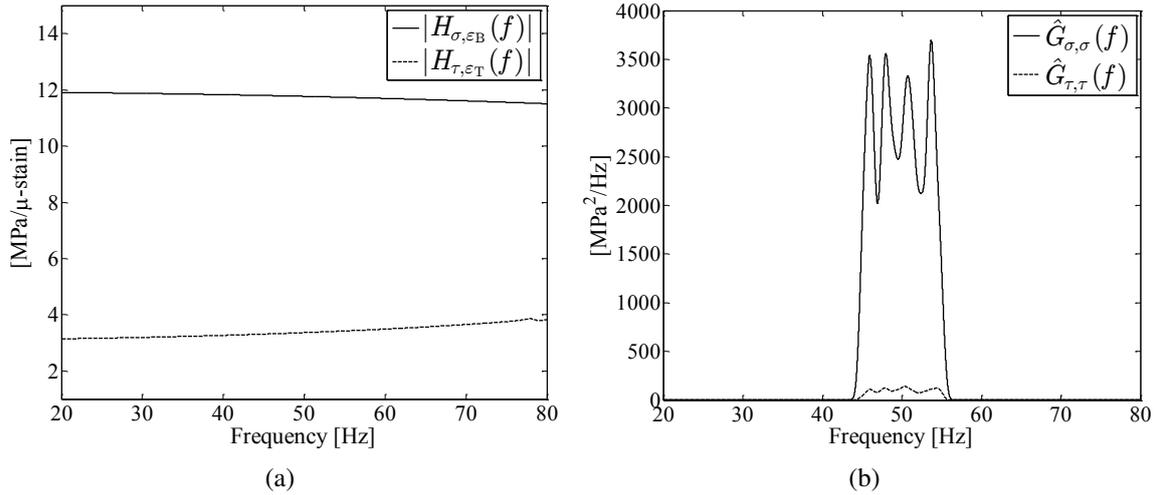


Figura 5.16: (a) $|H_{\sigma,\varepsilon B}(f)|$ e $|H_{\tau,\varepsilon T}(f)|$; (b) $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ e $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$.

Viene poi stimato il numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} attraverso il metodo delle proiezioni (PbP Method). Di seguito viene fornita una breve panoramica di tale metodo, senza entrare nei dettagli. Per una esaustiva trattazione si rimanda a [Ben_18a]. Il metodo PbP, essendo un criterio multi-assiale invariante, utilizza l'ampiezza $\sqrt{J_{2,a}}$ (in notazione semplificata J_a) della radice quadrata del secondo invariante J_2 del tensore deviatorico degli sforzi $\mathbf{T}'(t)$.

Se $\mathbf{T}(t)$ rappresenta il tensore degli sforzi in un punto del sistema, può essere quindi decomposto nel tensore deviatorico $\mathbf{T}'(t)$ e in uno idrostatico $\mathbf{T}_H(t)$: $\mathbf{T}(t) = \mathbf{T}'(t) + \mathbf{T}_H(t)$. Di solito $\mathbf{T}(t)$ viene rappresentato come vettore degli sforzi $\vec{\mathbf{t}}(t) = (\sigma_x(t), \sigma_y(t), \sigma_z(t), \tau_{xy}(t), \tau_{xz}(t), \tau_{yz}(t))$.

L'espressione $\sqrt{J_2(t)} = \sqrt{\vec{\mathbf{s}}(t) \cdot \vec{\mathbf{s}}(t)}$ mette in relazione il secondo invariante al vettore degli sforzi $\vec{\mathbf{s}}(t) = (s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t), s_5(t))$ nello spazio deviatorico. Questa relazione applicata da [Pap_97] permette di ottenere le componenti del tensore deviatorico e idrostatico, calcolate direttamente dal vettore degli sforzi $\vec{\mathbf{t}}(t)$.

Quando il tensore degli sforzi $\mathbf{T}(t)$ varia nel tempo, la freccia del vettore $\vec{\mathbf{s}}(t)$ descrive una curva (storia di carico Ψ) nello spazio deviatorico (Figura 5.17).

In frequenza il vettore $\vec{\mathbf{s}}(t)$ è caratterizzato dalla relativa matrice delle PSD mono-laterale degli sforzi $\mathbf{G}'(f)$ e dalla matrice delle covarianze \mathbf{C}' . Il termine generico C'_{ij}

rappresenta il momento di ordine zero di $G'_{ij}(f)$. Mentre lo sforzo idrostatico è caratterizzato dalla relativa PSD $G_H(f)$ e dalla sua varianza V_H .

In generale la matrice \mathbf{C}' non è diagonale, in quanto le componenti di sforzo del vettore $\vec{\mathbf{t}}(t)$ sono in relazione tra di loro. Calcolando gli autovalori e gli autovettori di \mathbf{C}' si ottiene una matrice diagonale delle covarianze \mathbf{C}'_p (Eq. (5.26)), in cui i termini sulla diagonale principale sono gli autovalori di \mathbf{C}' , mentre le colonne della matrice \mathbf{U} sono gli autovettori di \mathbf{C}' .

$$\mathbf{C}'_p = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{C}' \cdot \mathbf{U} \quad \rightarrow \quad \mathbf{C}'_p = \begin{bmatrix} C'_{p11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C'_{p22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C'_{p33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{p44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{p55} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

L'Eq. (5.26) equivale, nel dominio del tempo, alla proiezione della storia di carico Ψ lungo l'asse del nuovo sistema di riferimento ruotato. Il nuovo sistema di riferimento è ruotato di un angolo (i cui coseni direttori sono gli autovettori di \mathbf{U}) rispetto al sistema di riferimento originale in cui $\vec{\mathbf{s}}(t)$ è stato definito.

Proiettando la storia di carico nel nuovo sistema di riferimento si ottengono 5 nuove componenti di sforzo $\Omega_{p,i}(t)$ (con $i=1,..,5$) che costituiscono il vettore $\Omega(t)$. Dal momento che \mathbf{C}'_p è diagonale, gli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$ sono tra loro completamente non correlati. I termini sulla diagonale di \mathbf{C}'_p sono le varianze delle componenti di $\Omega(t)$: $C'_{pii} = Var\{\Omega_{p,i}(t)\}$.

La Figura 5.17 mostra un esempio per un carico di flesso-torsione. Le componenti deviatoriche degli sforzi $s_1(t)$ e $s_4(t)$ danno una storia di carico Ψ bidimensionale, che proiettata nel sistema di riferimento ruotato, restituisce le proiezioni degli sforzi $\Omega_{p,1}(t)$ e $\Omega_{p,4}(t)$. Il vettore $\Omega(t)$ è caratterizzato in frequenza dalla matrice delle PSD $\mathbf{G}'_p(f)$ ottenuta dalla proiezione della matrice $\mathbf{G}'(f)$ nel nuovo sistema di riferimento ruotato (Eq.(5.27)):

$$\mathbf{G}'_p(f) = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{G}'(f) \cdot \mathbf{U} \quad \rightarrow \quad \mathbf{G}'_p(f) = \begin{bmatrix} G'_{p11}(f) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G'_{p22}(f) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G'_{p33}(f) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G'_{p44}(f) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G'_{p55}(f) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

La matrice $\mathbf{G}'_p(f)$ è diagonale, i cui termini sono le auto-PSD $G'_{pii}(f)$ delle proiezioni degli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$ (con $i=1,..5$).

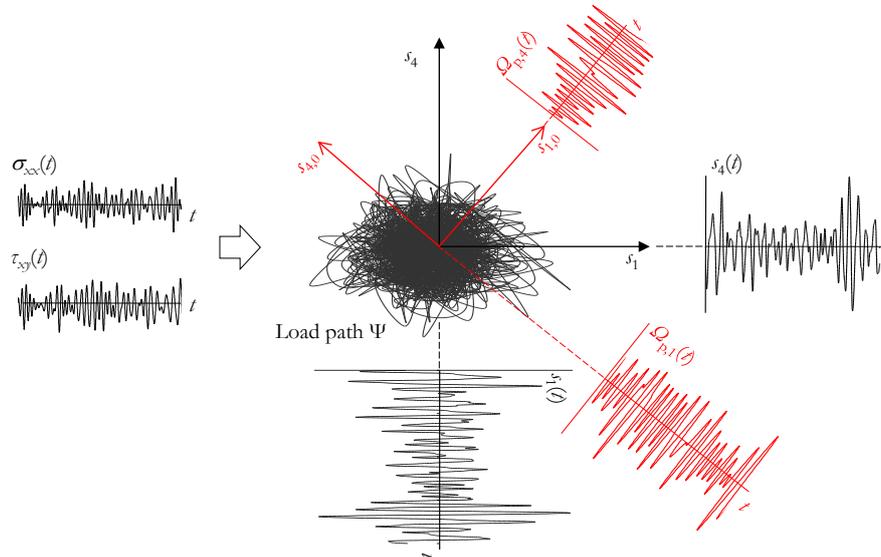


Figura 5.17: esempio di storia di carico stocastico Ψ nello spazio deviatorico, risultante da un carico di flessione-torsione. Il sistema di riferimento ruotato, individuato dagli assi ($s_{1,0}$ e $s_{4,0}$), è utilizzato per ottenere le proiezioni degli sforzi $\Omega_{p,1}(t)$ e $\Omega_{p,4}(t)$.

Siccome le matrici \mathbf{C}'_p e $\mathbf{G}'_p(f)$ sono diagonali, le proiezioni degli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$ sono tra loro completamente scorrelate e quindi il loro contributo al danneggiamento a fatica può essere calcolato separatamente. Per ogni PSD $G'_{pii}(f)$ il danno può essere calcolato attraverso metodi spettrali validi per carichi mono-assiali.

Il danno a fatica per ogni $\Omega_{p,i}(t)$ viene calcolato su una curva S-N di riferimento nel diagramma di Wöhler modificato (MWD: Modified Wöhler Diagram) [Sus_02]. Questo diagramma mette in relazione il numero di cicli a rottura N_{fail} (in notazione semplificata N), con l'ampiezza della radice quadrata del secondo invariante dello sforzo deviatorico J_a .

La Figura 5.18 mostra le relazioni tra il diagramma di Wöhler (Figura 5.18(a)) e il MWD (Figura 5.18(b)). Nel MWD i limiti a fatica a $N_{FL}=2 \cdot 10^6$ cicli sono $J_{a,\sigma}=(\sigma_{A2 \cdot 10^6,-1})/\sqrt{3}$ e $J_{a,\tau}=\tau_{A0,-1}$, dove $\sigma_{A2 \cdot 10^6,-1}$ e $\tau_{A0,-1}$ sono i limiti a fatica nel diagramma di Wöhler rispettivamente della curva S-N modificata a flessione alterna (ricavata nel Cap.4) e della curva S-N a torsione alterna, caratterizzate dalle pendenze inverse $k_{\sigma-m}$ e k_{τ} . Tra i due diagrammi le pendenze inverse rimangono inalterate.

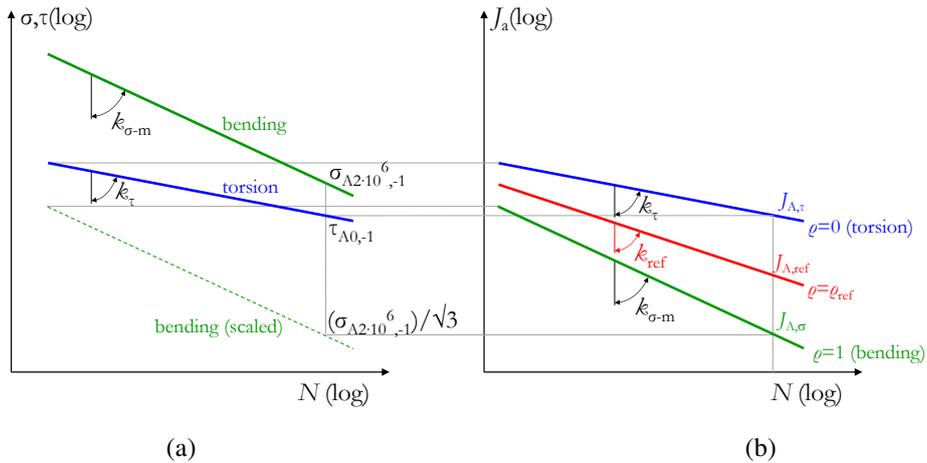


Figura 5.18: relazione fra le curve S-N (a) nel diagramma di Wöhler e (b) nel MWD.

Per ricavare la curva S-N di riferimento (Figura 5.18(b)) nel MWD è necessario calcolare il rapporto fra gli sforzi [Cri_11, Cri_14]:

$$\rho_{ref} = \sqrt{3} \frac{(\sigma_{H,m} + \sqrt{2V_H})}{\sqrt{2 \sum_{i=1}^5 C_{pii}}} \quad (5.28)$$

dove $\sigma_{H,m}$ e V_H sono, rispettivamente, il valore medio e la varianza degli sforzi idrostatici $\sigma_H(t)$. Se tutte le componenti degli sforzi hanno media nulla, $\sigma_{H,m}=0$. Il parametro ρ_{ref} quantifica il contributo degli sforzi idrostatici rispetto a quello degli sforzi deviatorici. Se si hanno solo sforzi idrostatici $\rho_{ref} \rightarrow \infty$. Ci sono due casi particolari nel caso di sforzi mono-assiali: $\rho_{ref} = 1$ per carichi flessionali o assiali (solo sforzi normali), $\rho_{ref} = 0$ per carichi torsionali (solo sforzi di taglio). In entrambi i due casi la curva S-N di riferimento coinciderà o con la curva a flessione o con quella a torsione a seconda del valore di ρ_{ref} . Nel caso di carichi multi-assiali invece $0 \leq \rho_{ref} \leq 1$ e quindi la curva S-N di riferimento sarà collocata tra la curva a flessione e quella a torsione.

In un diagramma doppio logaritmico la curva S-N di riferimento viene espressa dall'Eq.(5.29):

$$(J_a)^{k_{ref}} \cdot N = C_{ref} \quad (5.29)$$

dove $C_{ref} = N_{FL} \cdot (J_{A,ref})^{k_{ref}}$ è la costante della curva di riferimento. $J_{A,ref}$ è il limite a fatica a N_{FL} e k_{ref} è la pendenza inversa. $J_{A,ref}$ e k_{ref} vengono linearmente interpolate tra $J_{A,\sigma}$ e $J_{A,\tau}$ e $k_{\sigma-m}$ e k_τ [Sus_02]:

$$J_{A,ref} = J_{A,\tau} + \rho_{ref} \cdot (J_{A,\sigma} - J_{A,\tau}) \quad k_{ref} = k_\tau + \rho_{ref} \cdot (k_{\sigma-m} - k_\tau) \quad (5.30)$$

Con tale curva S-N di riferimento è possibile calcolare il danno causato dalla proiezione degli sforzi $\Omega_{p,i}(t)$. Essendo $\Omega_{p,i}(t)$ un carico stocastico mono-assiale, il relativo danno (al secondo) $d(\Omega_{p,i}(t))$ può essere calcolato con la formula NB o con il metodo Tovo-Benasciutti (TB method), proposto da [Ben_05, Ben_06], valido anche per processi definiti in banda larga:

$$d_{TB}(\Omega_{p,i}) = \eta_{TB,i} v_{0,i} C_{ref}^{-1} \left(\sqrt{2\lambda_{0,i}} \right)^{k_{ref}} \Gamma \left(1 + \frac{k_{ref}}{2} \right) \quad (5.31)$$

dove $\lambda_{0,i}$ e $v_{0,i}$ sono calcolati sulla PSD $G'_{pii}(f)$, mentre $\eta_{TB,i}$ è un fattore di correzione che tiene conto di quanto il processo $G'_{pii}(f)$ è definito a banda larga e dipende dal coefficiente b_{app} , la cui espressione viene riportata in [Ben_05, Ben_06]. Se $G'_{pii}(f)$ è definita a banda stretta, $\eta_{TB,i} \rightarrow 1$.

Una volta che il danno $d(\Omega_{p,i}(t))$ di ogni proiezione è stato calcolato, il danno totale $d(\Omega)$ causato dal vettore $\Omega(t)$ (che coincide con il danno causato dal vettore degli sforzi $\vec{t}(t)$) si ricava con l'Eq.(5.32):

$$d(\Omega) = \left[\sum_{i=1}^5 \left(d(\Omega_{p,i}) \right)^{\frac{2}{k_{ref}}} \right]^{\frac{k_{ref}}{2}} \quad (5.32)$$

Sostituendo il termine $d(\Omega_{p,i})$ di Eq.(5.32) con il termine $d_{TB}(\Omega_{p,i})$ di Eq.(5.31) si ottiene l'Eq.(5.33) che quantifica il danno causato da carichi multi-assiali, in cui ogni singolo danno $d(\Omega_{p,i}(t))$ è stato calcolato con il metodo TB:

$$d_{PbP}^{TB}(\Omega) = C_{ref}^{-1} \cdot \Gamma \left(1 + \frac{k_{ref}}{2} \right) \cdot \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^5 \left[2\lambda_{0,i} \left(\sqrt{\eta_{TB,i} v_{0,i}} \right)^2 \right]^{\frac{k_{ref}}{2}} \right\}^{k_{ref}}} \quad (5.33)$$

Si precisa che l'Eq.(5.33) quantifica il danno relativo al secondo. Nel caso in cui il carico multi-assiale abbia durata T (in secondi) il danno che ne deriva è:

$$D_{PbP}^{TB}(T) = d_{PbP}^{TB}(\Omega) \cdot T \quad (5.34)$$

Riorganizzando le Eq.(5.33) e (5.34) è possibile stimare il tempo a rottura \tilde{T}_{fail} con la seguente espressione:

$$\tilde{T}_{fail} = \frac{D_{PbP}^{TB}(T) \cdot C_{ref}}{\Gamma\left(1 + \frac{k_{ref}}{2}\right) \cdot \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^5 \left[2\lambda_{0,i} \left(\sqrt{\eta_{TB,i}} v_{0,i} \right)^2 \right] \right\}^{k_{ref}}}} \quad (5.35)$$

dove $D_{PbP}^{TB}(T)$ è impostato al valore critico secondo Miner $D_{PbP}^{TB}(T) = D_{cr} = 1$.

Se le auto-PSD stimate $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ e $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$ sono definite a banda stretta si può utilizzare l'Eq.(5.36) per stimare il numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} .

$$\tilde{N}_{fail} \cong \tilde{T}_{fail} \cdot f_c \quad (5.36)$$

A differenza dell'Eq.(5.19), nell'Eq.(5.36) si utilizza la frequenza di centro banda f_c di $\hat{G}_{\sigma,\sigma}(f)$ (o $\hat{G}_{\tau,\tau}(f)$) al posto di v_0 . È possibile fare questa sostituzione in quanto f_c corrisponde in buona approssimazione a v_0 nel caso di processi definiti a banda stretta.

In Figura 5.19 si riporta, per ogni prova eseguita, il confronto fra il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} (Eq.(5.36)), con il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} (Eq.(5.19)). Le linee tratteggiate delimitano le bande di errore di N_{fail} al $\pm 50\%$.

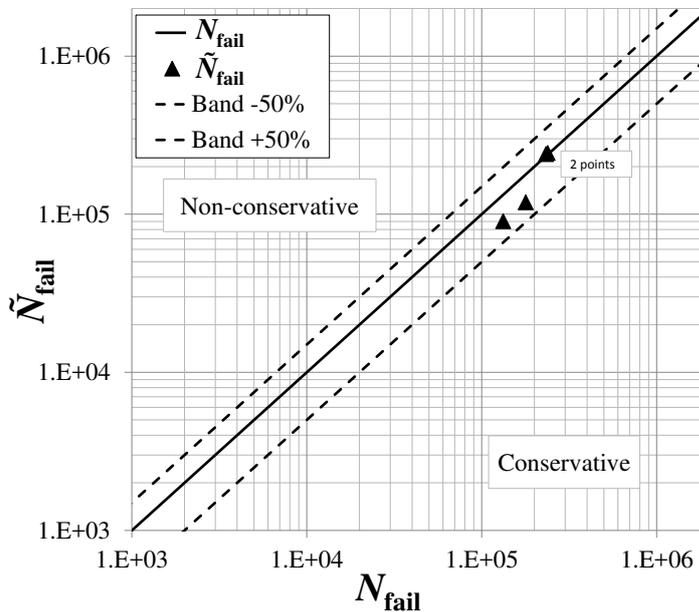


Figura 5.19: confronto tra il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} .

Da Tabella 5.2 e da Figura 5.19 si nota che le prove condotte a bassa coerenza ($\gamma_{\bar{x}1,\bar{x}2,LMS}^2(f) = 0.05$) tra le PSD di accelerazione in ingresso $G_{\bar{x}1,\bar{x}1}(f)$ e $G_{\bar{x}2,\bar{x}2}(f)$ portano a rottura il provino a numeri di cicli N_{fail} maggiori rispetto alle prove condotte ad alta

coerenza ($\gamma_{\tilde{x}1,\tilde{x}2,LMS}^2(f)=0.98$). Ciò è spiegato dal fatto che se $\gamma_{ij}^2(f) \neq 0$, da Eq.(5.13) si nota che i moduli delle cross-PSD di accelerazione $|G_{ij}(f)|$ non sono nulli. Di conseguenza la matrice $\mathbf{G}_{\tilde{x}}(f)$ delle PSD di accelerazione in ingresso al sistema di prova (Eq.(5.12)) non è più diagonale. La $\mathbf{G}_{\tilde{x}}(f)$ risulta quindi più danneggiante rispetto alla $\mathbf{G}_{\tilde{x}}(f)$ diagonale che si avrebbe nel caso di coerenza nulla (o prossima a 0).

Da Figura 5.19 si nota come \tilde{N}_{fail} siano in stretta correlazione con N_{fail} in quanto ricadono all'interno delle due bande di errore. Il metodo delle proiezioni utilizzato ha dimostrato quindi la sua capacità di quantificare il danneggiamento al variare della coerenza tra le accelerazioni in ingresso.

I risultati mostrati in Figura 5.19 confermano la bontà della metodologia usata per la stima del numero di cicli a rottura, in prove con carichi stocastici multi-assiali a flessione-torsione.

Capitolo 6

CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato affrontato il tema della fatica multi-assiale, maggior responsabile delle rotture osservabili nelle strutture reali e nei componenti meccanici.

Sebbene i metodi teorici e numerici negli ultimi anni abbiano assunto una grande importanza, l'analisi sperimentale rimane tuttavia un passo imprescindibile per la stima della vita utile del componente. La sperimentazione in laboratorio si basa sulla stima della resistenza del materiale a seguito dell'applicazione di carichi esterni.

I carichi possono essere applicati con due tipologie di macchine differenti: le macchine servo-idrauliche che impongono una forza e/o coppia direttamente sul provino mentre le tavole vibranti impongono un'accelerazione alla base. Le seconde possono lavorare a frequenze di prova maggiori delle prime.

Nel Cap.2 sono state analizzate le diverse metodologie di prova che sono state proposte nel corso degli anni, le quali differiscono in termini di macchine utilizzate, geometria dei campioni e tipo di eccitazione.

Mentre le macchine servo-idrauliche normalmente adottano campioni cilindrici [Ane_16, Nie_12], nelle prove su shaker si utilizzano una serie più ampia di configurazioni di provini, che vanno dai semplici provini a piastra e cilindrici [Geo_04, Bnn_13, Ghi_11, Ell_17, Kha_15, Wit_09, Kim_11, Kim_12, Kim_14] a layout più elaborati come il provino a Y [Čes_12, Čes_13, Mrš_15, Mrš_16 e Pal_16].

Nell'ottica di condurre prove con un carico combinato di flesso-torsione le tavole vibranti mostrano dei limiti nei confronti delle macchine servo-idrauliche. Nei lavori di [Ane_16, Nie_12] si mostra come le macchine servo-idrauliche siano in grado di controllare con facilità sia l'intensità che la differenza di fase del carico di flesso-torsione in provini cilindrici. Invece nella maggior parte delle configurazioni di prova che utilizzano uno shaker mono-assiale è possibile ottenere solamente un carico flessionale.

I provini a piastra presentano una evidente facilità di fabbricazione, ma non permettono l'applicazione di un carico flesso-torsionale con nessuna delle due macchine [Geo_04, Ell_17, Kha_15, Wit_09, Ghi_11, Kim_12, Kim_14, Pau_12, Łag_00]. Nemmeno l'utilizzo in concomitanza di shaker e macchina servo-idraulica è in grado di superare questo problema [Hu_16, Luo_13]. Su tali provini è possibile applicare solo

carichi flessionali o di trazione-compressione. Provini cilindrici, a barra e a Y montati a sbalzo su shaker mono o tri-assiale sviluppano solamente uno stato mono-assiale di flessione [Kim_11, Whi_02, Čes_12, Fre_06, Pal_16].

Per poter applicare un carico di flesso-torsione su un provino cilindrico occorre prevedere un adeguato sistema di prova che, naturalmente, presenterà una maggiore difficoltà di fabbricazione. Due lavori in letteratura hanno intrapreso questa strada (vedi [Łag_05], [Mar_08] e [Ngu_11]).

Łagoda et al. [Łag_05] and Marciniak et al. [Mar_08] utilizzano due shaker mono-assiali per applicare un carico di flesso-torsione controllabili in modo indipendente. Tuttavia l'utilizzo di due shaker non rappresenta la scelta economica più vantaggiosa.

Nel lavoro di [Ngu_11] invece si utilizza uno shaker mono-assiale per eccitare un provino cilindrico montato a sbalzo con una massa eccentrica fissata all'estremità libera. A seguito di un'accelerazione verticale della tavola l'eccentricità della massa induce un carico combinato di flesso-torsione accoppiate in fase. Il fatto di utilizzare solamente uno shaker mono-assiale è un aspetto positivo dal punto di vista economico, ma l'accoppiamento in fase tra flessione e torsione rappresenta un grande svantaggio nell'ottica di condurre prove a flesso-torsione con sfasamenti diversi o prove puramente torsionali.

L'uso di uno shaker tri-assiale che applica tre eccitazioni indipendenti lungo le tre direzioni ortogonali, sembra aprire la possibilità di superare questa limitazione. Ispirati dal layout proposto in [Ngu_11], nel Cap.3 una geometria preliminare del sistema di prova è stata presentata. Alcune analisi in [Zan_16], tuttavia, hanno dimostrato che il sistema è inadatto a causa dei pesi e delle accelerazioni troppo elevate da applicare con lo shaker a disposizione per portare a rottura il provino. Una procedura articolata è stata di conseguenza utilizzata per progettare una nuova geometria del sistema. Il nuovo sistema proposto, è composto da due basi, direttamente connesse alla tavola vibrante. Un provino cilindrico con intaglio a U è vincolato ad un'estremità da un'afferraggio a T (T-clamp), connesso a sua volta alla base. Un braccetto (cantilever beam) con due masse eccentriche a sbalzo è montato all'estremità libera del provino. Il braccetto e l'estremità del provino sono vincolate alla base attraverso una sottile lamina.

L'analisi e la validazione del sistema di prova è stata eseguita attraverso un modello analitico a parametri concentrati e un modello agli elementi finiti appositamente realizzati.

Un'analisi modale è stata eseguita per identificare le prime due frequenze naturali a flessione e a torsione del sistema ed i rispettivi modi di vibrare. La prima risonanza a flessione avviene a 78.7 Hz, mentre la prima risonanza a torsione si verifica a 110 Hz.

Le FRFs in accelerazione $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$, calcolate con il modello FEM, hanno permesso la valutazione delle risposte dinamiche del sistema. Si è dimostrato che un'accelerazione verticale alla base causa una deformazione flessionale del provino sul piano verticale. Eccitando orizzontalmente, invece, si instaura un carico torsionale sul provino, causato dall'eccentricità delle masse a sbalzo rispetto all'asse del provino, mentre la deformazione flessionale sul piano orizzontale è completamente impedita dalla lamina. Il layout proposto è quindi adatto a prove affaticanti su shaker con carichi di flesso-torsione controllabili in modo indipendente.

Dalla stima delle accelerazioni da applicare con la tavola vibrante (tramite i due modelli), è emersa l'impossibilità di portare a rottura il provino con eccitazioni in campo quasi-statico ($f=1$ Hz), a causa dell'accelerazione limite dello shaker (9 g sui tre assi). È sorta quindi la necessità di eccitare il sistema a frequenze maggiori tali per cui le FRFs ($|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$) presentano valori superiori e sufficienti per garantire la rottura del provino. Con i due modelli si sono calcolate le deformazioni nella sezione mediana del T-clamp e le tensioni di picco nella sezione netta del provino a $5 \cdot 10^4$ e $2 \cdot 10^6$ cicli (considerati come limite inferiore e superiore della vita a fatica).

La stretta correlazione dei risultati (in campo quasi-statico) tra i due modelli conferma che il modello analitico, così come è stato concepito, è un utile strumento per una preliminare e veloce stima delle accelerazioni da applicare con lo shaker, delle deformazioni nel T-clamp e delle tensioni di picco nell'intaglio.

I risultati numerici incoraggianti hanno condotto alla realizzazione di un prototipo del sistema di prova. Il sistema di misura è composto da tre accelerometri tri-assiali utilizzati per monitorare le accelerazioni sulla tavola dello shaker e le accelerazioni all'estremità del provino e del cantilever. L'applicazione di estensimetri per misurare le deformazioni non è stata possibile nell'intaglio del provino, essendo inaccessibile per le dimensioni ridotte. Di conseguenza, si è optato per il posizionamento di 4 estensimetri (connessi due a due a mezzo ponte) sulle facce del T-clamp, con l'obiettivo di ottenere una stima indiretta dello stato tensionale nell'intaglio. Le deformazioni nel T-clamp sono infatti direttamente correlate ai carichi di flessione e di torsione che agiscono sul provino. Nell'Appendice A viene riportata l'intera procedura per la taratura statica degli estensimetri. È stato necessario progettare due sistemi di prova semplificati in grado di instaurare rispettivamente un carico flessionale e un carico torsionale agente sul provino in seguito all'applicazione di masse a sbalzo. Diverse prove statiche sperimentali, al variare delle masse a sbalzo, sono state effettuate sui due sistemi di prova semplificati, misurando le deformazioni nel T-clamp. Dai risultati ottenuti si sono tracciate le rette di taratura statica degli estensimetri relative rispettivamente all'applicazione di un carico flessionale e di uno torsionale sul provino. Due modelli analitici a parametri concentrati si sono realizzati per validare i due sistemi di prova semplificati. La stretta correlazione

tra le rette di taratura sperimentali e quelle analitiche dimostra la validità dei sistemi di prova semplificati e del sistema di misura. Le rette di taratura confermano inoltre che le risposte estensimetriche sono lineari nel range di deformazioni investigato.

Prove preliminari in laboratorio con accelerazioni armoniche alla base sono state svolte per verificare sperimentalmente il sistema (da utilizzare nelle prove a fatica) e per validare i due modelli (analitico e FEM). Tali prove sono state condotte utilizzando il pacchetto MIMO Sine del software LMS.

Dall'analisi delle FRFs di accelerazione $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ sperimentali si può concludere che la risposta flessionale e torsionale del sistema sono completamente disaccoppiate al di fuori delle due risonanze e quindi che i carichi di flessione e di torsione sono controllabili indipendentemente. Inoltre la stretta correlazione tra le FRFs $|H_{1c,1}(f)|$ e $|H_{2c,2}(f)|$ sperimentali con quelle numeriche conferma la bontà del modello FEM.

Inoltre si è provato sperimentalmente che la risposta del sistema risulta essere influenzata dalla differenza di fase tra le accelerazioni in ingresso applicate dalla tavola vibrante. Si evidenziano risposte minori del sistema nel caso in cui le accelerazioni di input sono in quadratura. Viceversa, la risposta del sistema risulta maggiore nel caso in cui le accelerazioni in ingresso sono in fase.

Le deformazioni calcolate con i due modelli sono conformi con le deformazioni misurate nel T-clamp. È emerso sperimentalmente che, a parità di accelerazione in ingresso, le deformazioni nel T-clamp, derivanti da un carico combinato di flessione e torsione, sono praticamente identiche a quelle causate da un carico di sola flessione e di sola torsione. Tale risultato conferma che i carichi flessionali e torsionali nel sistema sono controllabili in modo indipendente. Infine con i due modelli si possono stimare le tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino, direttamente dalle deformazioni misurate nel T-clamp.

I risultati promettenti ottenuti in questa fase di progettazione hanno garantito la fattibilità di prove affaticanti su shaker con eccitazioni armoniche e stocastiche.

Nel Cap.4 si sono svolte prove affaticanti su shaker con accelerazioni armoniche alla base instaurando sul provino carichi alterni puramente flessionali e puramente torsionali. Le ampiezze delle accelerazioni armoniche da applicare con lo shaker sono state stimate con il modello FEM. Le frequenze di eccitazione per le prove con carico flessionale e torsionale sono state rispettivamente di 51 Hz e 89 Hz. A tali frequenze $|H_{\sigma,1}(f)|$ e $|H_{\tau,2}(f)|$ assumono valori sufficientemente elevati da garantire la rottura del provino, mantenendo le accelerazioni in ingresso al di sotto dell'accelerazione limite dello shaker.

Per tutta la durata delle prove, le accelerazioni verticali in input sulla tavola e in output all'estremità del cantilever sono state monitorate dagli accelerometri. Le

deformazioni nel T-clamp sono state misurate in periodi di 30 secondi, a causa dell'impossibilità della centralina estensimetrica di registrare estese storie temporali.

L'analisi dei segnali di accelerazione misurati e la definizione di un criterio di danneggiamento hanno permesso di determinare l'istante di tempo in cui si considera la rottura del provino.

La curva S-N, ricavata dalle prove a flessione alterna, è risultata in ragionevole accordo con la curva S-N a trazione-compressione alterna ricavata con una macchina MTS, in cui gli effetti del gradiente delle sollecitazioni e della rugosità superficiale sono stati considerati. Da questa constatazione, è emerso che per mezzo di test accelerati su shaker con accelerazioni armoniche applicate alla base, è possibile ricavare, con buona approssimazione, la curva S-N del materiale, ottenibile con una macchina servo-idraulica. Tale risultato conferma quindi che prove su shaker con accelerazioni armoniche alla base forniscono risultati consistenti con prove ad ampiezza costante eseguite su macchina MTS. Il vantaggio nell'utilizzare uno shaker è ovviamente la riduzione dei tempi di prova. L'assenza di una curva S-N a torsione alterna del materiale base, ricavabile con una macchina servo-idraulica, non ha permesso di ottenere risultati consistenti e quindi non è stato possibile verificare con precisione se, anche per le prove su shaker con carico torsionale alterno, sia possibile ricavare la curva S-N del materiale.

Infine è stata presentata una metodologia previsionale della vita a fatica in prove sperimentali con accelerazioni armoniche alla base applicate da shaker. Tale metodo si basa sulla stima del numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} attraverso la legge di Basquin. In questa formula si utilizzano la tensione di picco elastico stimata dai due modelli direttamente dai valori di deformazione misurati. Mentre i parametri del materiale da impiegare sono quelli relativi la curva S-N ricavata su macchina MTS, tenendo conto dell'effetto gradiente e della rugosità superficiale. Nel caso di prove con carico flessionale alterno, i numeri di cicli stimati risultano essere in stretta correlazione con quelli ottenuti sperimentalmente, confermando la bontà della metodologia utilizzata.

Non è stato possibile, purtroppo, validare tale metodologia anche per le prove armoniche con carico torsionale alterno. È emerso infatti che la curva S-N a torsione alterna, ricavata dalla curva S-N a trazione-compressione alterna, semplicemente scalata di $\sqrt{3}$ e avente la stessa pendenza inversa, è una eccessiva semplificazione da utilizzare per la stima del numero di cicli a rottura.

Nel Cap.5 si sono presentati i risultati ottenuti da prove a fatica (mono e multi-assiale) con carichi stocastici agenti sul provino instaurati da accelerazioni stocastiche a banda stretta applicate alla tavola dello shaker. Le prove si sono differenziate per la tipologia di carico applicata: prove con carico mono-assiale di flessione e prove con carichi multi-assiali di flesso-torsione.

Tali tipi di carico si sono ottenuti eccitando il sistema con auto-PSD monolatero in accelerazione alla tavola. Il range in frequenza (45÷55 Hz) su cui sono state definite tali PSD comprende la frequenza di eccitazione (51 Hz) utilizzata nelle prove flessionali con accelerazioni armoniche. Ciò ha garantito la rottura del provino, mantenendo le accelerazioni in ingresso al di sotto dell'accelerazione limite (9g) dello shaker.

Le PSD in accelerazione, applicate con lo shaker, sono state stimate con il modello FEM, direttamente dalle PSD (di target) in tensione definite analiticamente in funzione del tempo di rottura, tramite la formula NB.

Dall'analisi dei segnali temporali di accelerazione misurati e definito un criterio di danneggiamento si è determinato il numero sperimentale di cicli a rottura N_{fail} , prima che avvenga la separazione completa del provino.

I segnali stocastici di accelerazione e di deformazione misurati sono stati analizzati in frequenza, attraverso la stima delle corrispondenti funzioni di densità spettrale (PSD). L'applicazione del metodo in frequenza richiede che i segnali misurati siano ergodici, stazionari e distribuiti secondo una distribuzione gaussiana con media nulla. La caratteristica di gaussianità è stata provata tramite il confronto della distribuzione normale di probabilità cumulata con quella dei segnali misurati. Gli altri due requisiti si sono considerati verificati.

Il modello agli elementi finiti ha stimato le PSD delle tensioni di picco elastico nella sezione netta del provino, direttamente dai segnali di deformazione misurati nel T-clamp.

Gli indici ν_0 e ν_p e i parametri di banda α_1 e α_2 , calcolati sulle PSD stimate, hanno permesso di discriminare se i segnali misurati sono definiti a banda stretta o a banda larga. Si è provato che, a seguito di accelerazioni a banda stretta applicate alla tavola, anche le deformazioni misurate nel T-clamp e le tensioni di picco elastico stimate sono definite a banda stretta.

Infine è stata presentata una metodologia previsionale della vita a fatica per entrambe le due tipologie di prova. Per le prove con carico stocastico mono-assiale a flessione a banda stretta il metodo si basa sulla stima del numero di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} tramite la formula NB [Lor_04], che calcola il danno relativo alla PSD di tensione di picco stimata. I parametri del materiale da impiegare sono quelli relativi alla curva S-N ricavata su macchina MTS, tenendo conto dell'effetto gradiente e della rugosità superficiale.

Nelle prove con carichi multi-assiali di flesso-torsione a banda stretta invece il numero stimato di cicli a rottura \tilde{N}_{fail} è stato calcolato tramite il metodo delle proiezioni (PbP Method) [Cri_14], che quantifica il danno relativo alle PSD delle tensioni di picco stimate. Per valutare il danno, il PbP Method, utilizza una curva S-N di riferimento nel diagramma di Wöhler modificato, in cui parametri sono espressi in funzione dei

parametri della curva S-N modificata a flessione alterna e di quella a torsione alterna nel diagramma di Wöhler.

L'ottima correlazione tra il numero di cicli a rottura ricavati sperimentalmente N_{fail} e il numero di cicli a rottura stimati \tilde{N}_{fail} dimostra la validità di entrambe le metodologie previsionali utilizzate.

BIBLIOGRAFIA

- [Abr_64] Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, eds., Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, NBS Applied Mathematics Series 55, National Bureau of Standards, Washington, DC 1964.
- [AlK_04] Al-Kashi. Al-Kashi Background Statistics, 2004.
- [Ane_16] V. Anes, J. Caxias, M. Freitas, and L. Reis, “Fatigue damage assessment under random and variable amplitude multiaxial loading conditions in structural steels,” Int. J. Fatigue, 2016.
- [AST_12] ASTM. Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ϵ -N) Fatigue Data 1. *E739-10* i, 1–7, 2012.
- [Aud_03] Audenino, A. L., Crupi, V. & Zanetti, E. M. Correlation between thermography and internal damping in metals. 25, 343–351, 2003.
- [Ayk_09] M. Aykan and M. Çelik, “Vibration fatigue analysis and multi-axial effect in testing of aerospace structures,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 23, no. 3, pp. 897–907, 2009.
- [Bay_95] Bayoumi, M. R. & Abdellatif, A. K. Effect of surface finish on fatigue strength. Eng. Fract. Mech. 51, 861–870, 1995.
- [Ben_04] D. Benasciutti. «Fatigue analysis of random loadings». Tesi di dott. Università degli Studi di Ferrara, 2004.
- [Ben_05] Benasciutti, D. & Tovo, R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. Int. J. Fatigue 27, 867–877, 2005.
- [Ben_06] Benasciutti, D. & Tovo, R. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes. Probabilistic Eng. Mech. 21, 287–299, 2006.

- [Ben_14] Benasciutti, D. Some analytical expressions to measure the accuracy of the ‘equivalent von Mises stress’ in vibration multiaxial fatigue. *J. Sound Vib.* 333, 4326–4340, 2014.
- [Ben_16] Benasciutti, D., Sherratt, F. & Cristofori, A. Recent developments in frequency domain multi-axial fatigue analysis. *Int. J. Fatigue* 91, 397–413, 2016.
- [Ben_18] Benasciutti, D. & Tovo, R. Frequency-based analysis of random fatigue loads: Models, hypotheses, reality. *Materwiss. Werksttech.* 49, 345–367, 2018.
- [Ben_18a] Benasciutti, D., Zanellati, D., Cristofori, A. The “Projection-by-Projection” (PbP) criterion for multiaxial random fatigue loadings: Guidelines to practical implementation. Accepted to *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2018.
- [Ben_18b] Benasciutti, D., Carlet, M. & Zanellati, D. A bandwidth correction to the Allegri-Zhang solution for accelerated random vibration testing. *MATEC Web Conf.* 165, 2018.
- [Bnd_10] Bendat, Julius S., and Piersol, Allan G., (2010) *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, 4th Edition, Wiley, New York, 2010.
- [Bnn_13] M. Bennebach, H. Rognon, and O. Bardou, “Fatigue of structures in mechanical vibratory environment. from mission profiling to fatigue life prediction,” *Procedia Eng.*, vol. 66, pp. 508–521, 2013.
- [Čes_12] M. Česnik, J. Slavić, and M. Boltežar, “Uninterrupted and accelerated vibrational fatigue testing with simultaneous monitoring of the natural frequency and damping,” *J. Sound Vib.*, vol. 331, no. 24, pp. 5370–5382, 2012.
- [Čes_13] M. Česnik, J. Slavić, P. Čermelj, and M. Boltežar, “Frequency-based structural modification for the case of base excitation,” *J. Sound Vib.*, vol. 332, no. 20, pp. 5029–5039, 2013.
- [Cri_11] Cristofori, A., Benasciutti, D. & Tovo, R. A stress invariant based spectral method to estimate fatigue life under multiaxial random loading. *Int. J. Fatigue* 33, 887–899, 2011.

- [Cri_14] Cristofori, A. & Benasciutti, D. ‘Projection-by-projection’ approach: A spectral method for multiaxial random fatigue. SAE Tech. Pap. 1, 2014.
- [Dia_93] Diana, G. and Cheli, F., *Dinamica e vibrazioni dei sistemi meccanici*. UTET Università, 1993.
- [Dow_72] Dowling N.E., “Fatigue failure predictions for complicated stress-strain histories”, *Journal of Materials JMLSA*, 7(1), 71-87, 1972.
- [Elly_17] B. Ellyson, M. Brochu, and M. Brochu, “Characterization of bending vibration fatigue of SLM fabricated Ti-6Al-4V,” *Int. J. Fatigue*, vol. 99, pp. 25–34, 2017.
- [Eye_97] Eyercioglu, O., Walton, D. & Dean, T. A. Comparative bending fatigue strength of precision forged spur gears. **211**, 293–299, 1997.
- [Fre_06] R. M. French, R. Handy, and H. L. Cooper, “A comparison of simultaneous and sequential single-axis durability testing,” *Exp. Tech.*, vol. 30, no. 5, pp. 32–37, 2006.
- [Geo_04] T. J. George, J. Seidt, M. H. Herman Shen, T. Nicholas, and C. J. Cross, “Development of a novel vibration-based fatigue testing methodology,” *Int. J. Fatigue*, vol. 26, no. 5, pp. 477–486, 2004.
- [Ghi_11] C. Ghielmetti, R. Ghelichi, M. Guagliano, F. Ripamonti, and S. Vezzù, “Development of a fatigue test machine for high frequency applications,” *Procedia Eng.*, vol. 10, pp. 2892–2897, 2011.
- [Gra_95] Gray, R.M., Goodman J.W., *Fourier Transforms. An Introduction for Engineers*. Springer US, 1995.
- [Gri_83] Griffiths, J. R. & Establishment, D. FATSYS, a computer controlled system for fatigue crack growth data collection using an Amsler Vibrophore. 5, 193–197, 1983.
- [Hu_16] D. Hu, F. Meng, H. Liu, J. Song, and R. Wang, “Experimental investigation of fatigue crack growth behavior of GH2036 under combined high and low cycle fatigue,” *Int. J. Fatigue*, vol. 85, pp. 1–10, 2016.

-
- [Juv_17] R. C. Juvinall, K. M. Marshek-Fundamentals of Machine Component Design, 2017.
- [Kha_15] L. Khalij, C. Gautrelet, and A. Guillet, "Fatigue curves of a low carbon steel obtained from vibration experiments with an electrodynamic shaker," *Mater. Des.*, vol. 86, pp. 640–648, 2015.
- [Kim_11] C. J. Kim, Y. J. Kang, and B. H. Lee, "Experimental spectral damage prediction of a linear elastic system using acceleration response," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 25, no. 7, pp. 2538–2548, 2011.
- [Kim_12] C.-J. Kim, Y. June Kang, B.-H. Lee, and H.-J. Ahn, "Design sensitivity analysis of a system under intact conditions using measured response data," *J. Sound Vib.*, vol. 331, no. 13, pp. 3213–3226, 2012.
- [Kim_14] C.-J. Kim, B.-H. Lee, Y. J. Kang, and H.-J. Ahn, "Accuracy Enhancement of Fatigue Damage counting Using Design Sensitivity Analysis," *J. Sound Vib.*, vol. 333, no. 13, pp. 2971–2982, 2014.
- [Łag_00] T. Łagoda, E. Macha, and W. X. Będkowski, "Critical plane approach based on energy concepts: application to biaxial random tension-compression high-cycle fatigue regime," *Int. J. Fatigue*, vol. 21, no. 5, pp. 431–443, 2000.
- [Łag_05] T. Łagoda, E. Macha, and A. Niesłony, "Fatigue life calculation by means of the cycle counting and spectral methods under multiaxial random loading," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 28, no. 4, pp. 409–420, 2005.
- [Lor_04] Loren D. Lutes, S. S. *Random Vibrations Analysis of Structured and Mechanical Systems*, 2004.
- [Luo_13] Y. Y. Luo, D. Q. Shi, and X. G. Yang, "Design and analysis of specimen and device for biaxial CCF experiment," *Procedia Eng.*, vol. 67, pp. 506–516, 2013.
- [Mar_08] Z. Marciniak, D. Rozumek, and E. Macha, "Fatigue lives of 18G2A and 10HNAP steels under variable amplitude and random non-proportional bending with torsion loading," *Int. J. Fatigue*, vol. 30, no. 5, pp. 800–813, 2008.

- [Mrš_15] M. Mršnik, J. Slavič, and M. Boltežar, "Multiaxial fatigue criteria for random stress response - Theoretical and experimental comparison," *Procedia Eng.*, vol. 101, no. C, pp. 459–466, 2015.
- [Mrš_16] M. Mršnik, J. Slavič, and M. Boltežar, "Multiaxial vibration fatigue - A theoretical and experimental comparison," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 76–77, pp. 409–423, 2016.
- [Ngu_11] N. Nguyen, M. Bacher-Höchst, and C. M. Sonsino, "A frequency domain approach for estimating multiaxial random fatigue life," *Materwiss. Werksttech.*, vol. 42, no. 10, pp. 904–908, 2011.
- [Nie_12] A. Niesłony, M. Růžička, J. Papuga, A. Hodr, M. Balda, and J. Svoboda, "Fatigue life prediction for broad-band multiaxial loading with various PSD curve shapes," *Int. J. Fatigue*, vol. 44, pp. 74–88, 2012.
- [Pal_16] M. Palmieri, M. Česnik, J. Slavič, F. Cianetti, and M. Boltežar, "Non-Gaussianity and Non-Stationarity in Vibration Fatigue," *Int. J. Fatigue*, vol. 97, pp. 9–19, 2016.
- [Pap_97] Papadopoulos, I. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *Int. J. Fatigue* 19, 219–235, 1997.
- [Pau_12] M. Paulus and A. Dasgupta, "Semi-empirical life model of a cantilevered beam subject to random vibration," *Int. J. Fatigue*, vol. 45, pp. 82–90, 2012.
- [Pil_08] Pilkey, W., Pilkey, D., Peterson, R. Peterson's stress concentration factors. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2008.
- [Pfe_08] Pfeiffer, I. & Wriggers, P. *Lecture notes in applied and computational mechanics. Springer* 62, 2008.
- [Sar_04] Loren D. Lutes, S. S. *Random Vibrations Analysis of Structured and Mechanical Systems*, 2004.
- [Sav_64] Savitzky A., and Golay, M.J.E., *Analytical Chemistry*, vol. 36, pp. 1627–1639, 1964.

- [Sha_13] A. K. M. Shafiullah and C. Q. Wu, “Generation and validation of loading profiles for highly accelerated durability tests of ground vehicle components,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 33, pp. 1–16, 2013.
- [Sch_09] Schijve J. *Fatigue of Structures and Materials*. 2nd ed. Springer, 2009.
- [Shi_09] (Shigley) Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett-Shigley-Progetto e costruzione di macchine-McGraw-Hill, 2009.
- [Sus_02] Susmel, L, Lazzarin, P.. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment, *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 25, pp. 63–78, 2002.
- [Wel_67] Welch, P. D. Welchs Periodogram.pdf. *IEEE Trans. Audio and electroacoustic* 15, 70–73, 1967.
- [Whi_02] W. E. Whiteman and M. S. Berman, “Fatigue failure results for multi-axial versus uniaxial stress screen vibration testing,” *Shock Vib.*, vol. 9, pp. 319–328, 2002.
- [Wit_09] L. Witek, “Experimental crack propagation and failure analysis of the first stage compressor blade subjected to vibration,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 16, no. 7, pp. 2163–2170, 2009.
- [Yu_11] D. Yu, A. Al-Yafawi, T. T. Nguyen, S. Park, and S. Chung, “High-cycle fatigue life prediction for Pb-free BGA under random vibration loading,” *Microelectron. Reliab.*, vol. 51, no. 3, pp. 649–656, 2011.
- [Zan_16] Zanellati, D., Benasciutti, D., Tovo, R., 2016. Studio dello Stato Tensionale di Vari Provini Intagliati per Prove Multiassiali a Flesso-torsione. 45° Congress of the Italian Association of Stress Analysis (AIAS), Trieste, 7-10 September 2016 (in Italian).
- [Zan_18a] Zanellati D., Benasciutti, D. & Tovo, R. Vibration fatigue tests by tri-axis shaker: design of an innovative system for uncoupled bending/torsion loading. *Procedia Struct. Integr.* 8, 92–101, 2018.

- [Zan_18b] Zanellati, D., Benasciutti, D. & Tovo, R. An innovative system for uncoupled bending/torsion tests by tri-axis shaker: Numerical simulations and experimental results. MATEC Web Conf. 165, 2018.
- [Zhi_01] Zhi-F. Fu & J. He. Modal Analysis. Butterworth Heinemann, 2001.

Appendice A

TARATURA STATICA DEGLI ESTENSIMETRI

Nella presente attività, gli estensimetri sono utilizzati per misurare le deformazioni nel T-clamp in seguito a carichi flessionali e torsionali agenti sul provino.

L'estensimetro consiste di una griglia di metallo laminato incollata su un supporto di materiale polimerico (Figura A.1 (a)).

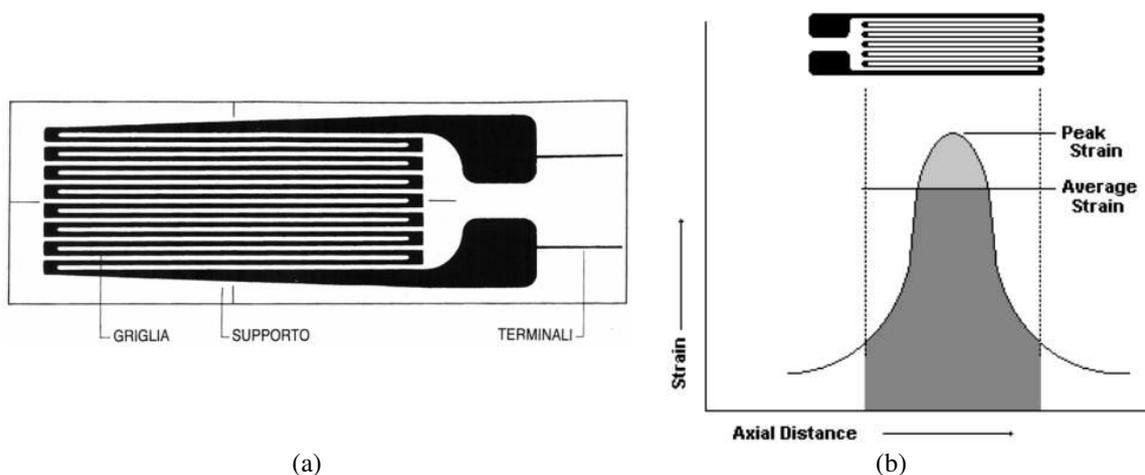


Figura A.1: (a) estensimetro mono-assiale; (b) valore medio di deformazione misurato dall'estensimetro e picco reale di deformazione.

Gli estensimetri sono disponibili in migliaia di configurazioni per adattarsi ad una vasta gamma di applicazioni. Un estensimetro è più sottile di un francobollo e per alcuni modelli le griglie possono arrivare a 0.5mm. L'estensimetro viene incollato alla superficie di una struttura. Quando la struttura è sollecitata, le deformazioni prodotte sulla sua superficie, nel punto di applicazione, sono trasmesse alla griglia causando una variazione di resistenza elettrica. Questa variazione di resistenza elettrica, che è proporzionale alla deformazione, può essere misurata con grande precisione da apposita strumentazione.

Per misurare le deformazioni nel T-clamp sono stati scelti quattro estensimetri mono-assiali elettrici a resistenza, con le seguenti caratteristiche tecniche riportate in Tabella A.1.

La dimensione della griglia di 8 mm, sufficientemente piccola, garantisce un campo di deformazione omogeneo e una misura puntuale, diminuendo il più possibile la differenza tra il picco reale e il valore medio di deformazione misurato (Figura A.1 (b)).

Strain Gauge Datasheet	
Resistance	120 [Ω] \pm 0.35 [%]
Gauge Factor	2.07 \pm 1 [%]
Transverse Sensitivity	-0.1 [%]
Temperature Compensation	$\alpha = 10.8 [10^{-6}/^{\circ}\text{C}]$
Material	Steel
Temperature coefficient of gauge factor	104 $\pm [10^{-6}/^{\circ}\text{C}]$

Tabella A.1: scheda tecnica della tipologia di estensimetri utilizzati.

Particolare attenzione viene prestata nella loro applicazione: gli estensimetri devono essere incollati su una superficie adeguatamente pulita, cioè preparata. Lo scopo della preparazione della superficie è di ottenere una superficie chimicamente pulita avente una rugosità adeguata all'installazione estensimetrica richiesta, nonché una linea tracciata visibile per posizionare ed orientare l'estensimetro. La pulizia della superficie è costituita di due fasi:

1. Sgrassaggio: si effettua lo sgrassaggio per rimuovere olii, grassi, contaminanti organici e residui chimici solubili. Lo sgrassaggio deve sempre essere la prima operazione, per evitare che i residui del carteggio susseguente possano ricontaminare la superficie del materiale.
2. Carteggio: Nella preparazione della superficie il carteggio è usato per togliere degli strati superficiali non graditi (ruggine, vernice, strati galvanici, ossidi) e sviluppare una superficie ideale per l'incollaggio. L'operazione del carteggio può essere effettuata in vari modi che dipendono dalle condizioni iniziali della superficie e dal grado di finitura che si desidera ottenere.

La successiva fase di posizionamento risulta molto delicata. La procedura normale per posizionare ed orientare un estensimetro sulla superficie da analizzare, è di tracciare un paio di linee incrociate nel punto ove la misura deve essere eseguita. Le linee sono tracciate in modo perpendicolare una all'altra, con una linea orientata nella direzione della misura. L'estensimetro è poi posizionato in modo che i triangoli di riferimento che definiscono l'asse longitudinale e l'asse trasversale della griglia dell'estensimetro siano allineati con le linee di riferimento sulla superficie. Un loro leggero disassamento causerebbe delle misure non attendibili.

Per poter leggere le piccole variazioni di resistenza indotte da una deformazione dell'estensimetro è necessario saldare con lo stagno i terminali degli estensimetri ad un circuito di collegamento che sia in grado di fornire un segnale amplificato.

Il circuito deve essere scelto in funzione dell'applicazione. Nell'attuale applicazione, a seguito di uno spostamento verticale dell'estremità libera del provino, si avrà una flessione dello stesso e un corrispondente momento flettente $M_{B,clamp}$ nella sezione del T-clamp, come mostrato in Figura A.2. Uno spostamento orizzontale dell'estremità del cantilever produrrà invece una torsione sul provino e un relativo momento flettente $M_{T,clamp}$ nella sezione del T-clamp.

Vengono applicati quattro estensimetri al centro delle facce del T-clamp, come mostrato in Figura A.2 collegandoli a due a due a mezzo ponte. In particolare viene eseguito un collegamento a mezzo ponte di Wheatstone tra gli estensimetri B1 e B2 ed un altro tra il numero T1 e T2 e quindi si hanno due canali di misura. I due canali costituiti dagli estensimetri B1-B2 e T1-T2 misurano rispettivamente le deformazioni derivanti da un carico flessionale e da un carico torsionale agente sul provino.

Ogni singolo estensimetro a seguito dei due momenti flettenti agenti nella sezione del T-clamp, sarà sottoposto ad una deformazione (di trazione o di compressione) uguale in modulo e opposta in segno a quella misurata dall'estensimetro accoppiato. Il risultato è una misura pari al doppio della deformazione di flessione su ogni faccia.

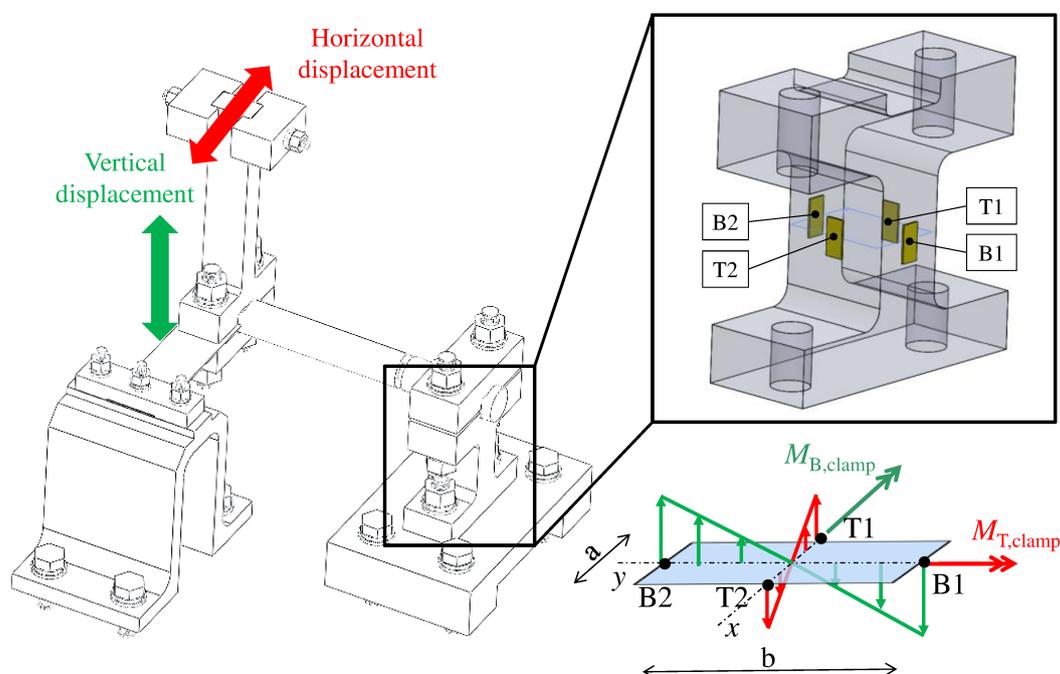


Figura A.2: posizionamento dei 4 estensimetri nel sistema di prova e momenti flettenti agenti nella sezione mediana del T-clamp, in seguito a carichi flessionali e torsionali sul provino.

Il sistema di misura con estensimetri elettrici a resistenza si avvale di una centralina di misura, detta centralina estensimetrica. Definiti il tipo di circuito di collegamento a mezzo ponte e il fattore di taratura K (2.07) dell'estensimetro, la centralina estensimetrica fornisce direttamente il valore della deformazione lungo la direzione della griglia di misura. Il collegamento a mezzo ponte di Wheatstone viene completato con due resistenze interne alla centralina e non con due resistenze esterne collegate assieme agli estensimetri nel circuito di misura. Il segnale dato dallo squilibrio del ponte è un segnale molto basso in quanto le deformazioni stesse sono limitate e di conseguenza le variazioni di resistenza degli estensimetri non possono essere misurate direttamente con un ohmetro. La centralina estensimetrica attraverso un suo amplificatore interno permette di elaborare il segnale ad un livello tale da poter essere analizzato. Il segnale in uscita dall'amplificatore viene poi elaborato e convertito in micro-strain.

La Figure A.3 (a) e A.3 (b) mostrano rispettivamente i quattro estensimetri posizionati sulle facce del T-clamp e la centralina estensimetrica utilizzata.

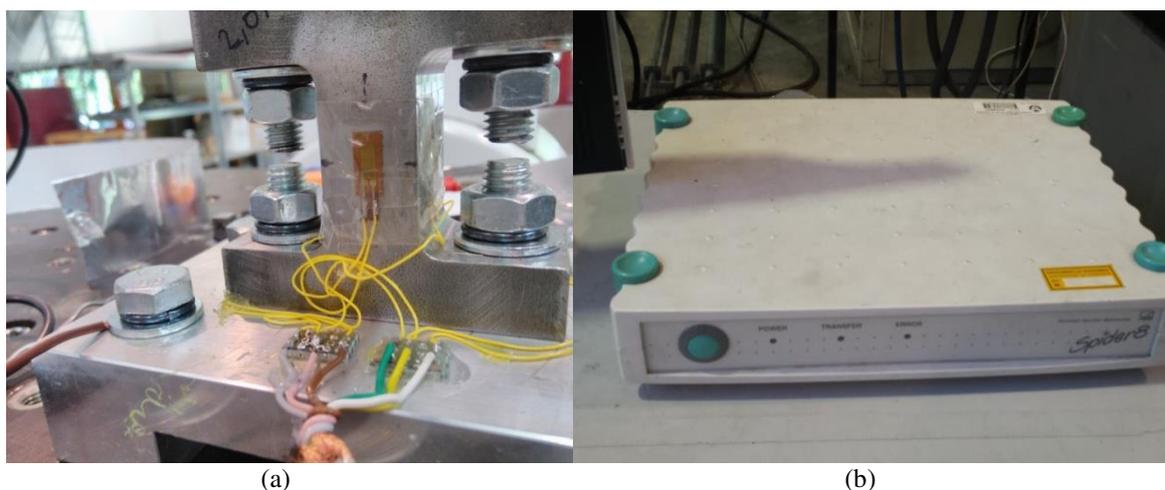


Figura A.3: (a) estensimetri sul T-clamp e relativo circuito di collegamento; (b) centralina estensimetrica.

Una volta assemblata la catena di misura, la fase successiva è la taratura degli estensimetri. Prove con carichi statici risultano essere la scelta più semplice e veloce da intraprendere. È necessario quindi progettare due sistemi di prova semplificati che siano in grado di sviluppare i due momenti flettenti nel T-clamp ($M_{B,clamp}$ e $M_{T,clamp}$), in seguito a carichi statici flessionali e torsionali agenti sul provino.

Per ottenere un carico flessionale è sufficiente prevedere un provino cilindrico a sbalzo, vincolato ad un'estremità al T-clamp, a cui applicare un carico statico (vedi Figura A.4 (a)). Diverse masse intercambiabili permettono l'applicazione di differenti livelli di carico. Le masse sono applicate al provino attraverso un apposito gancio. Il

momento flettente sul T-clamp dipende dalla posizione relativa del gancio sul provino, oltre che dalle masse stesse.

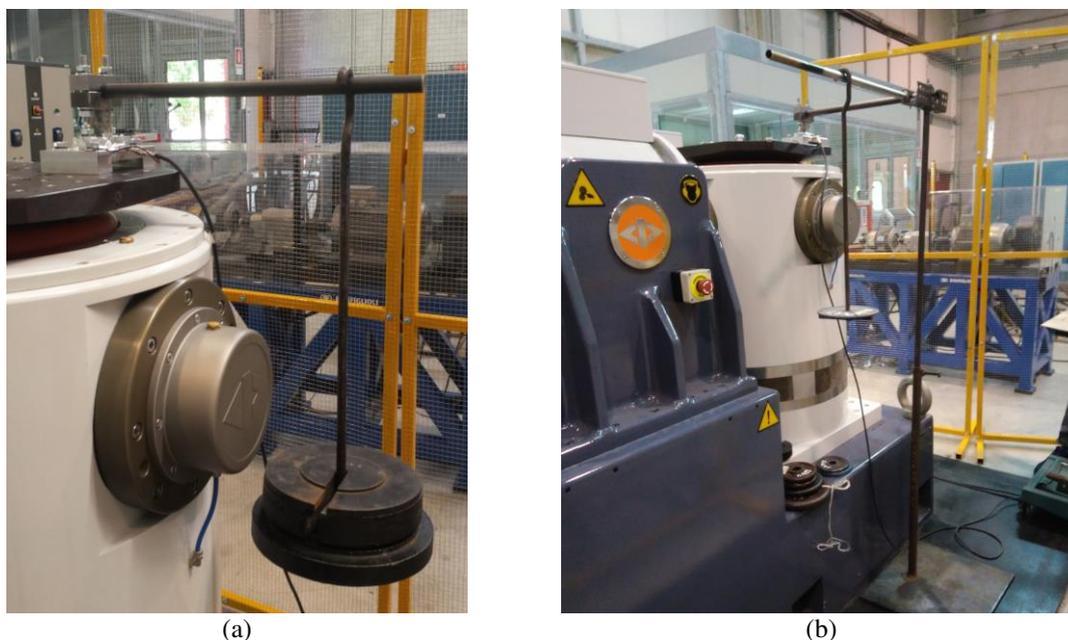


Figura A.4: sistema di prova semplificato che in seguito a carichi statici applicati permette di instaurare sul provino (a) un carico flessionale (b) un carico torsionale.

Per ottenere un carico torsionale sul provino è necessario vincolare una barra cilindrica in punta al provino, e solleccarla con un carico statico alla sua estremità (Figura A.4(b)). Viene previsto anche un supporto con un cuscinetto rotante all'estremità del provino che ne impedisce lo spostamento verticale, ma ne permette la rotazione. Il sistema di applicazione del carico è identico a quello utilizzato per il sistema in Figura A.4(a).

Per validare i sistemi di prova semplificati in laboratorio (Figure A.4(a) e A.4(b)) e il sistema di misura estensimetrico sono stati realizzati due modelli analitici a parametri concentrati (uno per carico flessionale e uno per carico torsionale), in grado stimare le deformazioni nel T-clamp una volta solleccitati staticamente da masse a sbalzo.

Nel modello analitico a flessione, in Figura A.5, il provino è rappresentato da una trave a sbalzo lunga $L=350$ mm vincolata ad un'estremità al T-clamp. Per semplicità la massa della trave viene trascurata.

Per ottenere un carico flessionale sul provino, una forza statica verticale $P_B=W \cdot g$ viene applicata all'estremità della trave, dove W è la massa e g è l'accelerazione di gravità. Il momento flettente generato nella sezione del T-clamp è pari a $M_{B,clamp} = P_B \cdot L$. Lo sforzo normale è $\sigma_{B,clamp} = (M_{B,clamp} / W_{B,clamp})$, dove $W_{B,clamp} = (a \cdot b^2) / 6$ è il modulo di

resistenza a flessione lungo l'asse x della sezione, mentre $a=20$ mm e $b=30$ mm sono le dimensioni della sezione resistente del T-clamp. Le deformazioni sono $\varepsilon_{B,clamp}=\sigma_{B,clamp}/E$, dove E è il modulo elastico pari a 205.9 GPa.

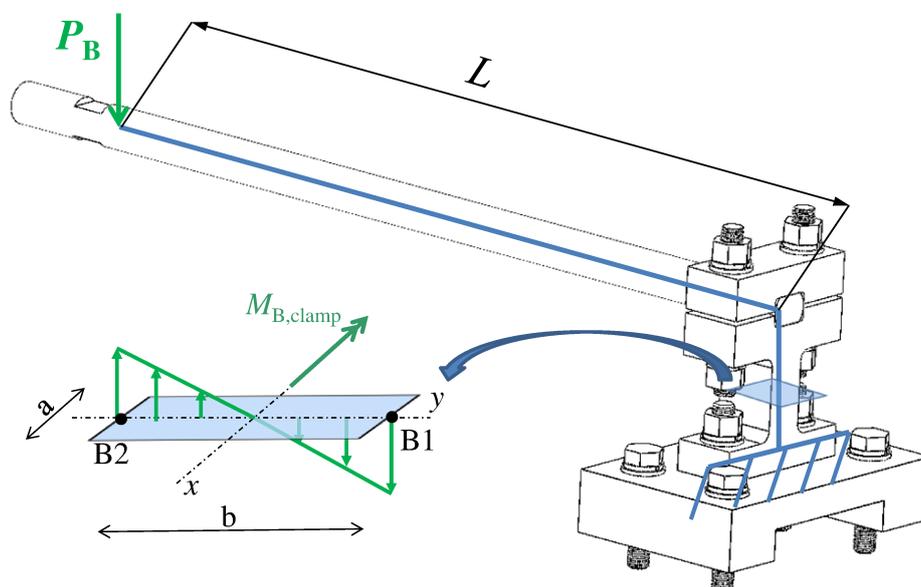


Figura A.5: modello analitico per carichi flessionali sul provino.

Il modello analitico a torsione deriva da quello a flessione con l'aggiunta di una trave, lunga $Z=350$ mm e di massa nulla che rappresenta la barra cilindrica (Figura A.6).

All'estremità del provino, in cui la barra cilindrica è fissata, il supporto con cuscinetto viene raffigurato con un incastro e cerniera, teoricamente equivalente.

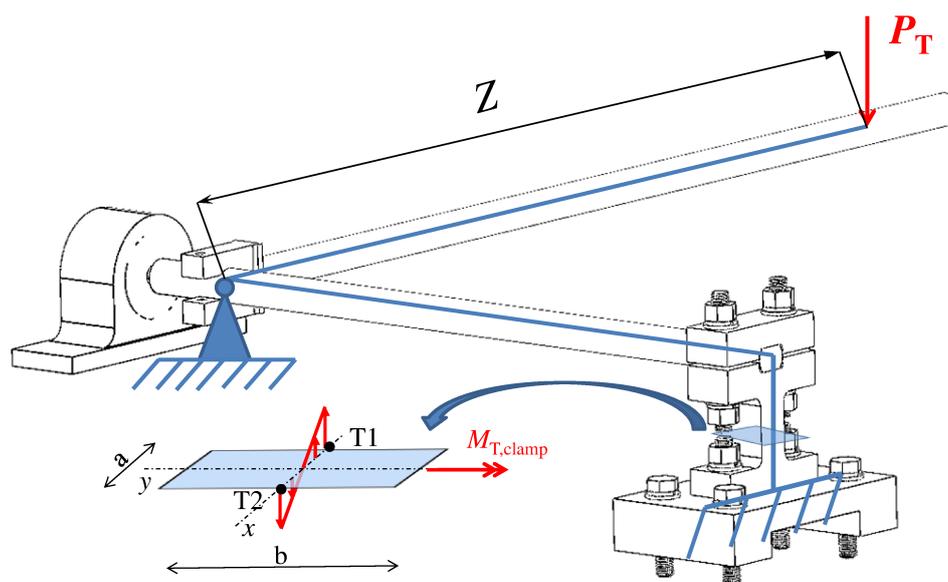


Figura A.6: modello analitico per carichi torsionali sul provino.

Per ottenere un carico torsionale sul provino si applica una forza statica verticale $P_T=W \cdot g$ all'estremità della seconda trave. Il momento torcente generato sul provino è uguale al momento flettente nella sezione del T-clamp e pari a $M_{T,clamp}=P_T \cdot Z$. Lo sforzo normale è $\sigma_{T,clamp}=(M_{T,clamp}/W_{T,clamp})$ e le deformazioni sono $\varepsilon_{T,clamp}=\sigma_{T,clamp}/E$, dove $W_{T,clamp}=(a^2 \cdot b)/6$ è il modulo a resistenza a flessione lungo l'asse y della sezione del T-clamp.

Si sono eseguite diverse prove statiche sperimentali con i due sistemi di prova semplificati, misurando le deformazioni nel T-clamp, al variare delle masse a sbalzo. Gli stessi carichi impiegati in laboratorio sono stati applicati ai due modelli a parametri concentrati, stimando le deformazioni risultanti.

In tabella A.2 viene mostrato il confronto tra i valori di deformazione $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$ misurati sperimentalmente e quelli stimati dai modelli analitici, al variare della massa applicata, sia per prove flessionali che torsionali. Vengono riportate anche le tensioni nominali stimate nel T-clamp ($\sigma_{B,clamp}$ e $\sigma_{T,clamp}$) dai due modelli analitici.

Prove con carico flessionale sul provino			
$P_B=W \cdot g$ [N]	$\varepsilon_{B,clamp}$ [μ-strain]	$\sigma_{B,clamp}$ [MPa]	Estimated $\varepsilon_{B,clamp}$ [μ-strain]
17.69	10.86	2.064	10.02
96.18	54.94	11.221	54.50
174.68	98.87	20.379	98.97
190.37	107.88	22.209	107.87
209.99	118.94	24.499	118.98
243.01	137.60	28.351	137.69
363.69	206.15	42.430	206.07
Prove con carico torsionale sul provino			
$P_T=W \cdot g$ [N]	$\varepsilon_{T,clamp}$ [μ-strain]	$\sigma_{T,clamp}$ [MPa]	Estimated $\varepsilon_{T,clamp}$ [μ-strain]
17.95	15.69	3.141	15.25
22.80	19.71	3.990	19.38
32.17	27.78	5.629	27.34
41.54	35.87	7.270	35.31
51.23	44.00	8.965	43.54
70.53	60.47	12.343	59.94
90.15	77.25	15.777	76.62
137.51	117.68	24.064	116.87

Tabella A.2: confronto fra le deformazioni misurate sperimentalmente nel T-clamp e le deformazioni stimate dai due modelli analitici.

Le deformazioni $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$ stimate sono in accordo con quelle sperimentali, come mostrato in tabella A.2 e nelle Figure A.7(a) e A.7(b), relative rispettivamente alle prove flessionali e torsionali. Le Figure A.7(a) e A.7(b) mostrano il confronto tra le deformazioni sperimentali e quelle stimate. I valori calcolati dai due modelli mostrano una stretta correlazione con quelli sperimentali, ricadendo all'interno delle bande di errore del $\pm 20\%$ (linee a tratti) dei valori misurati.

La bontà dei risultati ottenuti permette di validare i sistemi di prova semplificati e il sistema di misura: gli estensimetri e la centralina sono in grado di monitorare in maniera adeguata le due deformazioni flessionali nel T-clamp, derivanti da sforzi flessionali e torsionali agenti sul provino.

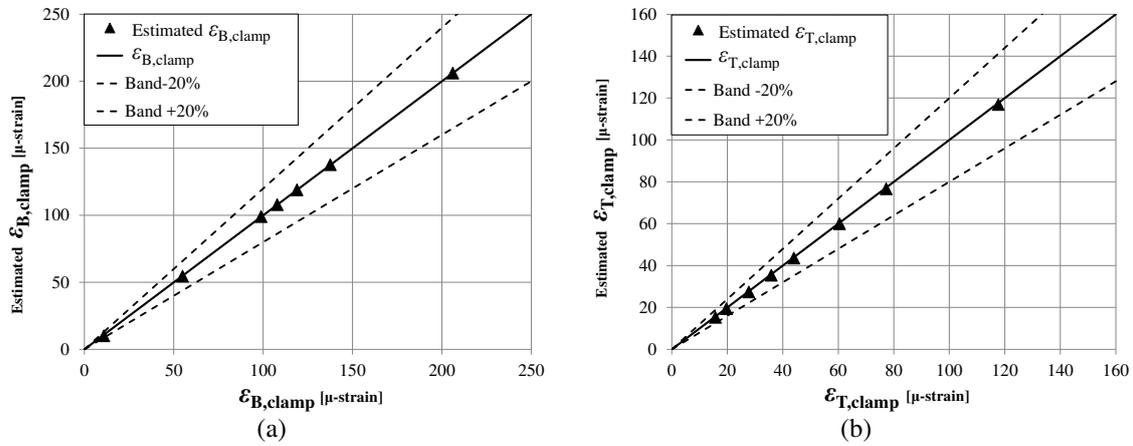


Figura A.7: confronto tra le deformazioni misurate sperimentalmente nel T-clamp e le deformazioni stimate dal modello analitico nel caso di carico (a) flessionale (b) torsionale agente sul provino.

Le Figure A.8(a) e A.8(b) mostrano rispettivamente sull'asse delle ordinate le deformazioni $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$ misurate, in funzione delle forze statiche agenti P_B e P_T .

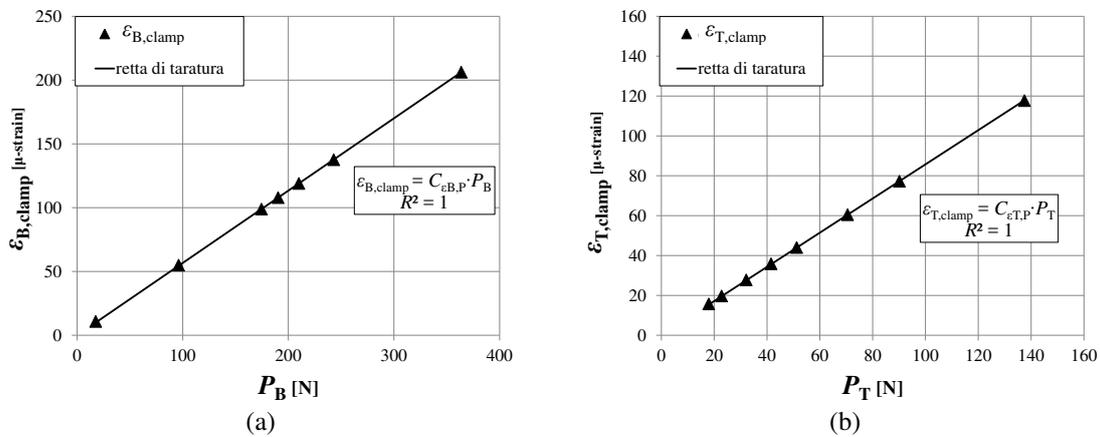


Figura A.8: rette di taratura statica che mettono in relazione le deformazioni misurate nel T-clamp ($\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$) e le forze applicate (P_B e P_T) nel caso di carico (a) flessionale (b) torsionale sul provino.

Attraverso la regressione lineare, con il metodo ai minimi quadrati, sono state ricavate le curve di taratura per le coppie di estensimetri B1-B2 (Figura A.8(a)) e T1-T2 (Figura A.8(b)) che meglio approssimano i dati sperimentali.

Le curve che permettono la migliore ottimizzazione, sono due rette passanti per l'origine degli assi definite secondo l'Eq. (A.1):

$$\varepsilon_{B,clamp} = C_{\varepsilon B,P} \cdot P_B \quad \varepsilon_{T,clamp} = C_{\varepsilon T,P} \cdot P_T \quad (A.1)$$

dove $C_{\varepsilon B,P} = 0.5667 \mu\text{-strain/N}$ e $C_{\varepsilon T,P} = 0.8573 \mu\text{-strain/N}$ sono i coefficienti di taratura statica degli estensimetri, ricavati sperimentalmente, che mettono in relazione le forze applicate al sistema (P_B e P_T) con le deformazioni misurate nel T-clamp ($\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$).

Riorganizzando le espressioni definite precedentemente per i due modelli analitici si possono ricavare le equazioni e i valori stimati di $C_{\varepsilon B,P}$ e $C_{\varepsilon T,P}$:

$$\hat{C}_{\varepsilon B,P} = \frac{6}{E} \cdot \frac{B}{a \cdot b^2} = 0.5666 \frac{\mu\text{-strain}}{N} \quad \hat{C}_{\varepsilon T,P} = \frac{6}{E} \cdot \frac{T}{a^2 \cdot b} = 0.8499 \frac{\mu\text{-strain}}{N} \quad (A.2)$$

La stretta correlazione che emerge tra i valori sperimentali di $C_{\varepsilon B,P}$ e $C_{\varepsilon T,P}$ e quelli stimati $\hat{C}_{\varepsilon B,P}$ e $\hat{C}_{\varepsilon T,P}$ permette di validare i due modelli analitici utilizzati.

Nelle Figure A.8 le rette di taratura, essendo caratterizzate da un coefficiente di correlazione $R^2=1$, permettono di affermare che il materiale del T-clamp esibisce un comportamento lineare nel range di deformazioni investigate.

I livelli di deformazione che si raggiungono durante le prove affaticanti su shaker (Capitoli 4 e 5) sono inferiori a quelli instaurati in questa taratura statica. Ciò conferma che la risposta estensimetrica è lineare anche nelle prove affaticanti.

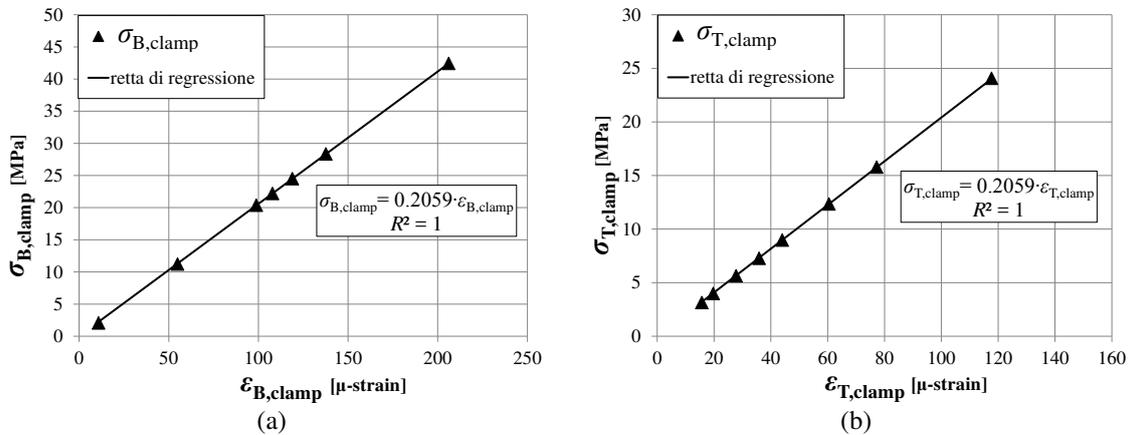


Figura A.9: tensioni ($\sigma_{B,clamp}$ e $\sigma_{T,clamp}$) stimate dal modello analitico nel T-clamp, attraverso le deformazioni misurate ($\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$) nel caso di carico (a) flessionale (b) torsionale sul provino.

Attraverso le prove statiche eseguite si può stimare anche il modulo elastico E del materiale del T-clamp. Le Figure A.9(a) e A.9(b) riportano rispettivamente le tensioni $\sigma_{B,clamp}$ e $\sigma_{T,clamp}$ stimate con i modelli analitici nel T-clamp, utilizzando le deformazioni misurate $\varepsilon_{B,clamp}$ e $\varepsilon_{T,clamp}$.

Il coefficiente angolare delle due rette di regressione, ottenute attraverso il metodo dei minimi quadrati, è il valore stimato del modulo elastico del materiale pari a 205,9 GPa.

Appendice B

METODO DELLA BANDA DI MEZZA POTENZA

Uno dei metodi più utilizzati per la stima dello smorzamento modale nelle strutture reali è il metodo della banda di mezza potenza.

L'ipotesi alla base del metodo è l'assunzione che in prossimità della risonanza un generico sistema si comporti come un SDoF (Single Degree of Freedom). Nei dintorni di una risonanza del sistema, il contributo prevalente alla FRF è costituito da un solo modo di vibrare e quindi le partecipazioni degli altri modi sono trascurabili [Zhi_01].

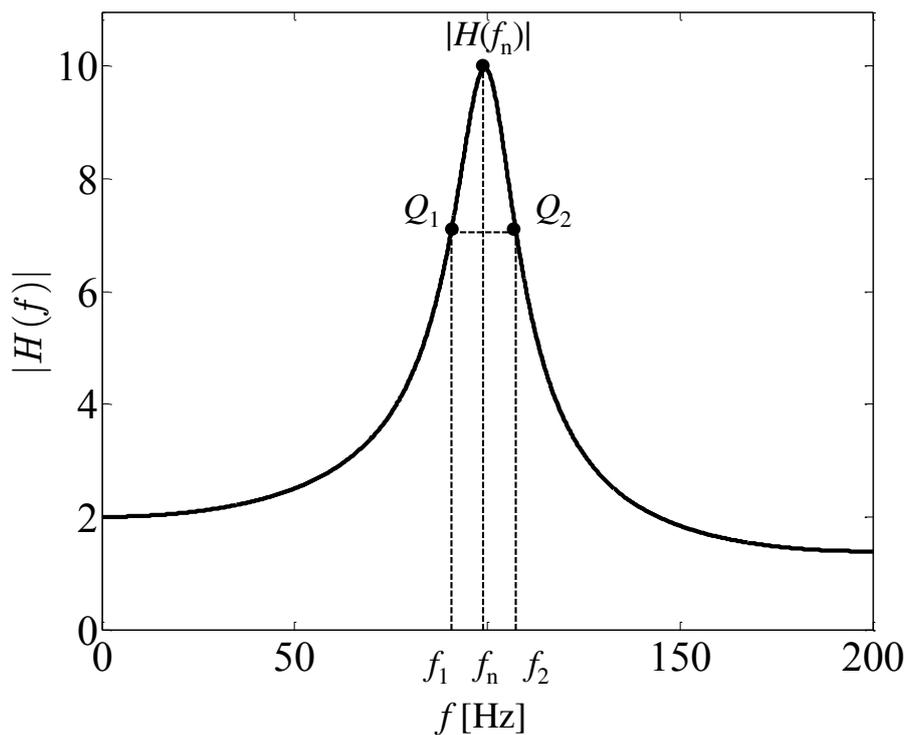


Figura B.1: parametri di $|H(f)|$ necessari per il calcolo dello smorzamento modale ζ attraverso il metodo della banda di mezza potenza.

La FRF di un sistema MDoF (Multi Degrees of Freedom) quindi può essere considerata come la FRF di SDoF in prossimità di ogni risonanza. Il metodo necessita della stima di alcuni parametri direttamente investigabili dall'ampiezza della FRF $|H(f)|$

(Figura B.1). Per $H(f)$ si intende la funzione di risposta in frequenza del sistema che ha in ingresso l'accelerazione di un punto lungo una direzione e in uscita l'accelerazione di un altro punto ma lungo la stessa direzione. La procedura del metodo è la seguente:

- (a) Stima della frequenza naturale: la frequenza naturale (f_n) del n-esimo modo di vibrare è identificata dal picco dell'ampiezza della FRF $|H(f_n)|$ (Figura B.1).
- (b) Stima dello smorzamento: per la stima dello smorzamento modale, si calcolano i punti di mezza potenza come $Q_1=Q_2=|H(f_n)|/\sqrt{2}$ (Figura B.1). Le frequenze f_1 e f_2 identificate rispettivamente da Q_1 e Q_2 prendono il nome di frequenze di banda. Lo smorzamento modale ζ si stima con l'Eq. (B.1):

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad (\text{B.1})$$

RINGRAZIAMENTI

Voglio ringraziare di cuore i miei genitori che mi hanno sempre accompagnato e incoraggiato durante questo percorso a non perdere mai la fiducia nelle mie capacità.

Un sentito ringraziamento va anche ai miei relatori Prof. Denis Benasciutti e Prof. Roberto Tovo per le capacità e l'esperienza che hanno sempre messo a mia disposizione durante l'attività di dottorato.

Una dedica speciale ai miei colleghi e amici Julian e Andrea, che ogni giorno hanno condiviso con me gioie, sacrifici e successi, rendendo piacevoli le giornate di lavoro. L'affetto e il sostegno che mi hanno dimostrato rendono questo traguardo ancora più prezioso.

E per ultima, ma non perché meno importante, voglio dire grazie alla mia Francesca, per il suo amore e la sua pazienza, rimanendomi sempre accanto nei momenti più difficili.