



Università degli Studi di Ferrara

DOTTORATO DI RICERCA IN
SCIENZE DELL'INGEGNERIA

CICLO XXIII

COORDINATORE Prof. Stefano Trillo

Formulazione adimensionale di una legge di efflusso da
lesioni in tubazioni a comportamento elastico e sua verifica
tramite prove di laboratorio

Settore Scientifico Disciplinare ICAR/02

Dottorando

Dott. Luisfilippo Lanza

(firma)

Tutore

Prof. Marco Franchini

(firma)

Anni 2008/2012

dedico questo lavoro a mia moglie Silvia

SOMMARIO

Premessa	pag. 1
Introduzione	pag. 1
Stato dell'arte	pag. 6
CAPITOLO 1 - ANALISI DIMENSIONALE E TEOREMA II	pag. 13
CAPITOLO 2 - ANALISI CON MODELLI AD ELEMENTI FINITI	pag. 31
CAPITOLO 3 - PROVE SPERIMENTALI DI LABORATORIO	pag. 51
CAPITOLO 4 - FORMULAZIONE ADIMENSIONALE DI UNA LEGGE DI EFFLUSSO DA LESIONI IN TUBAZIONI A COMPORTAMENTO ELASTICO	pag. 73
CAPITOLO 5 - FORMULAZIONE ADIMENSIONALE DI UNA LEGGE DI EFFLUSSO DA LESIONI IN TUBAZIONI A COMPORTAMENTO ELASTICO, VERIFICA TRAMITE PROVE DI LABORATORIO	pag. 91
Conclusioni	pag.115
APPENDICE CAPITOLO 1	pag.119
APPENDICE CAPITOLO 2	pag.139
APPENDICE CAPITOLO 3	pag.149
APPENDICE CAPITOLO 4	pag.221

Premessa

Le reti acquedottistiche assolvono la funzione di trasporto e distribuzione a livello capillare dell'acqua potabile nelle città e, in generale, in tutte le zone urbanizzate. La loro gestione mira a garantire un servizio che soddisfi le esigenze sempre crescenti in termini di domanda nel rispetto della disponibilità idrica. In questo contesto diventa di fondamentale importanza il contenimento delle perdite che di fatto incidono in modo significativo sulle principali voci di costo degli enti che gestiscono il servizio idrico. Il valore medio delle perdite nei sistemi di distribuzione italiani è all'incirca pari al 37% del volume immesso [Ministero dell'ambiente e della tutela del territorio (2009)]. Il problema delle perdite idriche ha rilevanti ripercussioni sui costi di gestione e mobilitazione dell'acqua e rappresenta un danno immediato per il gestore in quanto tale ammontare di acqua non viene fatturato. Diventa allora importante poter conoscere appieno le modalità con cui il fenomeno delle perdite si manifesta nelle condotte al fine di poter meglio rappresentarlo a livello di rete e quindi pianificare gli interventi volti al suo contenimento. Questa tesi di dottorato affronta questa tematica con l'obiettivo di formulare leggi di perdita quanto più generali possibili in funzione del materiale e della dimensione della condotta al variare della pressione e della forma della lesione.

Introduzione

Le perdite idriche negli acquedotti si possono riassumere in due macro categorie [J.Thornton (2002)]:

- **perdite apparenti:** sono causate da molteplici fattori concomitanti fra cui l'accuratezza delle misure di contabilizzazione, consumi autorizzati non contabilizzati e prelievi illeciti.
- **perdite reali:** sono le reali perdite fisiche di acqua dal sistema di distribuzione ed includono le perdite da tubi, giunti, serbatoi di accumulo, serbatoi pensili e altri dispositivi idraulici come gli sfioratori di troppo pieno. Le perdite reali sono principalmente localizzate in prossimità dell'utilizzo finale.

I metodi di controllo e riduzione della perdite sono definiti per le due categorie elencate. Graficamente il flusso logico del controllo delle perdite apparenti è riassunto nella seguente figura:

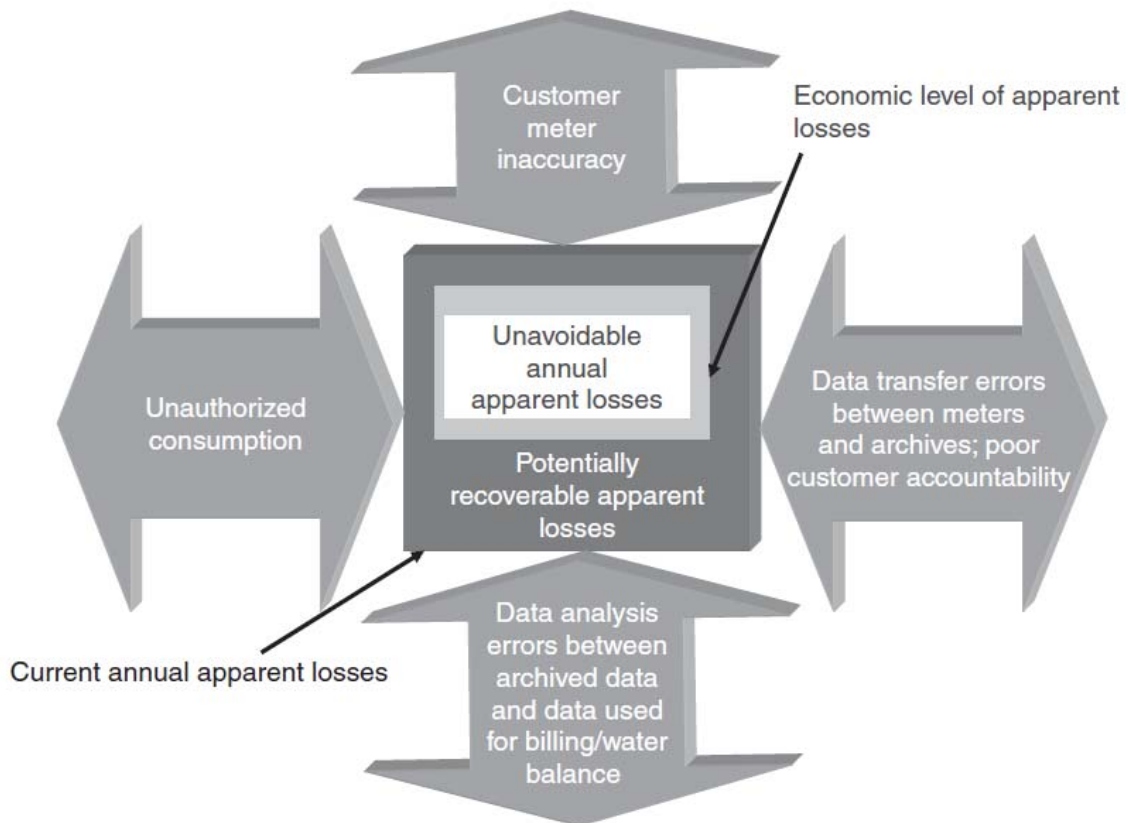


Figura 1 Quattro potenziali linee di intervento nella gestione delle perdite apparenti (IWA Water Loss Task Force and AWWA Water Loss Control Committee)

Le perdite apparenti sono in gran parte attribuibili all'acquisizione e alla successiva gestione di dati e informazioni del sistema di distribuzione. Il livello di conoscenza è fondamentale per intraprendere le corrette misure per ridurre le perdite apparenti. Particolare attenzione è attualmente posta sugli aspetti metrologici relativi alla totalizzazione dei consumi. A tale proposito gli organismi sia internazionali (OIML, ISO ecc) che europei e nazionali costituiscono un riferimento normativo in cui sono definite le caratteristiche sia tecniche che metrologiche degli strumenti di misura per acqua (es: OIML R49). A livello europeo la direttiva MID001 è il riferimento normativo nell'ambito della metrologia legale degli strumenti di misura dell'acqua. A questa norma sono affiancate norme tecniche (EN) armonizzate ai requisiti metrologici e costruttivi in ambito internazionale.

Le perdite reali assumono particolare rilievo in quanto costituiscono la voce più rilevante del bilancio di perdita complessivo. Graficamente il flusso logico del controllo delle perdite reali è riassunto nella seguente figura:

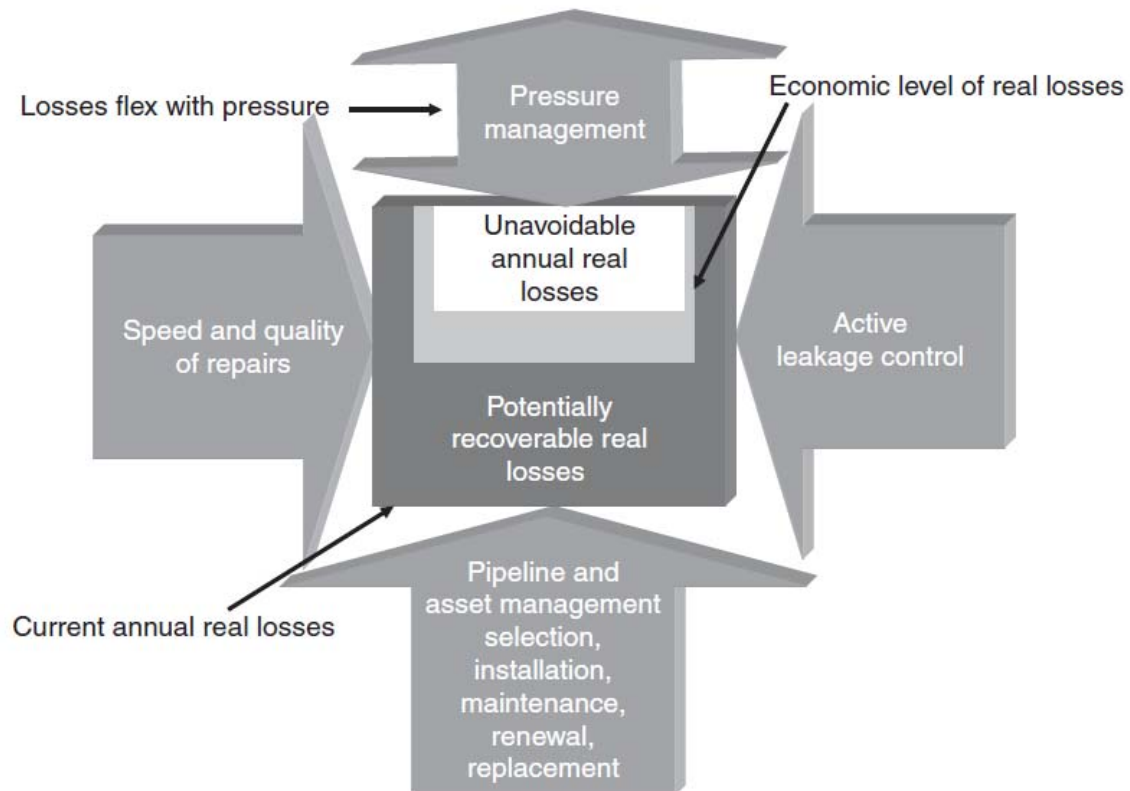


Figura 2 Quattro potenziali linee di intervento nella gestione delle perdite reali (IWA Water Loss Task Force and AWWA Water Loss Control Committee)

In questo grafico sono visibili le quattro principali attività di intervento per il controllo e la riduzione delle perdite reali. Oltre agli interventi di riparazione e di controllo attivo, è la gestione della pressione che determina un controllo attivo e diretto delle perdite. La corretta gestione della pressione della rete è tanto più efficace quanto più la relazione fra pressione e perdita fornisce previsioni accurate.

L'approccio alla migliore gestione della pressione si è storicamente differenziato su due scale di studio. [J.Thornthorn A. Lambert (2005)].

La scala globale attraverso modelli di perdita a parametri concentrati dell'intera rete o di sue parti. Questo primo approccio prescinde dalla conoscenza della legge fisica che lega la perdita alla pressione in quanto persegue lo scopo di definire il comportamento medio globale per mezzo di modelli semplici in cui le informazioni sono concentrate in pochi parametri significativi.

Modelli di questo tipo perseguono anche altri obiettivi come, ad esempio, stimare la frequenza di rotture in funzione di indicatori significativi come la pressione in rete.

L'approccio su scala globale è giustificato e applicato nei contesti in cui il livello di conoscenza è modesto e tale da rendere non attuabile lo studio diretto della rete per mezzo di modellazione numerica basata sull'applicazione delle equazioni della meccanica dei fluidi.

L'approccio su scala locale è lo studio della legge di perdita di tipo deterministico. Lo scopo dello studio su scala locale è definire modelli di perdita le cui leggi siano funzione dei principali elementi che caratterizzano il fenomeno di efflusso.

Il modello di efflusso torricelliano è stato il primo ad essere utilizzato per descrivere e caratterizzare il fenomeno delle perdite nelle reti acquedottistiche. Il modello è caratterizzato da una perdita proporzionale alla radice quadrata del carico piezometrico (esponente di perdita: 0,5) ma non riproduce con sufficiente accuratezza il comportamento rilevato sia a livello globale di rete [Van Zyl (2004)] che a livello locale di perdita [Greyvenstein, Van Zyl (2005)]. Indagini sperimentali condotte su elementi lesionati prelevati direttamente dalle reti di distribuzione hanno infatti fornito gli intervalli di variazione degli esponenti di perdita¹ riassunti nella seguente tabella:

ESPONENTE DI PERDITA	
<i>The leakage exponents found were in the following ranges:</i>	
Tubi in cemento amianto con fessure longitudinali <i>Asbestos-cement pipe with longitudinal crack</i>	0,78 – 1,04
Tubi in acciaio con corrosione diffusa <i>Steel pipe with corrosion cluster</i>	1,90 – 2,30
Tubi in acciaio e uPVC con fori circolari <i>Steel and uPVC Pipe with round hole</i>	0,52 – 0,53
Tubi in uPVC con fessure longitudinali <i>uPVC pipe with longitudinal crack</i>	1,50 – 1,85
Tubi in uPVC con fessure circonferenziali <i>uPVC pipe with circumferential crack</i>	0,40 – 0,52

Tabella 1 – tratto da An Experimental Investigation into the Pressure Leakage Relationship of some failed water pipes. B Greyvenstein and JE van Zyl - Leakage 2005 - Conference Proceedings

Si osserva che l'esponente di perdita è sensibilmente diverso e in generale maggiore del valore teorico torricelliano. La meccanica dei fluidi spiega l'aumento dell'esponente quando il regime di moto della perdita è laminare [Greyvenstein, Van Zyl (2005)]. In queste condizioni la perdita tende ad essere direttamente proporzionale alla pressione giustificando un aumento dell'esponente fino a valore unitario ($b=1$).

Il presente lavoro si pone nell'ambito dell'approccio su scala locale ed ha come obiettivo lo studio di modelli di perdita di tipo deterministico le cui leggi siano funzioni delle principali grandezze fisiche, opportunamente adimensionalizzate, che definiscono il fenomeno.

Più precisamente, lo scopo del presente lavoro è determinare l'equazione adimensionale di una legge di perdita che sia funzione della geometria del tubo e della lesione, delle grandezze idrauliche e dei parametri meccanici del materiale.

¹ L'esponente di perdita è il coefficiente (b) dell'equazione di perdita espressa nella forma $Q = ah^b$.

Lo studio è svolto con metodi e strumenti che consentono di indagare sia analiticamente che sperimentalmente il fenomeno della perdita.

Gli aspetti innovativi introdotti sono sostanzialmente due. Il primo è l'applicazione del metodo dell'analisi dimensionale. Il secondo è l'introduzione della deformabilità locale della lesione dovuta al comportamento elastico del materiale.

Lo svolgimento del lavoro inizia con la ricerca bibliografica per definire lo stato dell'arte dei modelli e delle leggi di perdita di lesioni su tubi ad uso acquedottistico.

L'analisi dimensionale è poi applicata alle grandezze e ai parametri che definiscono il modello di perdita per il tubo deformabile lesionato.

I risultati sperimentali delle prove di laboratorio sono utilizzati per determinare la forma dell'equazione di perdita che lega la portata alla pressione e a tutte le grandezze significative del modello adimensionale. La modellazione numerica ad elementi finiti (FEM) è uno strumento utilizzato per indagare numericamente l'influenza dei parametri geometrici e meccanici introdotti nell'analisi dimensionale. In particolare, i modelli numerici sono utilizzati come strumento per la stima indiretta dell'area deformata della lesione al variare della pressione applicata. Questi modelli sono prima validati mediante il confronto fra le deformazioni e gli spostamenti da essi riprodotti e quelle misurate sul modello fisico.

Il modello adimensionale e due modelli di perdita disponibili dalla bibliografia sono confrontati con i dati sperimentali di laboratorio. I modelli di perdita utilizzati dalla bibliografia sono il modello di efflusso torricelliano e il modello di perdita di tipo torricelliano con area della lesione variabile linearmente in funzione del carico piezometrico [May 1994].

Il confronto con i dati sperimentali pone in evidenza l'accuratezza del modello adimensionale in relazione ai modelli di perdita elencati.

I limiti e gli aspetti del fenomeno della perdita non ancora chiariti sono riassunti nelle conclusioni finali assieme a proposte e spunti per ulteriori studi.

Stato dell'arte

L'equazione torricelliana è uno strumento consolidato per lo studio della foronomia.

$$Q = C_d \Omega \sqrt{2gH}$$

Equazione 1

Con:

Q portata in volume /m³s⁻¹

C_d coefficiente di portata

Ω area dell'apertura /m²

H carico totale /m

L'equazione deriva dall'applicazione dell'equazione di Bernoulli a una linea di corrente che ha origine da un punto in quiete del liquido contenuto in un serbatoio a livello costante. La linea di corrente termina su un punto appartenente alla sezione contratta del getto libero. La sezione contratta è a valle dell'apertura a spigolo vivo praticata sulla parete sottile del serbatoio da cui la vena si stacca in corrispondenza del bordo senza aderire alla parete. L'equazione della foronomia indica che la perdita è proporzionale alla radice quadrata del carico totale. La portata uscente è proporzionale all'area definita dalla superficie avente come sostegno il bordo della lesione. Il coefficiente di portata è un parametro sperimentale che tiene conto della contrazione della vena libera e delle minime perdite di energia dovute al moto del fluido attraverso l'orifizio.

Le ipotesi e le assunzioni del modello di perdita torricelliano sono molto diverse dalle condizioni di efflusso in una tubazione lesionata e la sua applicazione si rivela in molti casi non appropriata o totalmente sbagliata [Ferrante et al. (2010)]. Nonostante questo, gli studi svolti da vari autori hanno sempre mantenuto uno stretto legame sia formale che concettuale con l'equazione torricelliana adottando un approccio di tipo correttivo. Sin dai primi studi il fenomeno appare nella sua globalità estremamente complesso in quanto coinvolge aspetti e meccanismi di perdita di diversa natura [Van Zyl (2004)] rendendo difficoltosa la correzione dei coefficienti della legge di efflusso torricelliana al fine di estenderne il campo di validità e rendere più accurate le previsioni fornite.

In letteratura, oltre all'equazione torricelliana, la relazione comunemente impiegata per esprimere la legge di perdita è del tipo [es. Van Zyl e Clayton (2007), Gupta e Bhave (1996)]

$$Q = ah^b$$

Equazione 2

in cui i parametri a e b sono il coefficiente e l'esponente di perdita e h è il carico piezometrico in condotta.

La relazione monomia comprende la classica relazione torricelliana [Ferrante, Massari, Cluni, Brunone, Meniconi (2010)] quando il coefficiente e l'esponente di perdita sono assunti pari a:

$$a = C_Q \Omega \sqrt{2g}, \quad b = \frac{1}{2}$$

Equazione 3

Nell'equazione torricelliana è il carico totale a determinare la portata uscente dall'orifizio, mentre nell'espressione monomia è prassi consolidata considerare il solo carico piezometrico [Van Zyl e Clayton (2007)]. La differenza è di rilevanza concettuale e perde di significato quando le due equazioni sono applicate al contesto acquedottistico. Le velocità medie in condotta sono infatti dell'ordine del metro al secondo a cui corrisponde un carico cinetico di pochi centimetri, valore ampiamente trascurabile. I parametri dell'equazione in forma monomia assumono una validità più ampia. [Van Zyl, Clayton (2007)] poiché svincolati da considerazioni legate alle sole ragioni della meccanica dei fluidi. La legge in forma monomia è un modello di perdita più flessibile in cui a e b possono essere stimati con metodi statistici e aggiustati al fine di aumentare l'accuratezza di particolari modelli di perdita.

L'accuratezza determina infatti l'affidabilità delle tecniche di ricerca perdite e l'efficienza del controllo della pressione [Thornton e Lambert (2005)] che è di fondamentale importanza nell'ambito della gestione delle reti di condotte [Ferrante et al. (2010)]. La stima dei valori da attribuire ai parametri di perdita a e b è stata condotta da vari ricercatori con un approccio di tipo locale cercando di definire la legge di foronomia relativa alla singola perdita [Greyvenstein e Van Zyl (2007)], [May (1994)], [Osterwalder e Wirth (1985)]. Gli aspetti idraulici e geometrici sono stati indagati [Osterwalder e Wirth (1985)] utilizzando la legge di efflusso torricelliana in cui l'altezza generatrice delle velocità è il carico piezometrico ($b=0,5$). Il coefficiente di portata (C_Q), legato al coefficiente di perdita (a) per mezzo dell'Equazione 3, è funzione della geometria dell'apertura, delle caratteristiche idrauliche e dello stato locale del campo di moto in prossimità della lesione.

Lo studio [Osterwalder e Wirth (1985)] è stato svolto su tubi di prova in acciaio con lesioni realizzate alla macchina utensile. Il principale risultato dello studio è che il coefficiente di portata (C_Q) dipende da soli due parametri geometrici. Il primo è il rapporto fra l'area della lesione e l'area del tubo, il secondo è il rapporto di forma dato dal rapporto fra lunghezza e larghezza della lesione. Il primo parametro è la dimensione relativa della lesione rispetto alla sezione del tubo, i valori indagati sono per lesioni la cui area è compresa fra il 20% e il 120% dell'area del tubo. Il secondo parametro è il rapporto di forma della lesione (lunghezza/larghezza) che è stato indagato nell'intervallo [1, 10]. Gli autori hanno specificato che deve essere posta particolare attenzione nei casi in cui è rilevante la deformazione del materiale. La deformazione in relazione al tipo di lesione può comportare un sensibile aumento del coefficiente di portata. Lo studio [Osterwalder e Wirth (1985)] non ha evidenziato l'influenza del regime di moto sul coefficiente di portata perché le prove sono state condotte

per numeri di Reynolds elevati probabilmente dovuti alle dimensioni ragguardevoli delle lesioni indagate.

Prove sperimentali [Osterwalder e Wirth (1985)], [Ferrante et al. (2011)] hanno evidenziato la deviazione della direzione della velocità di uscita del getto. La deviazione della vena liquida non è prevista dal modello torricelliano ed è un fenomeno che può comportare l'adesione del getto alla parete della lesione nello spessore del tubo.

Lo spessore della parete e l'ampiezza dell'apertura della lesione determinano le caratteristiche geometriche del percorso idraulico che può variare da una parete sottile ad un percorso in parete spessa in condizioni molto simili ad un condotto.

Il regime di moto (Re) determina l'adesione o meno del getto alla parete [Ramamurthi e Nandakumar (1999)] con conseguente effetto sul coefficiente di perdita.

I fenomeni fisici relativi alla meccanica dei fluidi precedentemente illustrati non sono sufficienti a spiegare i risultati delle indagini sperimentali su tubi in acciaio e materiale plastico con lesioni tipo fori e fessure [Greyvenstein, Van Zyl (2005)].

La deformazione della lesione per effetto dell'elasticità del materiale evidenziata inizialmente [Osterwalder e Wirth (1985)] è stata introdotta come contributo significativo nella legge di perdita [May (1994)].

Il modello di perdita è di tipo torricelliano in cui il coefficiente di portata è costante e l'area è funzione della pressione, in particolare è la somma di due aliquote: l'area iniziale e l'incremento di area come funzione lineare della pressione.

Questo filone di ricerca ha avuto uno sviluppo notevole sia in ambito sperimentale che in ambito numerico grazie all'applicazione del metodo di analisi ad elementi finiti. I modelli ad elementi finiti sono uno strumento molto utile perché oltre a simulare le deformazioni della lesione consentono di stimare i parametri dell'equazione della legge di perdita di May.

Il confronto [Van Zyl, Cassa (2011)] fra la legge di perdita (May, 1994) e l'espressione in forma di potenza (Equazione 2), consente di estendere i risultati della modellazione ad elementi finiti ad una espressione di validità generale.

Il legame costitutivo del materiale utilizzato negli studi fino ad ora elencati è di tipo elastico lineare come per l'acciaio, la ghisa e per alcuni materiali plastici come il uPVC. Recenti studi [Ferrante, Massari, Cluni, Brunone, Meniconi (2010)] hanno mostrato che il modello costitutivo con legame lineare non è applicabile al PEAD (PoliEtilene Alta Densità). Si riscontra infatti un marcato comportamento viscoelastico che ha effetti sulla relazione di perdita. Analisi sperimentali di tipo comparativo [Ferrante, Massari, Cluni, Brunone, Meniconi (2010)] sono state condotte su tubi di medesimo diametro nominale di acciaio e PEAD. I risultati mostrano che a parità di geometria della fessura, i parametri della relazione di perdita (a, b) assumono valori completamente diversi. L'evidenza sperimentale mostra un marcato comportamento viscoelastico del PEAD che, sottoposto a cicli ripetuti di carico, determina un percorso di isteresi nella relazione fra portata e pressione.

Questo aspetto ha rilevanti ripercussioni sui modelli di perdita in quanto la pressione istantanea non è più sufficiente a definire un legame biunivoco fra pressione e perdita ma è altresì necessario conoscere l'effettivo percorso di carico nel tempo.

Prove di sensibilità sullo spessore a parità di geometria della lesione [Ferrante, Massari Cluni, Brunone, Meniconi (2011)] hanno evidenziato un secondo aspetto estremamente importante. In alcuni test preliminari è stato osservato un comportamento non lineare dovuto a deformazione plastica del materiale al raggiungimento, per determinate pressioni di prova, del limite di snervamento. Ne segue che oltre al legame costitutivo viscoelastico, riscontrato principalmente in alcuni materiali plastici, può essere rilevante il comportamento elastoplastico. Quando le tensioni in prossimità della lesione superano il limite di snervamento del materiale parte della deformazione diviene permanente.

BIBLIOGRAFIA

Water Loss Control, J.Thornton, R. Sturm, G. Kunkel, P.E. - Second Edition Mc Graw Hill

J Osterwalder, C Wirth "Experimental investigations of discharge behavior of crack-like fractures in pipes" - J. Hydraulic Res. Vol 23, n.3 (1985)

J. May "Pressure dependent leakage" - World Water and Environmental Engineering (1994)

Gupta, R., and Bhave, P. R. "Comparison of methods for predicting deficient network performance." J. Water Resour. Plann. (1996).

K. Ramamurthi, K. Nandakumar "Characteristics of flow through small sharp-edged cylindrical orifices" - Flow Measurement and Instrumentation 10 (1999) 133-143

J Thornton, "Water loss control manual" - (2002)

J.E. van Zyl "The effect of pressure on leaks in water distribution systems" Proceedings of the 2004 Water Institute Southern Africa (WISA) Biennial Conference (2004)

T. Walski, W. Bezts, E.T. Posluszny, M. Weir, and B.Whitman "Understanding the Hydraulics of Water Distribution System Leaks" ASCE Proceedings of World Water and Environmental Resources Congress (2004)

D. E. Werth, A. A. Khan, W. B. Gregg "Experimental study of wall curvature and bypass flow effects on orifice discharge coefficients" Experiments in Fluids (2005) 39: 483-489

B Greyvenstein, JE van Zyl "An Experimental Investigation into the Pressure Leakage Relationship of some failed water pipes" - Conference Proceedings, Leakage (2005)

J Thornton, A Lambert "Progress in practical prediction of pressure: leakage, pressure: burst frequency and pressure: consumption relationships" - Conference Proceedings, Leakage (2005)

AJ Coetzer, JE van Zyl, CRI Clayton "An experimental Investigation into the turbulent-flow hydraulics of small circular holes in plastic pipes" 8th Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium, Cincinnati, Ohio, USA, August 27-30, 2006

B Greyvenstein and JE van Zyl "An experimental investigation into the pressure leakage relationship of some failed water pipes" WISA (2006)

Valerio Milano "Dipendenza delle perdite di una tubazione dalla pressione di esercizio (Relationship between leakage and pressure)" L'ACQUA 4/2006 SEZIONE I/MEMORIE

AM Cassa, JE van Zyl, RF Laubscher "A numerical investigation into the behaviour of leak openings in uPVC pipes under pressure" WISA (2006)

B. Greyvenstein and J. E. van Zyl "An experimental investigation into the pressure - leakage relationship of some failed water pipes" Journal of Water Supply: Research and Technology—AQUA Vol 56 No 2 pp 117–124 © IWA Publishing 2007

J. E. van Zyl, C. R. I. Clayton "The effect of pressure on leakage in water distribution systems" Proceedings of the ICE - Water Management, Volume 160, Issue 2, 01 June 2007 , pages 109 –114

D.T. Ilunga, J.E. van Zyl and M. Dundu "The effect of the pipe material in the behaviour of longitudinal cracks under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

A.M. Cassa and J.E. van Zyl "A numerical investigation into the behaviour of cracks in uPVC pipes under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

Cassa AM, JE Van Zyl "A Numerical Investigation Into The Behaviour Of Cracks In Water Pipes" WISA 2010 Biennial Conference & Exhibition

M. Ferrante, C. Massari, F. Cluni, B. Brunone & S. Meniconi "Leak discharge and strains in a polyethylene pipe" Integrating Water Systems – 2010

Cassa AM, Van Zyl JE Laubscher RF "A numerical investigation into the effect of pressure on holes and cracks in water supply pipes" Urban Water Journal, Volume 7, Nr 2, April 2010

M Ferrante, C. Massari, B. Brunone, S. Meniconi "Analisi sperimentale della legge di perdita in condotte in acciaio e polietilene" XXXII CONVEGNO NAZIONALE DI IDRAULICA E COSTRUZIONI IDRAULICHE Palermo, 2010

A M Cassa, J E Van Zyl "Predicting the head-area slopes and leakage exponents of cracks in pipes" CCWI 2011

J van Zyl, A M Cassa "Linking the power and FAVAD equations for modelling the effect of pressure on leakage" CCWI 2011

F De Paola & M Giugni "Leakages and pressure relations: An experimental research" CCWI 2011

M Ferrante, E Todini, C Massari, B Brunone & S Meniconi "Experimental investigation of the leak hydraulics" CCWI 2011

Marco Ferrante, Christian Massari, Bruno Brunone, and Silvia Meniconi "Experimental Evidence of Hysteresis in the Head-Discharge Relationship for a Leak in a Polyethylene Pipe" - J. Hydraulic Eng. 137, 775 (2011)

Ministero dell'ambiente e della tutela del territorio, Relazione annuale al Parlamento sullo stato dei servizi idrici Anno 2009.

CAPITOLO 1

ANALISI DIMENSIONALE E TEOREMA II

INDICE

Analisi dimensionale e teorema Π	15
Foronomia classica, approccio fisico	15
Equazione torricelliana ed espressione in forma monomia	17
Foronomia classica e analisi dimensionale	18
Tubo fessurato	21
Ipotesi e schema del modello	21
Analisi dimensionale	24
Portata adimensionale	24
Area adimensionale	25
Confronto fra equazione adimensionale del tubo fessurato e foronomia classica	25
Tubo forato come caso particolare del tubo fessurato	27
Portata adimensionale	27
Area adimensionale	27
Carico piezometrico	27
Raggio idraulico	27
Rapporto di forma	28
Spessore della parete	28
Numero di Reynolds	29
Numero di Froude	29
Numero Aeroelastico	29
Angolo di inclinazione della giacitura della lesione	29
Conclusioni	30
Bibliografia	30

Analisi dimensionale e teorema Π

Lo scopo del presente studio è cercare di definire una legge di perdita quanto più generale possibile per tubi in materiale a comportamento elastico con lesioni tipo fori e fessure. La legge di perdita è una funzione che lega la portata in uscita dalla lesione alla pressione in asse al tubo lesionato. La legge di perdita è una funzione che dipende dai parametri geometrici del tubo e della lesione, dal regime di moto e dalle caratteristiche del materiale. Il metodo dell'analisi dimensionale è applicato inizialmente alla foronomia classica in modo da illustrare i passaggi logici del procedimento e mettere in evidenza i limiti dell'equazione torricelliana. L'analisi dimensionale viene poi applicata al tubo lesionato e i risultati ottenuti sono messi a confronto con l'equazione torricelliana per evidenziare le analogie e le principali differenze.

Foronomia classica, approccio fisico

L'espressione classica delle leggi di efflusso da luci a battente è relativa al seguente schema di funzionamento o modello:

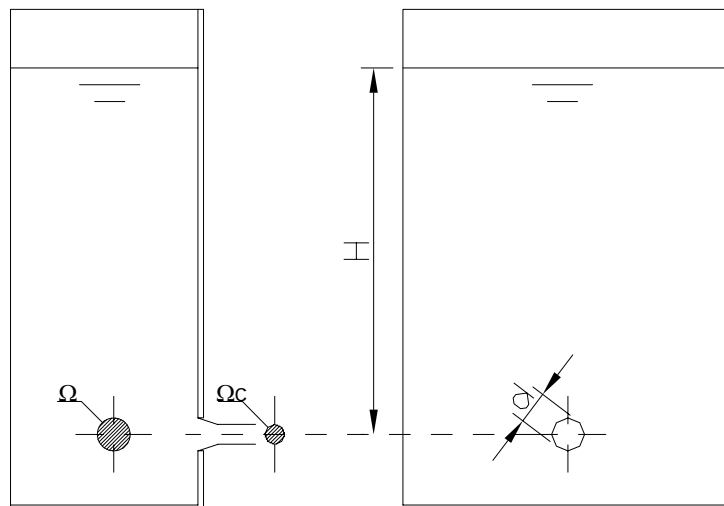


Figura 1 - modello foronomia classica

Il fluido, inizialmente in quiete, è spinto verso l'apertura presente sulla parete per effetto delle forze di pressione legate al campo gravitazionale. L'efflusso può essere studiato in base allo schema di fluido ideale se le dissipazioni di energia si mantengono limitate rispetto alle energie cinetiche.

Si assume che il liquido si stacchi in corrispondenza del bordo dell'apertura. L'evidenza sperimentale mostra la contrazione della vena in uscita fino ad assumere l'assetto di getto libero in fluido in quiete in una sezione minima caratterizzata da linee di corrente pressoché parallele. L'esperienza mostra che la sezione contratta è posta solitamente ad una distanza confrontabile con le dimensioni trasversali dell'apertura. Lo schema di fluido ideale permette di

applicare l'equazione di Bernoulli fra un punto in quiete e la sezione contratta. Il risultato è l'espressione della velocità teorica o torricelliana:

$$U = \sqrt{2gH}$$

Equazione 1

Con:

U velocità teorica torricelliana nella sezione contratta /ms⁻¹
 H carico totale nel serbatoio /m
 g accelerazione di gravità /ms⁻²

La velocità prende il nome da Torricelli che conseguì tale risultato nel 1644 molto prima dei lavori di Bernoulli. La presenza di minime perdite di energia lungo la linea di corrente comporta una velocità leggermente inferiore alla velocità teorica del getto in uscita, per la cui stima si adotta un coefficiente di riduzione dedotto sperimentalmente:

$$U_c = C_v \sqrt{2gH}$$

Equazione 2

Con

$C_v \cong 0,98 \div 0,99$ coefficiente di riduzione della velocità.

Nelle usuali applicazioni è difficile e poco praticabile la misura diretta delle dimensioni della sezione contratta mentre risulta solitamente agevole la misura delle dimensioni dell'apertura. Per questo motivo è stato introdotto il coefficiente di contrazione C_c dato dal rapporto fra la sezione contratta e l'area dell'apertura. Indicando con Ω l'area dell'apertura e con Ω_c l'area della sezione contratta si ricava il coefficiente di contrazione C_c che per foro circolare su parete piana è pari a:

$$C_c = \frac{\Omega_c}{\Omega}$$

Equazione 3

Con:

C_c coefficiente di contrazione
 Ω_c area della sezione contratta /m²
 Ω area dell'apertura /m²

Risulta quindi determinata la portata in uscita come segue:

$$Q = C_c \Omega C_v \sqrt{2gH}$$

Equazione 4

Indicando come coefficiente di portata il valore

$$C_Q = C_c C_v$$

Equazione 5

è possibile scrivere:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2gH}$$

Equazione 6

L'espressione precedente mantiene ancora bene identificati la velocità torricelliana, l'area dell'apertura e il coefficiente di portata.

Equazione torricelliana ed espressione in forma monomia

Sono in uso espressioni equivalenti che hanno la peculiarità raggruppare i termini costanti per giungere ad una forma di monomio più compatta. Una prima espressione mantiene le dimensioni della velocità del fluido

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2} \sqrt{gH} = C_Q \sqrt{2} \Omega \sqrt{gH} = \bar{C}_Q \Omega \sqrt{gH}$$

Equazione 7

Da cui segue

$$Q = \bar{C}_Q \Omega \sqrt{gH}$$

Equazione 8

Avendo posto:

$$\bar{C}_Q = C_Q \sqrt{2}$$

Equazione 9

Si può esprimere la portata in funzione del solo carico totale in cui il parametro costante relativo all'accelerazione di gravità è incluso nel coefficiente di portata come segue:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2g} \sqrt{H} = C_Q \sqrt{2g} \Omega \sqrt{H} = \bar{C}'_Q \Omega \sqrt{H}$$

Equazione 10

Da cui segue

$$Q = \bar{C}'_Q \Omega \sqrt{H}$$

Equazione 11

Avendo posto:

$$\bar{C}'_Q = C_Q \sqrt{2g}$$

Equazione 12

Per ultimo, quando si assume una specifica configurazione geometrica dell'area dell'apertura, si può assumere la seguente espressione in forma monomia:

$$Q = aH^{0.5}$$

Equazione 13

Avendo posto:

$$a = C_Q \Omega \sqrt{2g}$$

Equazione 14

Si nota che qualora il carico cinetico sia trascurabile rispetto al carico totale è possibile approssimare il carico totale con il carico piezometrico. Quando è valida questa ipotesi le equazioni precedenti sono formalmente equivalenti ponendo al posto del carico totale H il carico piezometrico h.

Foronomia classica e analisi dimensionale

Analoghi risultati possono essere dedotti applicando l'analisi dimensionale. Il modello torricelliano basa la sua validità sulle seguenti ipotesi:

- Il flusso ha origine da un fluido in quiete soggetto ad un campo gravitazionale
- Il fluido è caratterizzato da densità e viscosità costanti
- L'apertura a spigolo vivo è praticata su una parete piana e rigida
- L'apertura si suppone di dimensioni trascurabili rispetto al battente idraulico dato dalla differenza di quota fra il pelo libero e il baricentro dell' apertura.
- Non si assumono rilevanti altri fenomeni come ad esempio il ruolo della tensione superficiale e la forma dell'apertura.

Il fenomeno di efflusso è completamente determinato dal seguente elenco di parametri caratteristici e grandezze fisiche:

ρ	densità del liquido / kgm^{-3}
μ	viscosità dinamica /Pa s
H	carico totale /m
\bar{g}	accelerazione di gravità / ms^{-2}

La portata in volume è funzione dell'apertura ma questa non determina il fenomeno fisico di efflusso. L'insieme dei parametri caratteristici risulta pertanto formato dalle seguenti quattro grandezze indipendenti:

$$\rho, \mu, H, \bar{g}$$

Equazione 15

Ogni grandezza meccanica A collegata al fenomeno di efflusso deve essere una certa funzione dei suddetti quattro parametri caratteristici ($n = 4$).

$$A = f_A(\rho, \mu, H, \bar{g})$$

Equazione 16

Assumendo che la proprietà A sia la portata in volume Q , in accordo con quanto esposto precedentemente deve essere:

$$Q = f_Q(\rho, \mu, H, \bar{g})$$

Equazione 17

L'applicazione del teorema Π fornisce il seguente risultato:

(VEDI APPENDICE: Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.)

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{2gH}} = \Phi_Q\left(\frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}\right)$$

Equazione 18

In cui:

Ω area dell'apertura /m⁻²

d dimensione caratteristica dell'apertura /m

ν viscosità cinematica /m² s⁻¹

Da cui segue che il coefficiente di portata è funzione del numero di Reynolds e quindi della viscosità del fluido.

$$C_Q = \Phi_Q\left(\frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}\right)$$

Equazione 19

La portata espressa in forma dimensionale assume ora una forma più familiare:

$$Q = C_Q\Omega\sqrt{2gH}$$

Equazione 20

Il coefficiente di portata è l'unico parametro da stimare per via sperimentale, come indicato anche seguendo l'approccio fisico.

L'analisi dimensionale indica anche quale è la variabile indipendente che descrive il problema. In questo caso il numero di Reynolds.

L'ipotesi iniziale di considerare solo aperture "piccole" rispetto al battente idraulico ($d \ll H$) ha permesso di escludere la dimensione caratteristica dell'apertura dall'insieme dei parametri caratteristici.

Se aggiungiamo anche quest'ultimo parametro al fine di valutare l'influenza delle dimensioni dell'apertura (a parità di battente) sul fenomeno di efflusso l'insieme dei parametri caratteristici risulta formato dalle seguenti cinque grandezze indipendenti:

$$\rho, \mu, H, \bar{g}, d$$

Equazione 21

Ove d è la dimensione caratteristica dell'apertura.
In accordo con quanto esposto precedentemente deve essere:

$$Q = f_Q(\rho, \mu, H, \bar{g}, d)$$

Equazione 22

L'applicazione del teorema Π fornisce il seguente risultato:
(VEDI APPENDICE: Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.)

$$C_Q = \Phi_Q \left(\frac{d\sqrt{2gH}}{v}, \frac{d}{H} \right)$$

Equazione 23

La portata espressa in forma dimensionale assume ancora la stessa forma:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2gH}$$

Equazione 24

Ora però il coefficiente di portata è determinato sperimentalmente anche nelle condizioni in cui il battente è dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni dell'apertura. L'analisi dimensionale identifica i contributi che hanno rilevanza per il problema e li rende utilizzabili in forma di numeri puri.

Come evidenziato da queste considerazioni risulta che il coefficiente di portata nelle ipotesi di efflusso torricelliano è funzione del solo regime di moto (Re).

Questo aspetto è rilevante in quanto delinea i limiti di applicabilità del modello torricelliano in cui il coefficiente di portata è un valore pressoché costante nell'ambito delle normali applicazioni. Il modello non fornisce previsioni accurate quando è applicato in violazione delle ipotesi adottate.

L'applicazione alla foronomia di tubi lesionati pone in evidenza che la velocità in condotta, la deformabilità del materiale e l'adesione alla parete del getto della perdita non sono compresi nella definizione del modello torricelliano.

Il metodo dell'analisi dimensionale mostra come possono essere aggiunte le grandezze inizialmente non comprese nei parametri che reggono il problema.

Lo studio prosegue con l'analisi del modello di efflusso di una generica lesione presente su un tubo in pressione.

Tubo fessurato

Di seguito è riportata l'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π alla perdita da una lesione di un tubo in pressione.

Ipotesi e schema del modello

Il modello e lo schema del fenomeno di efflusso da una tubazione in pressione con una lesione di forma rettangolare allungata disposta con giacitura generica sulla parete del tubo è illustrata nella seguente figura:

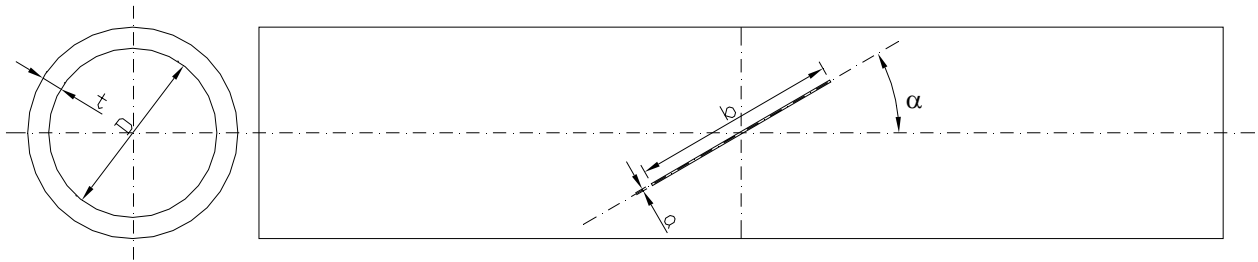


Figura 2 – lesione longilinea di generica giacitura

La figura seguente illustra con una vista assonometrica come la curva generatrice dell'asse della lesione sia costruita dall'intersezione di un generico piano inclinato rispetto all'asse del tubo.

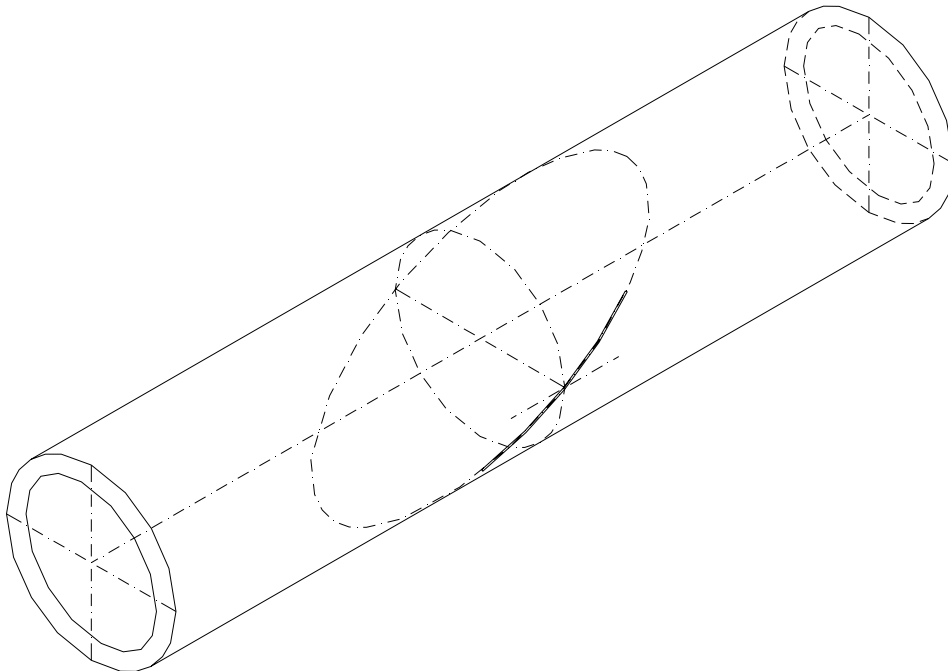


Figura 3 – vista assonometrica

L'intersezione del piano con il tubo determina una ellisse.

La lesione si assume simmetrica rispetto al piano passante per l'asse minore dell'ellisse e ortogonale al piano dell'ellisse stessa. L'inclinazione è determinata dall'angolo formato dal piano dell'ellisse con l'asse longitudinale del tubo.

La configurazione sopra esposta comprende due configurazioni limite di lesione longitudinale e lesione trasversale come di seguito illustrato.
La lesione longitudinale è determinata dal piano dell'ellisse con inclinazione nulla (complanare) con l'asse del tubo.

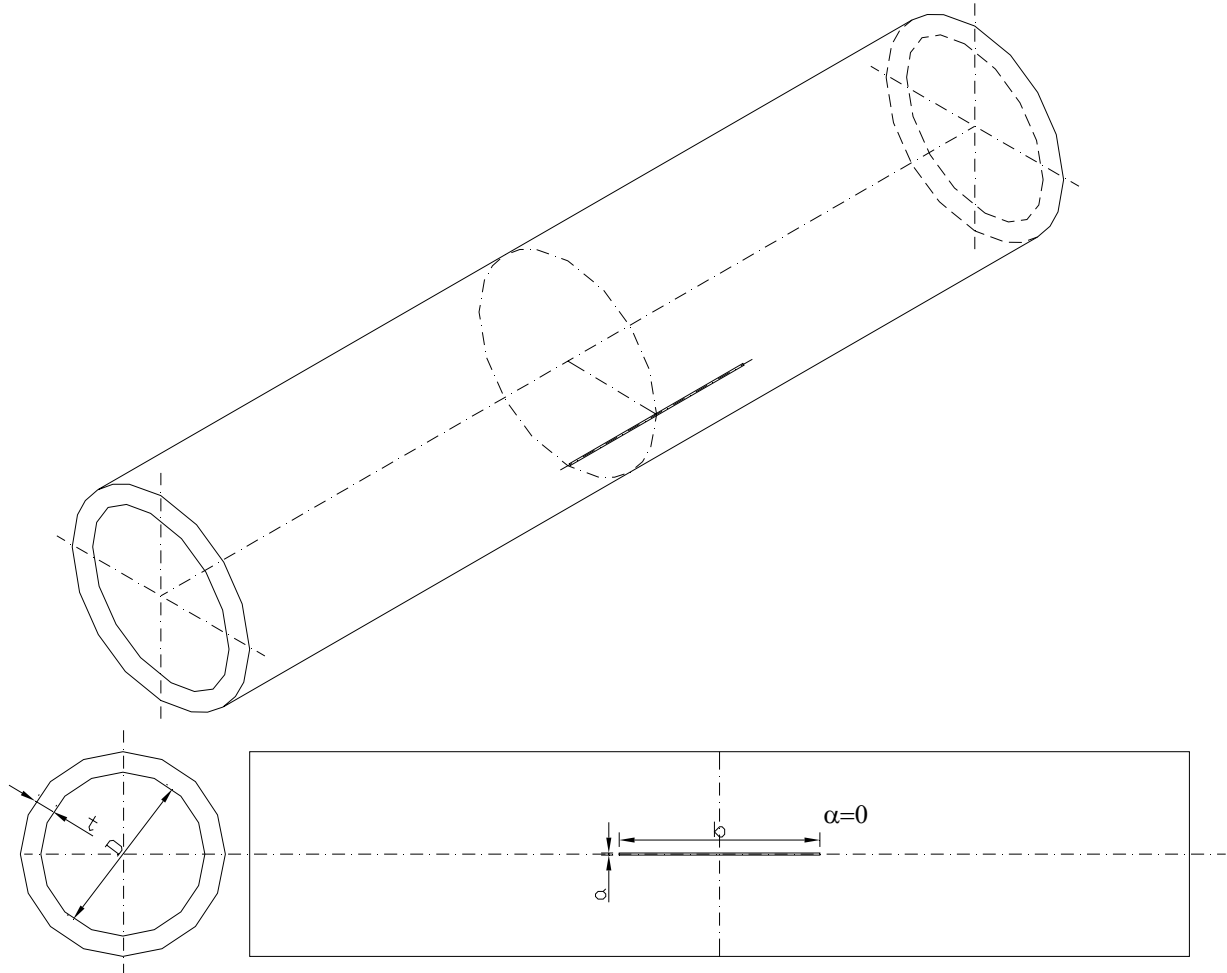


Figura 4 – lesione longitudinale

La lesione trasversale è determinata dal piano dell'ellisse ortogonale all'asse del tubo. L'ellisse degenera in un cerchio come indicato in figura.

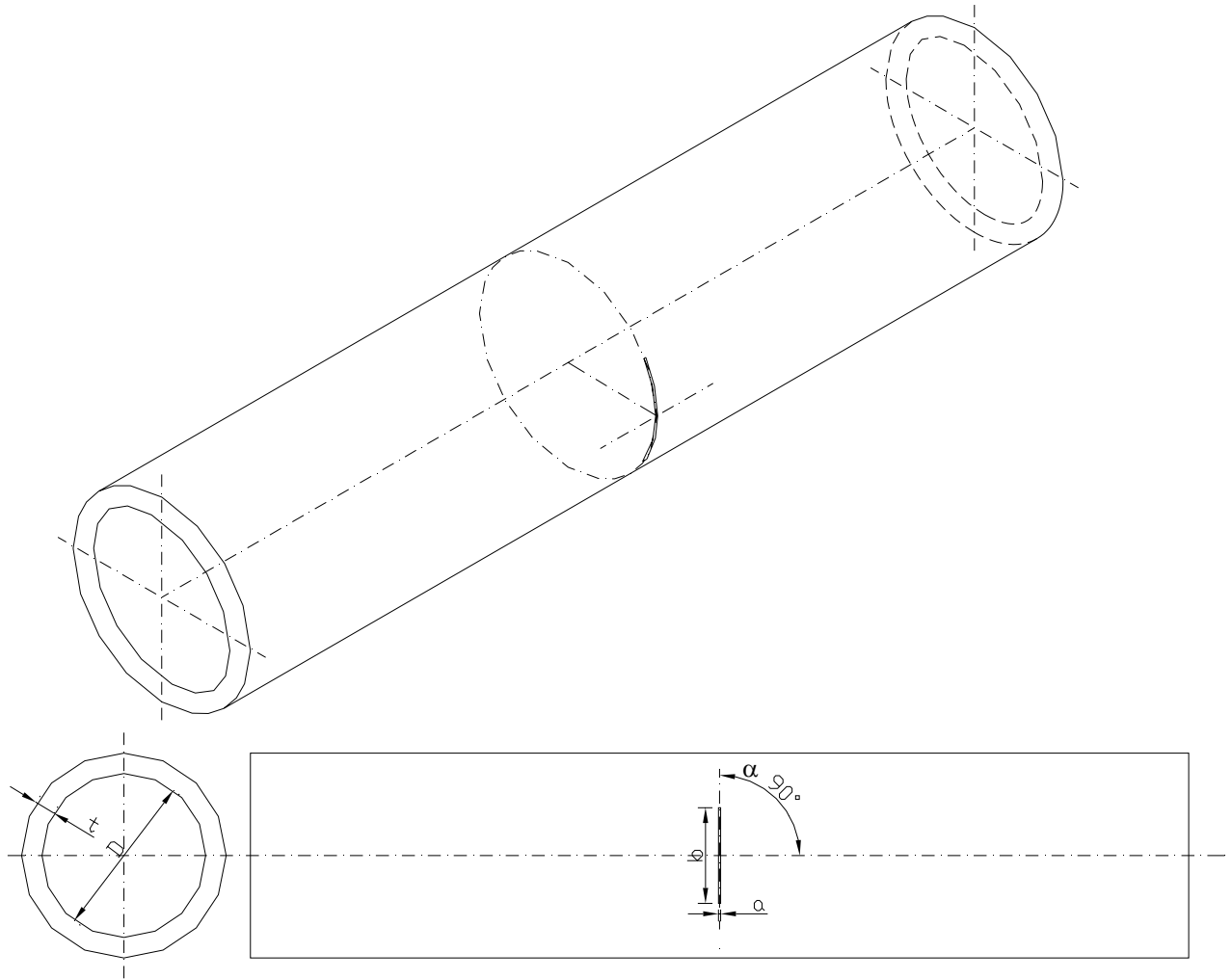


Figura 5 – lesione trasversale

Analisi dimensionale

Consideriamo ora una fessura coerente con i criteri esposti precedentemente. Ipotizzando trascurabile l'influenza della tensione superficiale, il problema è completamente determinato dai seguenti parametri caratteristici:

ρ	densità del liquido /kgm ⁻³
μ	viscosità dinamica /Pa s
D	diametro interno del tubo /m
a	ampiezza o spessore della fessura /m
b	lunghezza della fessura /m
t	spessore della parete del tubo /m
α	angolo di inclinazione del piano della fessura /rad
\bar{g}	accelerazione di gravità /ms ⁻²
p	pressione interna al tubo / Nm ⁻²
U	velocità all'interno interno del tubo / ms ⁻¹
E	modulo elastico del materiale/ Nm ⁻²

L'insieme dei parametri caratteristici risulta pertanto formato dalle seguenti undici grandezze:

$$\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E, \alpha$$

Equazione 25

Ogni grandezza meccanica A collegata al fenomeno di efflusso deve essere una certa funzione dei suddetti undici parametri caratteristici ($n=11$).

$$A = f_A(\rho, \mu, D, b, t, \alpha, \bar{g}, p, U, E, \alpha)$$

Equazione 26

Portata adimensionale

Assumiamo che la grandezza A di Equazione 26 abbia le dimensioni di una portata in volume Q associata alla perdita della lesione.

In accordo con quanto esposto precedentemente deve essere:

$$Q = f_Q(\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E, \alpha)$$

Equazione 27

L'applicazione del teorema Π fornisce il seguente risultato:

(VEDI APPENDICE: Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.)

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = \Phi \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 28

Con:

- Ω area dell'apertura /m⁻²
 $R_{fessura}$ raggio idraulico della fessura /m
 ν viscosità cinematica /m² s⁻¹

Area adimensionale

Assumiamo ora che la grandezza A di Equazione 26 sia effettivamente l'area della lesione:

$$A = f_A(\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E, \alpha)$$

Equazione 29

L'applicazione del teorema Π fornisce il seguente risultato:
 (VEDI APPENDICE: Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.)

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 30

Dove la grandezza A al numeratore è l'area deformata della lesione. La grandezza Ω a denominatore è l'area non deformata della lesione. Il rapporto è l'area adimensionale della lesione.

Confronto fra equazione adimensionale del tubo fessurato e foronomia classica

L'equazione torricelliana di foronomia classica è stata studiata seguendo i ragionamenti con il metodo fisico tradizionale e con il metodo dell'analisi dimensionale. L'espressione dell'equazione torricelliana di efflusso in termini adimensionali è data dalla seguente espressione:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{2gH}} = \Phi_Q \left(\frac{d \sqrt{2gH}}{\nu} \right)$$

Equazione 31

Da cui segue che il coefficiente di portata è funzione del numero di Reynolds e quindi della viscosità del fluido.

$$C_Q = \Phi_Q \left(\frac{d \sqrt{2gH}}{\nu} \right)$$

Equazione 32

La portata espressa in forma dimensionale è la classica forma torricelliana:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2gH}$$

Equazione 33

L'espressione adimensionale della legge di efflusso per il tubo fessurato o forato è data dalla seguente relazione:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 34

In analogia con l'espressione dedotta per la foronomia classica il coefficiente di portata è ora funzione di più grandezze adimensionali oltre al numero di Reynolds.

$$C_Q = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 35

Queste grandezze tengono conto sia degli effetti geometrici e idraulici che delle proprietà del materiale.

Il coefficiente di portata nell'espressione torricelliana è funzione del solo numero di Reynolds. Per questo motivo il modello torricelliano è appropriato per un ristretto ambito di applicazione. L'analisi dimensionale, applicata al tubo lesionato e deformabile, indica chiaramente che il legame fra la velocità di uscita dalla lesione e la pressione è il medesimo del modello torricelliano (esponente di perdita $b=0,5$).

Diversamente dal modello torricelliano la pressione è una grandezza che modifica direttamente il coefficiente di portata. I parametri aggiuntivi rispetto al modello torricelliano sono una maggiore descrizione della geometria del tubo e della lesione e la presenza delle caratteristiche meccaniche di deformazione del materiale. L'insieme delle variabili adimensionali che definiscono il coefficiente di portata non contiene informazioni relative alle azioni meccaniche applicate al tubo. Azioni flettenti, di torsione, di taglio o azioni normali non sono previste nello schema del modello.

Tubo forato come caso particolare del tubo fessurato

Il foro sulla parete di un tubo può essere considerato come una fessura la cui larghezza è pari alla lunghezza. Il foro è quindi un particolare tipo di fessura e di seguito viene spiegato come è possibile studiare questa particolare lesione utilizzando i ragionamenti svolti per le fessure.

Portata adimensionale

L' espressione generale in forma adimensionale della generica fessura contiene come suo caso particolare anche il foro. La portata adimensionale di una fessura espressa per un foro è data dalla seguente espressione:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{\text{foro}}}{D}, 1, \frac{R_{\text{foro}}}{t}, \frac{R_{\text{foro}}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, 0 \right)$$

Equazione 36

Il foro è considerato come caso limite di fessura con rapporto di forma unitario.

Area adimensionale

In modo equivalente si possono esprimere le grandezze relative all'area adimensionale:

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{\text{foro}}}{D}, 1, \frac{R_{\text{foro}}}{t}, \frac{R_{\text{foro}}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, 0 \right)$$

Equazione 37

Viene ora illustrato significato delle variabili adimensionali per la fessura quando sono applicate per il foro.

Carico piezometrico

$$\frac{h}{D}$$

Equazione 38

Il carico piezometrico adimensionale è dato dal rapporto fra il carico piezometrico e il diametro del tubo. Questa variabile è comune sia per il foro che per le fessure

Raggio idraulico

Il raggio idraulico adimensionale è il rapporto fra il raggio idraulico della fessura e il diametro del condotto circolare.

$$R_{fessura,ad.} = \frac{R_{fessura}}{D}$$

Equazione 39

Quando la fessura è ridotta a foro il raggio idraulico della fessura diviene ad essere il raggio idraulico del foro:

$$R_{foro} = \frac{d}{4}$$

Equazione 40

La variabile adimensionale risulta per il foro:

$$\frac{R_{fessura}}{D} \Rightarrow \frac{R_{foro}}{D}$$

Equazione 41

Rapporto di forma

Il parametro di forma è un indice della regolarità della lesione.

$$\frac{b}{a}$$

Equazione 42

Per i fori il parametro esaminato assume valore unitario.

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{d} = 1$$

Equazione 43

Spessore della parete

La variabile adimensionale indica il reciproco del numero di raggi idraulici equivalenti allo spessore della parete.

$$\frac{R_{fessura}}{t}$$

Equazione 44

Per il foro il significato è il medesimo della fessura da cui risulta:

$$\frac{R_{fessura}}{t} \Rightarrow \frac{R_{foro}}{t}$$

Equazione 45

Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds è il riferimento per stabilire il regime di moto, in particolare quando il moto è laminare o turbolento.

$$\frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}$$

Equazione 46

Il numero di Reynolds è valutato con la lunghezza scala pari al raggio idraulico della lesione (foro o fessura), la velocità scala è pari alla velocità torricelliana a meno del fattore $2^{0,5}$.

$$\frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v} \Rightarrow \frac{R_{foro} \sqrt{gh}}{v}$$

Equazione 47

Il numero di Reynolds è una variabile comune sia per il tubo fessurato che per il tubo forato.

Numero di Froude

$$\frac{U}{\sqrt{gh}}$$

Equazione 48

Il numero di Froude è il rapporto fra la velocità media a monte della lesione e la velocità torricelliana a meno del fattore $2^{0,5}$. Il numero di Froude è una variabile comune sia il tubo fessurato e per il tubo forato.

Numero Aeroelastico

Questa variabile adimensionale è l'unica che rappresenta la deformabilità del materiale.

$$\frac{\gamma}{E}$$

Equazione 49

Il numero puro è valutato come rapporto fra la pressione esercitata dal fluido e il modulo elastico del materiale.

Angolo di inclinazione della giacitura della lesione

$$\alpha$$

Equazione 50

L'inclinazione della lesione sulla superficie esterna del tubo è espressa direttamente dall'angolo in radianti. Per il foro non ha senso definire tale valore che può essere convenzionalmente posto a 0 /rad.

Conclusioni

In questo capitolo è stata introdotta l'analisi dimensionale per il modello torricelliano e per il modello di perdita da tubo fessurato a comportamento elastico. Le variabili adimensionali sono state ricavate dall'applicazione del teorema II ad entrambi i modelli.

Il confronto ha evidenziato che il modello di perdita torricelliano può essere applicato nell'ambito di validità delle ipotesi che lo definiscono. Il modello è funzione di un solo parametro sperimentale legato al rapporto fra forze di inerzia e forze viscosse (numero di Reynolds).

Il modello di perdita da tubo fessurato è un modello più raffinato in quanto è strutturato per essere applicato in un ambito di validità molto più ampio rispetto al modello torricelliano. Questo vantaggio è raggiunto al costo di aumentare considerevolmente i parametri (variabili adimensionali).

Le variabili adimensionali rappresentano sia la geometria del tubo e della lesione che il regime di moto e le caratteristiche meccaniche del materiale.

I prossimi capitoli riportano il lavoro svolto per raggiungere due obiettivi:

- identificare quali sono le grandezze adimensionali significative per il modello di perdita da tubo fessurato
- determinare la forma dell'equazione adimensionale del modello di perdita da tubo fessurato

Per raggiungere questi obiettivi sono necessari:

- modelli ad elementi finiti quale strumento di indagine degli effetti della deformabilità del materiale.
- Prove sperimentali di laboratorio.
- Strumenti di analisi statistica e numerica per elaborare i dati delle prove sperimentali.

Bibliografia

1. Hydrodynamics : a study in logic, fact, and similitude / by Garrett Birkhoff. - Princeton : Princeton University press for University of Cincinnati, 1950. - XI, 186 p. ; 22 cm.
2. Units, dimensions and dimensionless numbers / D. C. Ipsen. - New York: McGraw-Hill book company, 1960. - XII, 236 p. ; 22 cm
3. Units, dimensional analysis and physical similarity / B. S. Massey. - London: Van Nostrand Reinhold, 1971. - VIII, 140 p. : ill. ; 23 cm
4. Theory of Hydraulic Models / M.Selim Yalin - Macmillan; First Edition edition (April 19, 1971)

CAPITOLO 2

ANALISI CON MODELLI AD ELEMENTI FINITI

INDICE

Introduzione.....	33
Software.....	34
Descrizione dei modelli	35
Schema statico e azioni di calcolo.....	38
Forze e pressioni	39
Risultati dei modelli FEM: Fori	40
Acciaio DN100	40
Acciaio DN50	41
uPVC DN110.....	42
uPVC DN65.....	43
Risultati dei modelli FEM: Fessure.....	44
Acciaio DN100	44
Acciaio DN50	45
uPVC DN110.....	46
uPVC DN65.....	47
Conclusioni.....	48
Bibliografia.....	49

Introduzione

L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno permesso di determinare l'espressione adimensionale della legge di efflusso per il tubo fessurato o forato:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 1

In cui le variabili adimensionali dell'equazione a secondo membro rappresentano le condizioni geometriche, idrauliche e il comportamento del materiale.

La portata espressa in forma dimensionale assume la seguente forma:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{gh}$$

Equazione 2

Ove è stato posto:

$$C_Q = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 3

Il coefficiente di portata è funzione di variabili adimensionali legate sia a fenomeni relativi al fluido che alla deformazione del materiale. L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno permesso di determinare anche l'espressione adimensionale della legge di variazione dell'area per il tubo fessurato o forato:

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 4

Assumendo che la grandezza A sia l'area deformata della lesione nelle condizioni di esercizio e Ω l'area iniziale della lesione.

In forma dimensionale la relazione precedente diviene:

$$A = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right) \Omega$$

Equazione 5

In cui la funzione Φ_A ha il significato di termine correttivo dell'area iniziale non nulla.

L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno permesso di identificare le grandezze che governano il fenomeno. La struttura delle equazioni è incognita e deve essere determinata dall'analisi dei dati sperimentali delle prove di laboratorio.

Per lo sviluppo dei modelli FEM è stato utilizzato il legame costitutivo lineare. L'espressione dell'area della lesione in funzione della pressione (o del carico piezometrico) è illustrata nella seguente equazione proposta inizialmente da May, (1994):

$$A(h) = \Omega + mh$$

Equazione 6

In cui m è un coefficiente di proporzionalità che dipende dal materiale, dalla forma e giacitura della fessura e, in generale, anche dalle condizioni di vincolo del tubo lesionato.

Gli elementi finiti sono utilizzati per calcolare l'area deformata e parametrizzare l'Equazione 6 proposta da May e ripresa da Cassa e Van Zyl.

La stima del coefficiente di proporzionalità m è determinata dall'analisi dei risultati dei modelli FEM secondo la seguente espressione:

$$m = \frac{A(h) - \Omega}{h}$$

Equazione 7

Il coefficiente m assume un valore costante per ogni modello FEM (per tipo di lesione, materiale, dimensioni del tubo e della lesione, ecc.). L'equazione $Q(h) = C_q (\Omega + mh) \sqrt{2gh}$ è utilizzata nel seguito per eseguire un confronto con l'equazione proposta rappresentata da Equazione 2 ed Equazione 3.

Software

Nel presente lavoro è stato utilizzato il programma Straus 7 release 2.3.3. Straus7 è un programma di calcolo adatto ad un vasto campo di applicazioni nell'analisi ad elementi finiti. Il software è dotato di un pre-processor, un solutore e un post-processor. Il solutore include l'analisi statica lineare utilizzata nel presente lavoro. L'analisi elastica è la formulazione più semplice del problema la cui soluzione è ottenuta assumendo per il materiale un legame costitutivo lineare. [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2010)], [Cassa, Van Zyl (2008)], [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2006)]. Le forze sono applicate staticamente e l'ipotesi di linearità consente di applicare la sovrapposizione degli effetti. I modelli ad elementi finiti utilizzati nel presente lavoro sono del tipo plate/shell. Questo tipo di elemento è appropriato a descrivere il comportamento sia locale che globale dei tubi lesionati oggetto di studio.

Descrizione dei modelli

I modelli FEM implementati sono relativi a tubi con lesioni tipo foro e fessura longitudinale. I modelli FEM sono stati realizzati sfruttando la doppia simmetria geometrica e di carico che permette di modellare un quarto della struttura con notevole risparmio di tempo di implementazione e di calcolo. Le tabelle seguenti riassumono i valori dei parametri geometrici e meccanici dei tubi utilizzati per realizzare i modelli ad elementi finiti.

		Acciaio	PVC-U
Diametro Nominale DN		50	65
Diametro esterno nominale	/mm	60,3	63
Diametro esterno massimo	/mm	60,2	63,3
Diametro esterno minimo	/mm	59,6	63
Diametro esterno medio	/mm	59,9	63,15
Diametro interno	/mm	54,1	56,55
spessore massimo	/mm	2,9	3,6
spessore minimo	/mm	2,9	3
spessore medio	/mm	2,9	3,3
Massa lineare	/kg m ⁻¹	4,08	
densità	/kg m ⁻³	7800	930
Modulo Young E	/N mm ⁻²	200000	3000
Modulo taglio G	/N mm ⁻²	77519	1071
Modulo Poisson ν		0,29	0,4
Diametro medio	/mm	60	60
spessore medio	/mm	2,9	3
Modulo Young E	/N mm ⁻²	200000	3000
Modulo Poisson ν		0,25	0,4

Tabella 1 – materiali e dimensioni dei tubi oggetto di studio

		Acciaio	PVC-U
Diametro Nominale DN		100	110
Diametro esterno nominale	/mm	114,3	110
Diametro esterno massimo	/mm	113,9	110,4
Diametro esterno minimo	/mm	113	110
Diametro esterno medio	/mm	113,45	110,2
Diametro interno	/mm	106,25	101,1
spessore massimo	/mm	3,6	4,9
spessore minimo	/mm	3,6	4,2
spessore medio	/mm	3,6	4,55
Massa lineare	/kg m ⁻¹	4,08	
densità	/kg m ⁻³	7800	930
Modulo Young E	/N mm ⁻²	200000	3000
Modulo taglio G	/N mm ⁻²	77519	1071
Modulo Poisson ν		0,29	0,4
Diametro medio	/mm	113,5	105,4
spessore medio	/mm	3,6	4,6
Modulo Young E	/N mm ⁻²	200000	3000
Modulo Poisson ν		0,25	0,4

Tabella 2 – materiali e dimensioni dei tubi oggetto di studio

I valori elencati nelle tabelle sono stati dedotti da letteratura tecnica. Le grandezze elencate sono coerenti con quanto utilizzato in studi analoghi elencati in bibliografia. [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2010)]

I modelli realizzati sono tubi con fori e fessure longitudinali come illustrato nelle tabelle seguenti:

Acciaio	DN	Di	t	d
	Diametro Nominale	Diametro interno	spessore tubo	diametro foro
	/mm	/mm	/mm	/mm
	100	106.3	3.6	2
100	106.3	3.6	4	
100	106.3	3.6	6	
100	106.3	3.6	8	
100	106.3	3.6	10	
100	106.3	3.6	12	
50	54.1	2.9	2	
50	54.1	2.9	4	
50	54.1	2.9	6	
50	54.1	2.9	8	
50	54.1	2.9	10	
50	54.1	2.9	12	

Tabella 3 – modelli FEM tubo acciaio forato

PVC-U	DN	Di	t	d
	Diametro Nominale	Diametro interno	spessore tubo	diametro foro
	/mm	/mm	/mm	/mm
	110	101.1	4.6	2
110	101.1	4.6	4	
110	101.1	4.6	6	
110	101.1	4.6	8	
110	101.1	4.6	10	
110	101.1	4.6	12	
65	56.6	3.3	2	
65	56.6	3.3	4	
65	56.6	3.3	6	
65	56.6	3.3	8	
65	56.6	3.3	10	
65	56.6	3.3	12	

Tabella 4 – modelli FEM tubo uPVC forato

Acciaio	DN	Di	t	a	b
	/mm	/mm	/mm	/mm	/mm
	Diametro Nominale	Diametro interno	spessore tubo	larghezza fessura	lunghezza fessura
	100	106,3	3,6	3,0	40,0
	100	106,3	3,6	3,0	60,0
	100	106,3	3,6	3,0	80,0
	100	106,3	3,6	3,0	100,0
	100	106,3	3,6	3,0	120,0
	50	54,1	2,9	3,0	40,0
	50	54,1	2,9	3,0	60,0
	50	54,1	2,9	3,0	80,0
	50	54,1	2,9	3,0	100,0
	50	54,1	2,9	3,0	120,0

Tabella 5 – modelli FEM tubo acciaio fessurato

PVC-U	DN	Di	t	a	b
	/mm	/mm	/mm	/mm	/mm
	Diametro Nominale	Diametro interno	spessore tubo	larghezza fessura	lunghezza fessura
	110	101,1	4,6	3,0	40,0
	110	101,1	4,6	3,0	60,0
	110	101,1	4,6	3,0	80,0
	110	101,1	4,6	3,0	100,0
	110	101,1	4,6	3,0	120,0
	65	56,6	3,3	3,0	40,0
	65	56,6	3,3	3,0	60,0
	65	56,6	3,3	3,0	80,0
	65	56,6	3,3	3,0	100,0
	65	56,6	3,3	3,0	120,0

Tabella 6 – modelli FEM tubo uPVC fessurato

Schema statico e azioni di calcolo

Il modello è costituito da uno spezzone di tubo della lunghezza di 1000mm vincolato agli estremi. La lesione (fessura o foro) è praticata in mezzzeria al tubo. I vincoli sono tali da non introdurre effetti significativi sullo stato di tensione e deformazione locale della lesione ⁽¹⁾

Ciò significa che i giunti a pressione utilizzati per collegare lo spezzone di prova all'impianto esauriscono localmente il loro effetto cerchiante e di tenuta. Il modello numerico è coerente con la sperimentazione nel rispetto dei requisiti dello studio, ovvero valutare l'effetto della deformazione locale della lesione. Ovviamente la rigidità del dispositivo di fissaggio determina l'effettivo grado di vincolo (incastro – semi incastro – appoggio) delle sezioni estreme dello spezzone di prova. In questo caso il modello considera vincolati ad incastro gli estremi, ne segue uno schema statico di trave doppiamente incastrata.

Ai fini dell'influenza del tipo di vincolo nelle sezioni estreme sullo stato tensionale e deformativo in mezzzeria, ove è presente la lesione, si fa riferimento al solido di De Saint Venant. ⁽²⁾

Si può ragionevolmente assumere che la distanza di estinzione degli effetti del vincolo di estremità sia paragonabile o dell'ordine del diametro del tubo.

Rimane comunque il fatto che pur esaurendo gli effetti locali della distribuzione delle forze di vincolo non oltre un diametro dalla sezione di incastro, la soluzione numerica dipende dal tipo di vincolo.

(1) La teoria flessionale asintotica per carichi assialsimmetrici di bordo consente di ritenere trascurabili gli effetti del bordo nelle sezioni che distano per più della lunghezza d'onda definita dalla seguente equazione:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{rh}$$

Con

λ lunghezza d'onda
 r raggio del tubo
 h spessore del tubo

Da cui segue una formulazione semplificata per $\nu=0,3$:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}} \sqrt{rh} \cong 4,89\sqrt{rh}$$

La modellazione sia numerica che fisica utilizza diametri massimi dell'ordine di $D=100\text{mm}$ con spessore massimo di circa 8mm . Ne segue una lunghezza d'onda massima è pari a circa:

$$\lambda = 4,89\sqrt{\frac{100}{2}} \times 8 = 97,8\text{mm}$$

Questo calcolo dimostra che il vincolo non perturba la lesione e vice versa la lesione non ha effetti locali sul vincolo in quanto le due sezioni distano almeno due diametri una dall'altra (in realtà sono circa 4-5 diametri).

(2) Il corollario al postulato di De Saint Venant indica che nei punti di un solido elastico ad una certa distanza (di estinzione) dall'elemento di superficie a cui è applicato un sistema di forze, lo stato tensionale dipende solo dalla risultante di queste forze e non dalla loro distribuzione.

Forze e pressioni

Nella modellazione fisica la lesione è rivolta verso il basso ove è presente il serbatoio di raccolta. Il peso proprio del tubo e del liquido contenuto sono trascurati nella modellazione ad elementi finiti. L'unica azione applicata al modello è una distribuzione di pressione normale alla superficie interna del tubo. La spinta dinamica del getto in uscita è equivalente alla forza statica data dalla pressione interna che agisce sull'area della lesione (non deformata). [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2010)], [Cassa, Van Zyl (2008)], [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2006)].

Sono trascurati tutti contributi di flusso di quantità di moto longitudinali in quanto si assume, in prima approssimazione, che la velocità di uscita sia molto superiore alla velocità media longitudinale nel tubo. [Ferrante et al. (2011)]

Lo schema statico risulta quindi di trave incastrata agli estremi con una forza statica equivalente in mezzeria data dal prodotto della pressione interna per l'area della lesione. Il calcolo si intende svolto nell'ipotesi di piccole deformazioni, quindi riferito alle condizioni iniziali non deformate.

Risultati dei modelli FEM: Fori

Nel seguito sono riassunti i principali risultati delle prove su modelli FEM di tubi forati in acciaio e u-PVC. I valori indicati di area, area deformata e incremento di area sono dedotti dal modello numerico.

Acciaio DN100

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN100	t=3.6mm		p=10bar	
Diametro	Area foro		Variazione		Coeff.
foro	iniziale	finale			<i>m</i>
/mm	/mm ²	/mm ²	/mm ²	%	/mm ² m ⁻¹
2	2.999	2.999	0.0005	0.0161	4.83E-06
4	12.42	12.42	0.0025	0.0200	2.48E-05
6	27.95	27.95	0.0054	0.0192	5.37E-05
8	49.69	49.70	0.0097	0.0195	9.71E-05
10	77.64	77.66	0.0146	0.0188	1.46E-04
12	111.8	111.8	0.0218	0.0195	2.18E-04

Tabella 7 – risultati dei modelli FEM per tubo in acciaio DN100 forato

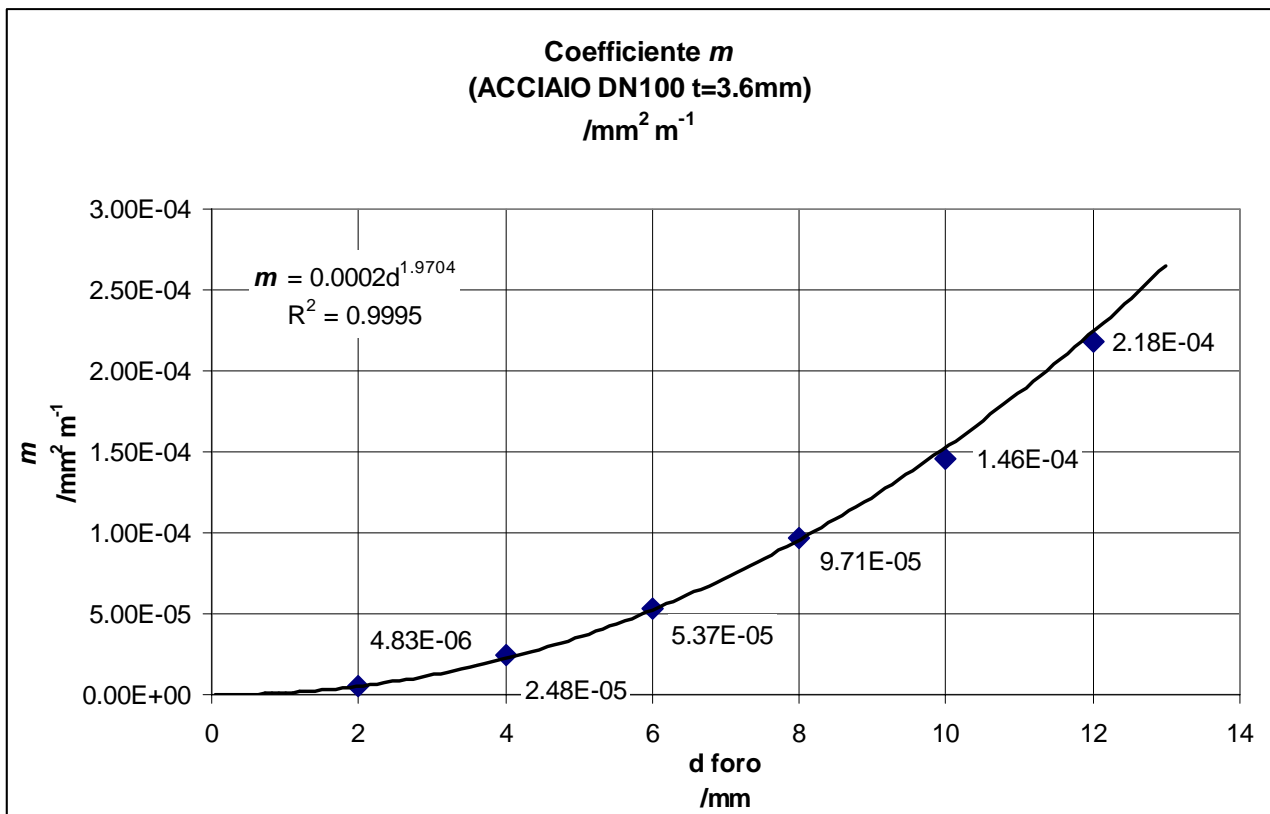


Figura 1 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fori di diametro crescente

Acciaio DN50

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN50	t=2.9mm		p=10bar	

Diametro foro /mm	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i> /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	/%	
2	2.999	2.999	0.0002	0.0068	2.04E-06
4	12.42	12.42	0.0018	0.0149	1.85E-05
6	27.95	27.95	0.0033	0.0119	3.32E-05
8	49.69	49.70	0.0059	0.0119	5.90E-05
10	77.64	77.65	0.0092	0.0118	9.17E-05
12	111.8	111.8	0.0146	0.0130	1.46E-04

Tabella 8 – risultati dei modelli FEM per tubo in acciaio DN50 forato

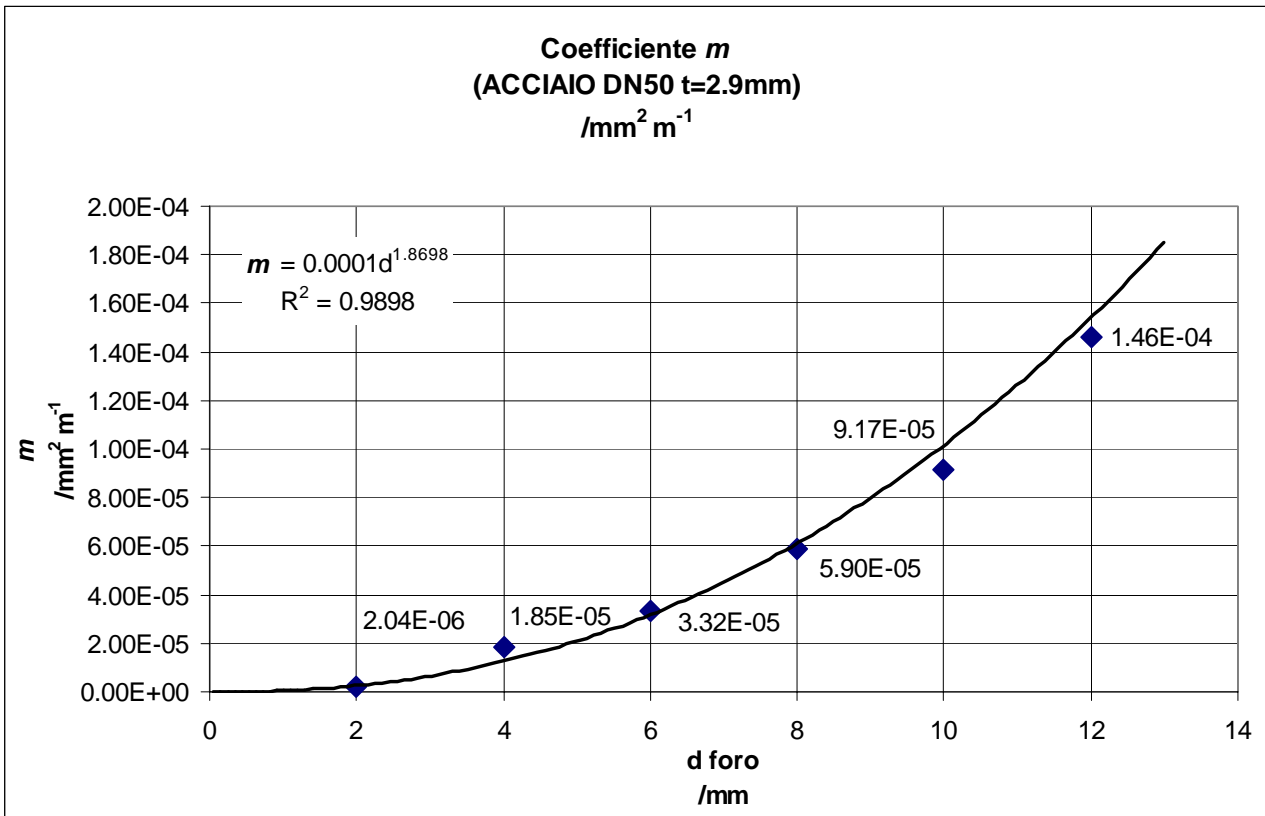


Figura 2 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fori di diametro crescente

uPVC DN110

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
uPVC	DN110	t=4.6mm		p=10bar	

Diametro foro /mm	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i> /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	/%	
2	2.999	3.029	0.0303	1.0111	3.03E-04
4	12.42	12.55	0.1299	1.0460	1.30E-03
6	24.85	25.10	0.2504	1.0079	2.50E-03
8	49.69	50.21	0.5176	1.0416	5.18E-03
10	77.64	78.45	0.8083	1.0410	8.08E-03
12	111.8	113.0	1.1614	1.0387	1.16E-02

Tabella 9 – risultati dei modelli FEM per tubo in uPVC DN110 forato

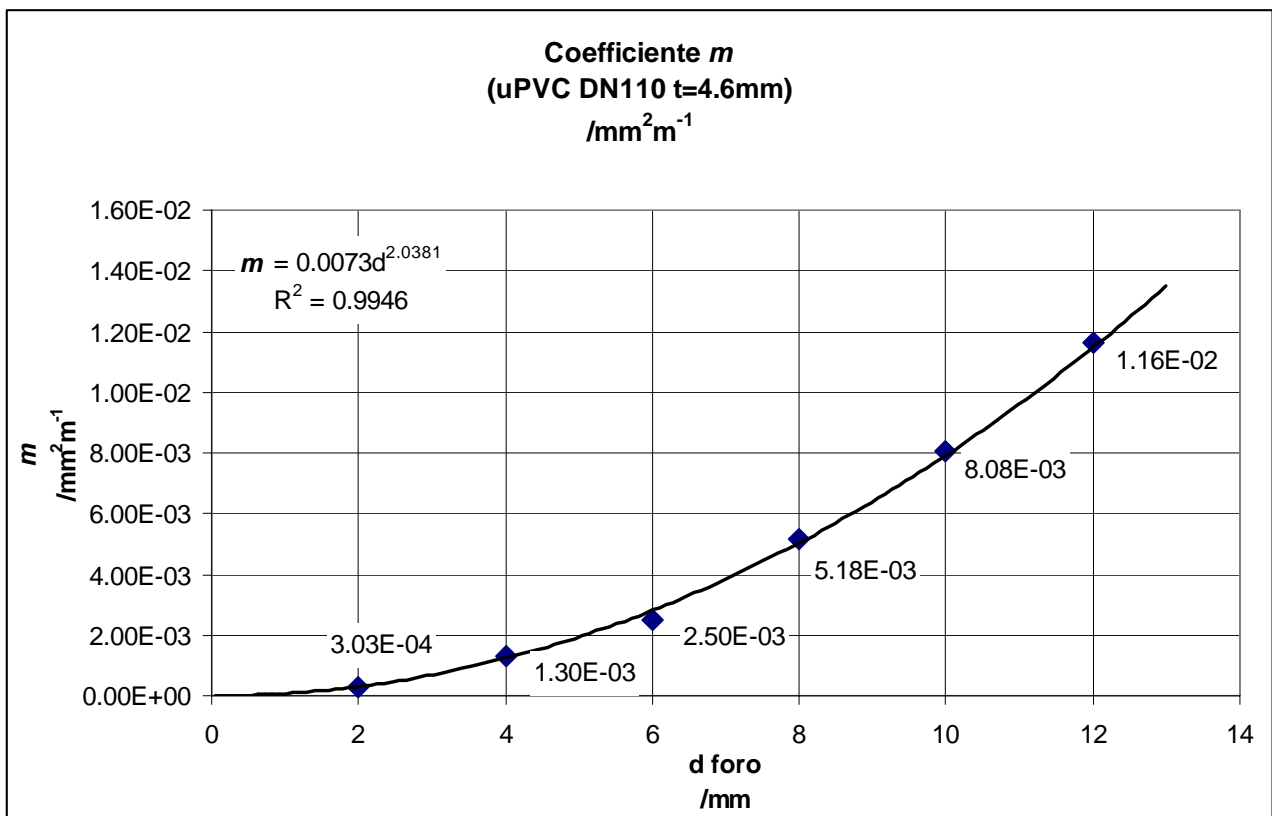


Figura 3 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fori di diametro crescente

uPVC DN65

Quadro riassuntivo					
uPVC	DN65	t=3mm		p=10bar	

Diametro foro	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i>
	iniziale	finale	/mm ²	/%	/mm ² m ⁻¹
2	2.999	3.025	0.0266	0.8861	2.66E-04
4	12.42	12.53	0.1127	0.9069	1.13E-03
6	27.95	28.20	0.2514	0.8994	2.51E-03
8	49.69	50.13	0.4380	0.8815	4.38E-03
10	77.64	78.32	0.6768	0.8717	6.77E-03
12	111.8	112.8	0.9685	0.8663	9.69E-03

Tabella 10 – risultati dei modelli FEM per tubo in uPVC DN65 forato

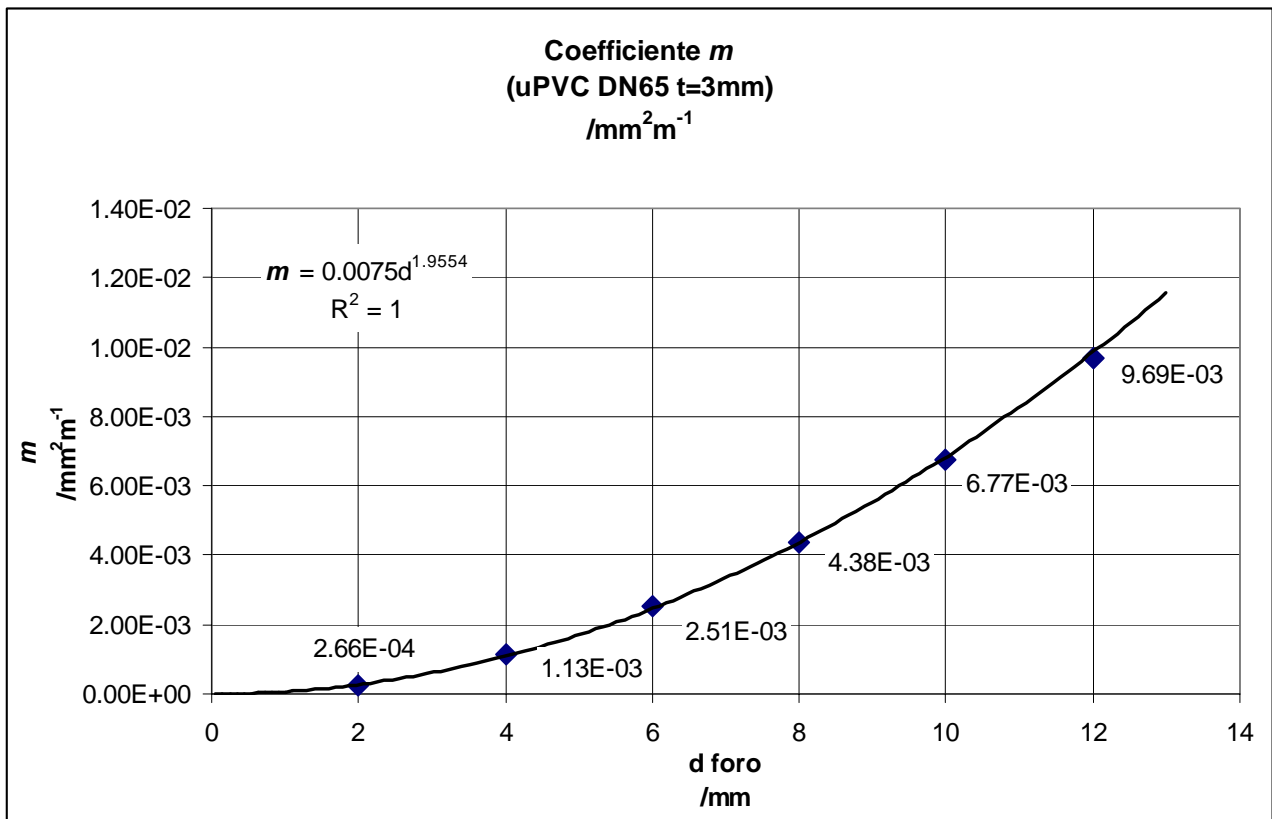


Figura 4 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fori di diametro crescente

Risultati dei modelli FEM: Fessure

Acciaio DN100

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN100	t=3.6mm		p=10bar	

Lunghezza fessura (b) /mm	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i> /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	/%	
240	726.95	954.49	227.54	31.30	2.28E+00
200	606.95	727.09	120.14	19.79	1.20E+00
160	486.95	541.93	54.98	11.29	5.50E-01
120	366.95	387.11	20.16	5.50	2.02E-01
100	306.95	317.71	10.76	3.51	1.08E-01
80	246.95	252.00	5.05	2.04	5.05E-02
60	186.95	188.92	1.97	1.05	1.97E-02
40	126.95	127.52	0.57	0.45	5.71E-03

spessore fessure a=3mm

Tabella 11 – risultati dei modelli FEM per tubo in acciaio DN100 fessurato

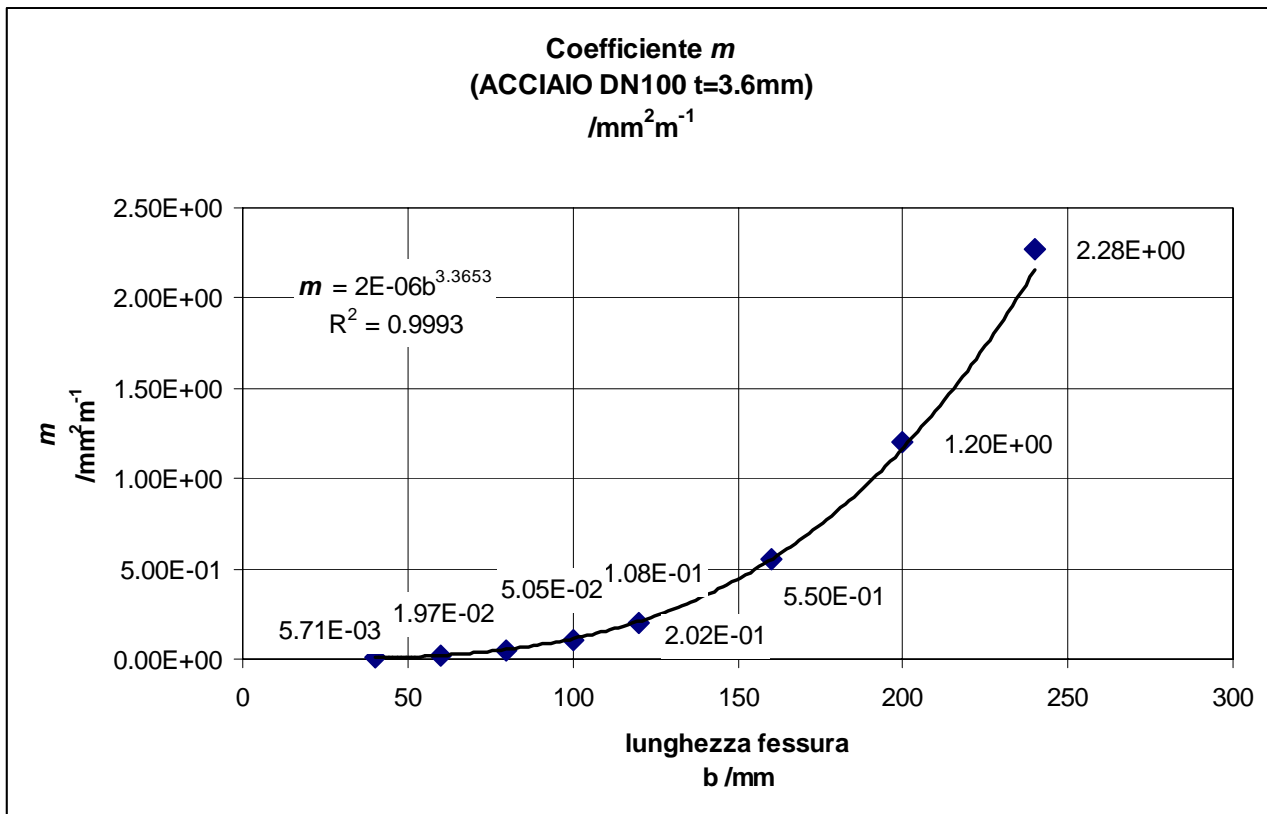


Figura 5 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fessure longitudinali di lunghezza crescente

Acciaio DN50

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN50	t=2.9mm		p=10bar	

Lunghezza fessura (b) /mm	Area foro		Variazione		Coeff. m /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	%	
240	726.95	1005.1	278.12	38.26	2.78E+00
200	606.95	755.99	149.04	24.56	1.49E+00
160	486.95	556.19	69.24	14.22	6.92E-01
120	366.95	392.63	25.68	7.00	2.57E-01
100	306.95	320.65	13.70	4.46	1.37E-01
80	246.95	253.31	6.36	2.58	6.36E-02
60	186.95	189.35	2.40	1.28	2.40E-02
40	126.95	127.59	0.64	0.51	6.41E-03

spessore fessure a=3mm

Tabella 12 – risultati dei modelli FEM per tubo in acciaio DN50 fessurato

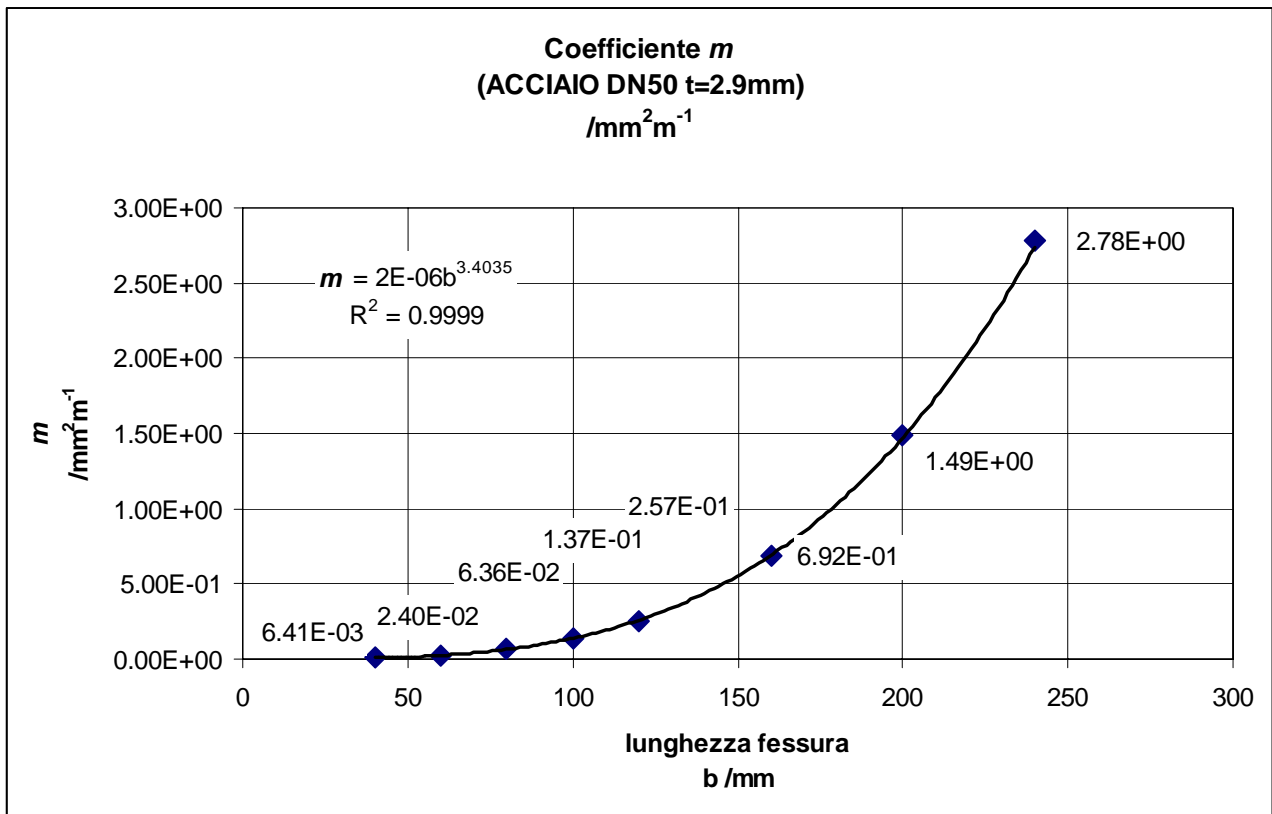


Figura 6 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fessure longitudinali di lunghezza crescente

uPVC DN110

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
uPVC	DN110	t=4.6mm		p=10bar	

Lunghezza fessura (b) /mm	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i> /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	/%	
240	726.95	9598.06	8871	1220	8.87E+01
200	606.95	5364.35	4757	784	4.76E+01
160	486.95	2697.01	2210	454	2.21E+01
120	366.95	1191.08	824	225	8.24E+00
100	306.95	750.64	444	145	4.44E+00
80	246.95	457.30	210	85	2.10E+00
60	186.95	270.12	83	44	8.32E-01
40	126.95	151.76	25	20	2.48E-01

spessore fessure a=3mm

Tabella 13 – risultati dei modelli FEM per tubo in u-PVC DN110 fessurato

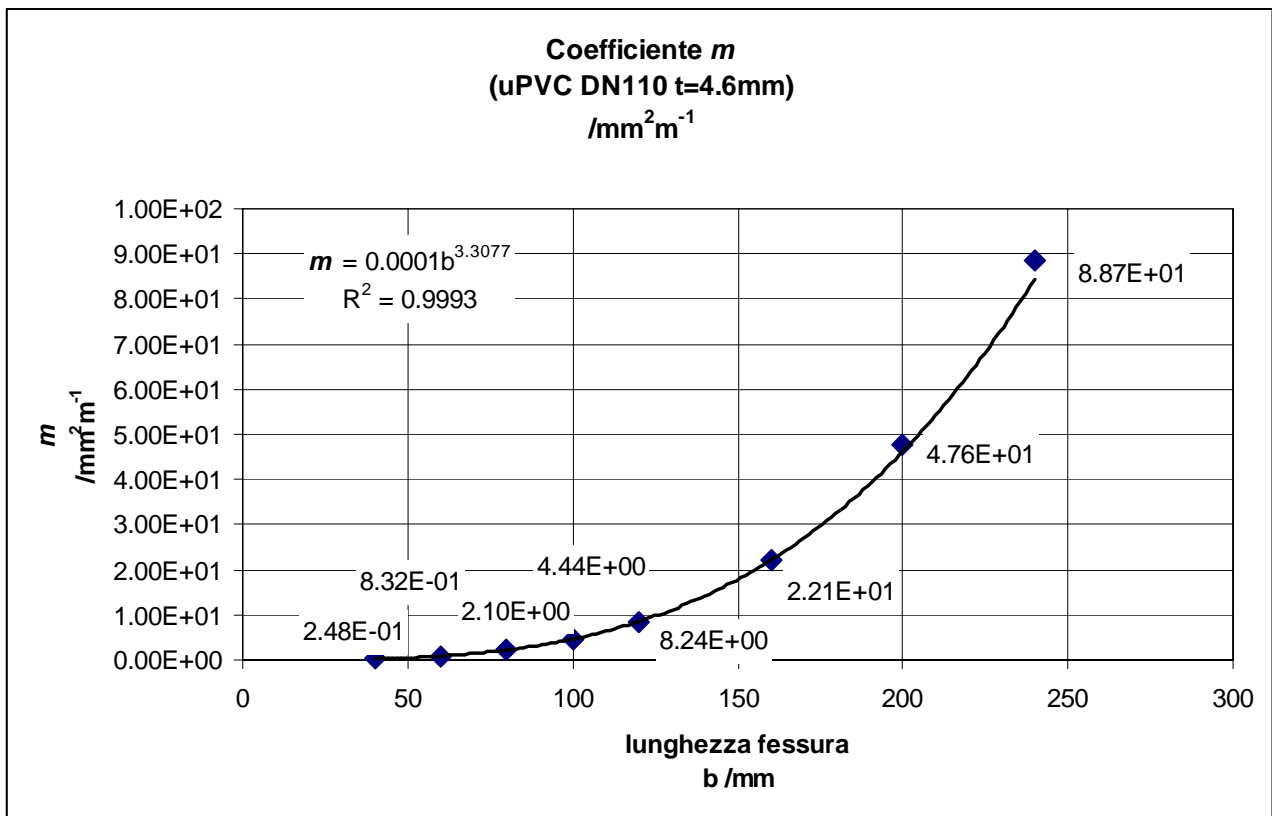


Figura 7 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fessure longitudinali di lunghezza crescente

uPVC DN65

La tabella seguente riassume i risultati ottenuti dai modelli FEM:

Quadro riassuntivo					
uPVC	DN65	t=3mm		p=10bar	

Lunghezza fessura (b) /mm	Area foro		Variazione		Coeff. <i>m</i> /mm ² m ⁻¹
	iniziale /mm ²	finale /mm ²	/mm ²	/%	
240	726.95	16729.4	16002	2201	1.60E+02
200	606.95	9300.58	8694	1432	8.69E+01
160	486.95	4586.47	4100	842	4.10E+01
120	366.95	1912.35	1545	421	1.55E+01
100	306.95	1138.48	832	271	8.32E+00
80	246.95	636.16	389	158	3.89E+00
60	186.95	334.59	148	79	1.48E+00
40	126.95	166.69	40	31	3.97E-01

spessore fessure a=3mm

Tabella 14 – risultati dei modelli FEM per tubo in u-PVC DN65 fessurato

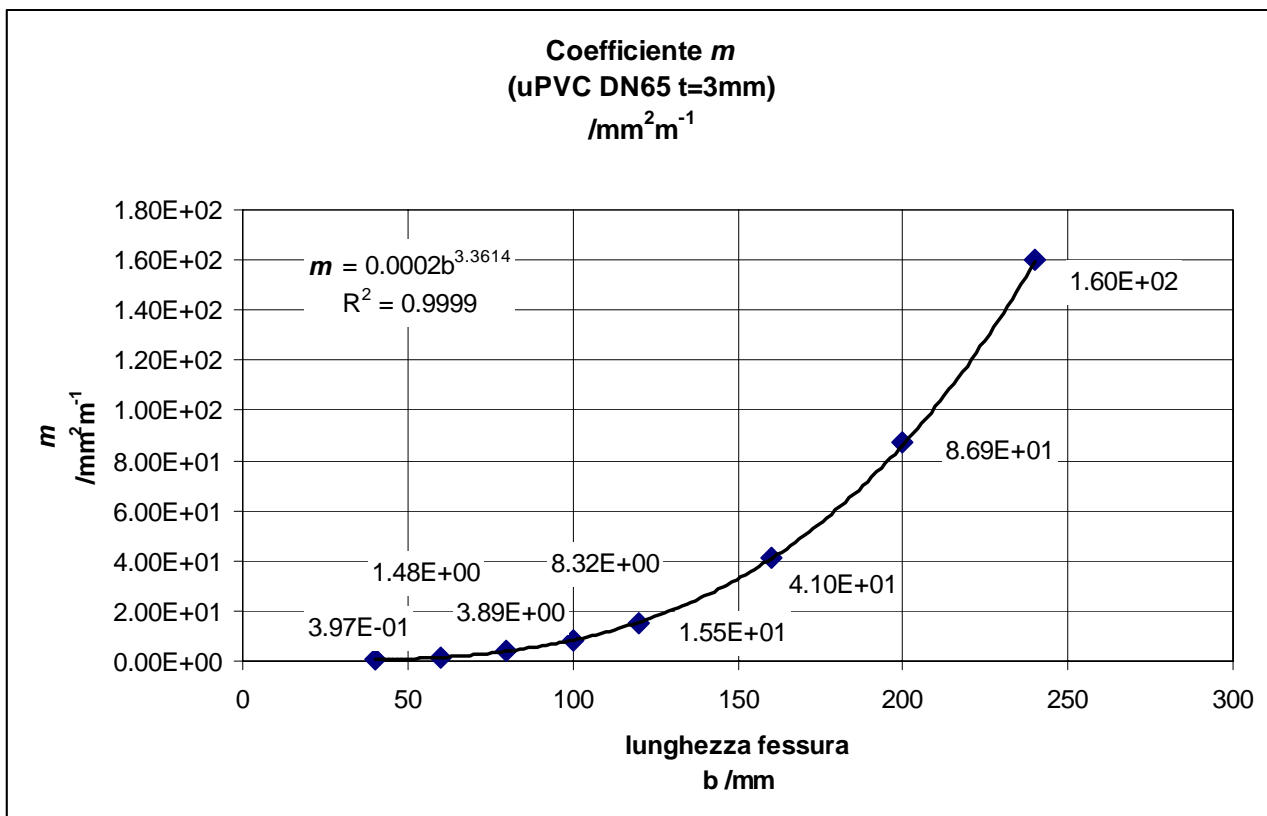


Figura 8 – Coefficiente *m* stimati da risultati di modelli FEM realizzati con fessure longitudinali di lunghezza crescente

Conclusioni

Lo studio con modelli ad elementi finiti evidenzia un comportamento marcatamente diverso fra fori e fessure. L' incremento di area rappresentato dal coefficiente m è maggiore di alcuni ordini di grandezza per le fessure rispetto ai fori. Per i fori il coefficiente m è circa proporzionale al quadrato del diametro del foro sia per l'acciaio che per il uPVC, anche se permane una differenza di alcuni ordini di grandezza fra i coefficienti stimati per i due materiali. Per le fessure longitudinali il coefficiente m è circa proporzionale al cubo della lunghezza della fessura. Anche per le fessure permane una differenza di alcuni ordini di grandezza fra i due materiali.

Questi valori trovano conferma da analoghi risultati di letteratura [Cassa Van Zyl (2008)] in cui la variazione di area è rappresentata dal parametro di pendenza m ⁽¹⁾ secondo la formula di May [May (1994)].

I modelli qui realizzati forniscono previsioni coerenti con quanto presente in letteratura [Cassa Van Zyl (2008)] ove è stata valutata l'influenza di altri parametri del modello fra cui lo spessore della parete e il modulo elastico. (vedi appendice capitolo 2).

Le stime degli incrementi di area dedotte con i modelli FEM suggeriscono di limitare le prove sperimentali a fessure non maggiori di 100mmx3mm. Le deformazioni previste sono estremamente limitate per i tubi in acciaio mentre sono di alcuni ordini di grandezza superiori per il materiale plastico (uPVC).

Il prossimo capitolo illustra le prove sperimentali di laboratorio necessarie per la successiva fase di elaborazione per la definizione della legge di perdita adimensionale.

Nel prossimo capitolo saranno riportati i confronti fra le deformazioni simulate e misurate quale validazione fra modello fisico e modello numerico.

(1) Nell'espressione secondo May l'area della lesione è una funzione lineare del carico piezometrico $A=A_0+mh$.

Bibliografia

AM Cassa, JE van Zyl, RF Laubscher "A numerical investigation into the behaviour of leak openings in uPVC pipes under pressure" WISA (2006)

D.T. Ilunga, J.E. van Zyl and M. Dundu "The effect of the pipe material in the behaviour of longitudinal cracks under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

A.M. Cassa and J.E. van Zyl "A numerical investigation into the behaviour of cracks in uPVC pipes under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

Cassa AM, JE Van Zyl "A Numerical Investigation Into The Behaviour Of Cracks In Water Pipes" WISA 2010 Biennial Conference & Exhibition

Cassa AM, Van Zyl JE Laubscher RF "A numerical investigation into the effect of pressure on holes and cracks in water supply pipes" Urban Water Journal, Volume 7, Nr 2, April 2010

M Ferrante, C. Massari, B. Brunone, S. Meniconi "Analisi sperimentale della legge di perdita in condotte in acciaio e polietilene" XXXII CONVEGNO NAZIONALE DI IDRAULICA E COSTRUZIONI IDRAULICHE Palermo, 2010

Luisfilippo Lanza
Formulazione adimensionale di una legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico
e sua verifica tramite prove di laboratorio

CAPITOLO 3

PROVE SPERIMENTALI DI LABORATORIO

INDICE

Introduzione.....	53
Descrizione dell'apparato di prova	54
Descrizione della prova tipo	55
Risultati delle prove sperimentali	56
ACCIAIO DN100 – FORI.....	57
ACCIAIO DN100 – FESSURE.....	59
u-PVC DN110 – FORI	60
u-PVC DN110 – FESSURE	62
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	63
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	64
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	65
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	66
Misure di deformazione	66
Conclusioni.....	70
Bibliografia.....	71

Introduzione

L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno permesso di determinare l'espressione adimensionale della legge di efflusso e della variazione dell'area della lesione:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 1

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 2

L'analisi ad elementi finiti, sviluppata nel precedente capitolo, è un utile strumento per la validazione del modello fisico e delle relative prove sperimentali di laboratorio. Il processo di controllo e validazione consiste nel confronto fra le deformazioni misurate su modello fisico per mezzo di estensimetri elettrici e deformazioni simulate con modelli FEM.

L'area della lesione non è suscettibile di misura diretta su modello fisico. In questo contesto il modello ad elementi finiti è uno strumento rappresentativo del modello fisico e fornisce una stima indiretta e accurata dell'area della lesione. La stima del coefficiente di proporzionalità è determinata dall'analisi dei risultati dei modelli FEM secondo la seguente espressione:

$$m = \frac{A(h) - \Omega}{h}$$

Equazione 3

Il coefficiente m assume un valore costante per ogni modello FEM analizzato. Le modalità di esecuzione delle prove sperimentali sono illustrate nel presente capitolo ove viene riportata anche una breve descrizione dell'apparato di prova.

Descrizione dell'apparato di prova

Le prove sperimentali sono state eseguite su banco prova costituito da due moduli strumentati. Fra i due moduli possono essere inseriti i dispositivi oggetto di prova per mezzo di connessioni flangiate.



Figura 1 – Banco di prova

I due moduli sono connessi per mezzo del dispositivo di prova a formare un impianto a ricircolo collegato al canale sperimentale del Laboratorio. Lo schema idraulico è indicato nella seguente figura:

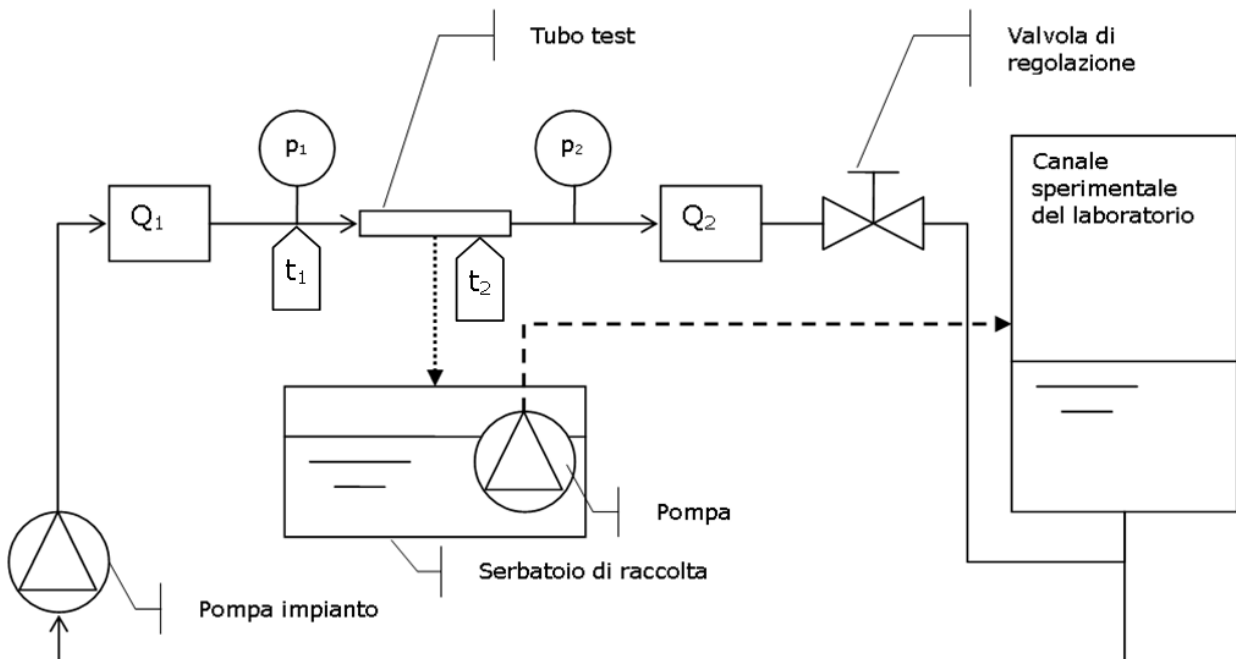


Figura 2 - schema dell'apparato sperimentale

Il primo modulo è dotato di una pompa e di un quadro elettrico di comando oltre che a un misuratore di portata (Q_1), un trasduttore di pressione (p_1) e di due termometri per la misura della temperatura del fluido (t_1) e la temperatura esterna del tubo (t_2) durante la prova. Il secondo modulo è dotato di un misuratore di portata (Q_2) e di un trasduttore di pressione (p_2) identici al precedente oltre alle valvole di controllo e regolazione sia manuali che automatiche.

Le prove sono completamente automatizzate in modo da garantire una elevata ripetibilità. Il funzionamento della pompa è regolato automaticamente per mezzo dell'inverter collegato al sistema di controllo. Le catene di misura delle varie grandezze sono interamente gestite dal sistema automatico di acquisizione dati. Il sistema consente di acquisire i dati con una frequenza di 1Hz. Le misure di deformazione (estensimetri) sono eseguite con una frequenza superiore, i valori campionati sono mediati in una finestra temporale di un secondo in modo da sincronizzare tutte le acquisizioni di tutte le grandezze. La memorizzazione dei dati acquisiti è gestita automaticamente dal programma che genera file di dati in formato testo.

Come risulta dallo schema idraulico il tubo lesionato oggetto di test collega idraulicamente i due moduli. A monte e a valle dello spezzone di tubo lesionato sono predisposte le misure di portata (Q_1, Q_2) e pressione (p_1, p_2). La portata in uscita dalla lesione è determinata per differenza fra le misure dei due misuratori di portata elettromagnetici. La pressione, e quindi il carico piezometrico, sono determinati dalle misure di pressione a monte e a valle della lesione.

Le misure di deformazione sono eseguite per mezzo di estensimetri elettrici incollati sulla superficie del tubo in punti rappresentativi scelti in conseguenza all'analisi delle simulazioni condotte con i modelli ad elementi finiti. Gli estensimetri sono protetti dall'acqua per mezzo di vernice protettiva isolante.

Il getto in uscita dalla lesione è raccolto in una vasca in cui sono alloggiato due pompe sommerse con interruttore a galleggiante. Le due pompe spostano in continuo il fluido accumulato nel canale sperimentale del laboratorio che funge da serbatoio di accumulo e di carico. L'apparato sperimentale permette l'esecuzione di prove e cicli di prove di lunga durata e consente di impostare i parametri di test in un ampio intervallo di regolazione. La regolazione della velocità di rotazione della pompa per mezzo dell'inverter e la regolazione manuale della valvola di consentono di spostare il punto di funzionamento dell'impianto in un ampio intervallo di portata e pressione.

Descrizione della prova tipo

Dopo le operazioni preliminari di installazione e misura dello zero degli strumenti l'impianto è predisposto al funzionamento. La singola prova consiste in un ciclo che comprende una fase di aumento del numero di giri della pompa fino al massimo regime stabilito, seguito da una diminuzione fino a tornare alle condizioni di funzionamento iniziali. L'aumento e la diminuzione della velocità di rotazione della pompa sono determinati nel tempo per passi discreti di velocità di rotazione (passi di frequenza dell'inverter). Il sistema controlla i

parametri del ciclo e acquisisce in automatico tutte le misure degli strumenti. Il passo di frequenza e la durata di acquisizione sono programmabili in funzione della risoluzione e il numero di dati sperimentali voluti. In particolare sono stati utilizzati passi di frequenza non superiori a 5Hz nell'intervallo tecnico compreso fra 30Hz e 50Hz. Ad ogni variazione di frequenza segue una durata di acquisizione non inferiore a 200 secondi alla frequenza di campionamento di 1 Hz. Ad ogni passo sono acquisiti 200 campioni di ogni grandezza a cui è associato un punto sperimentale statisticamente determinato su una popolazione di almeno 100 campioni significativi (quando si escludano i primi 100 campioni a causa di transitori dovuti al salto di frequenza). Il ciclo così definito è ripetuto almeno tre volte per la stessa lesione. I cicli sono ripetuti chiudendo progressivamente la valvola di regolazione al fine di indagare campi di pressioni maggiori. Complessivamente è stato indagato un campo di funzionamento compatibile con l'impianto caratterizzato da portate comprese fra 1ls^{-1} e 10ls^{-1} e pressioni comprese fra 1bar e 6bar.

Risultati delle prove sperimentali

Le prove di laboratorio sono state eseguite su spezzoni di tubo in cui è stata realizzata la lesione per mezzo di lavorazioni alla macchina utensile. I tubi utilizzati sono di tipo commerciale in acciaio e in u-PVC di lunghezza pari a 120cm. Le caratteristiche geometriche sono riassunte nella seguente tabella:

		Acciaio	Acciaio	PVC-U	PVC-U
Diametro Nominale DN		100	50	110	65
Diametro esterno nominale	mm	114,3	60,3	110,0	63,0
Diametro esterno massimo	mm	113,9	60,2	110,4	63,3
Diametro esterno minimo	mm	113,0	59,6	110,0	63,0
Diametro esterno medio	mm	113,45	59,9	110,2	63,15
Diametro interno	mm	106,25	54,1	101,1	56,55
spessore massimo	mm	3,6	2,9	4,9	3,6
spessore minimo	mm	3,6	2,9	4,2	3,0
spessore medio	mm	3,6	2,9	4,55	3,3

Tabella 1 - Parametri geometrici dei tubi commerciali

Per ogni diametro e materiale sono state eseguite le prove come illustrato nel dettaglio nei punti precedenti. Le tabelle seguenti riassumono le prove eseguite ordinate in due gruppi di diametro nominale:

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori (d)			Spessore Fessure (a)	Lunghezza fessure Longitudinali (b)			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 2 – programma prove su spezzoni DN100/DN110

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori (d)			Spessore Fessure (a)	Lunghezza fessure Longitudinali (b)			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 3 – programma prove su spezzoni DN50/DN65

In appendice sono riportati per intero i risultati sperimentali dedotti dalle misure sui tubi con fori e fessure longitudinali. Di seguito sono illustrate alcune delle prove eseguite al fine di descrivere le principali differenze riscontrate fra acciaio e u-PVC in relazione al tipo di lesione e materiale.

ACCIAIO DN100 – FORI

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 4 – prove su tubo in acciaio forato

La figura seguente riporta i punti sperimentali acquisiti durante le prove di perdita da fori su tubo in acciaio DN100.

DATI SPERIMENTALI
ACCIAIO DN100
Fori

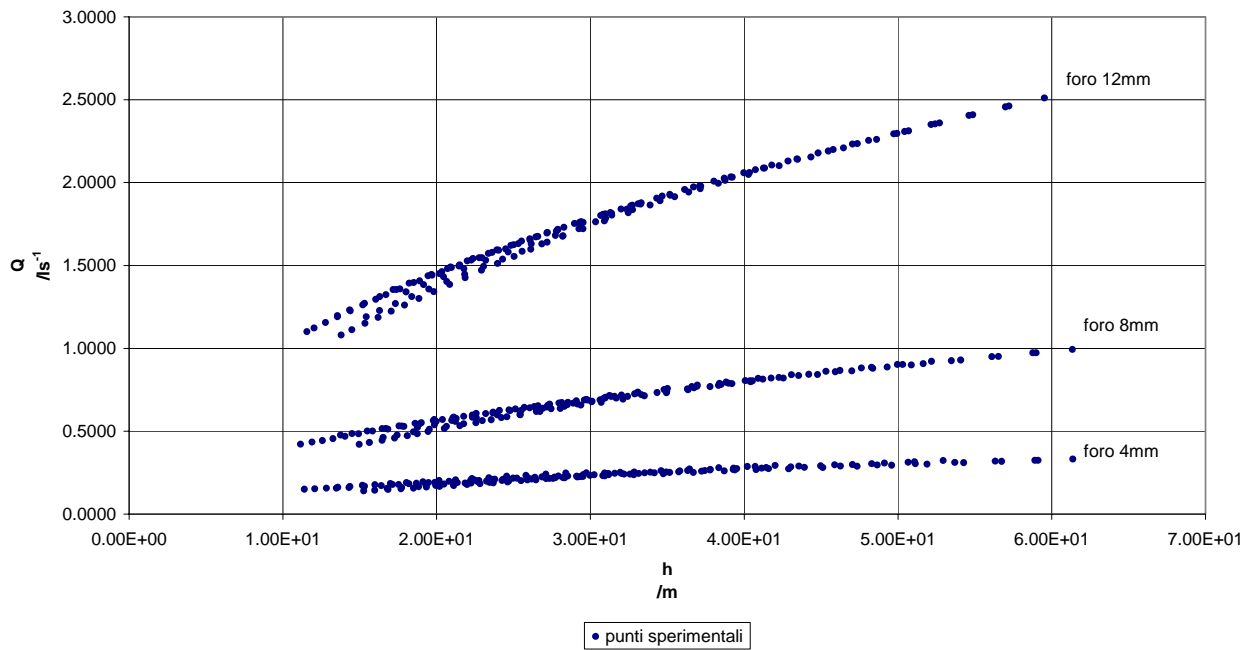


Figura 3 – prove sperimentali per fori su tubo in acciaio DN100

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 foro 12mm
 $Q=Q(h)$

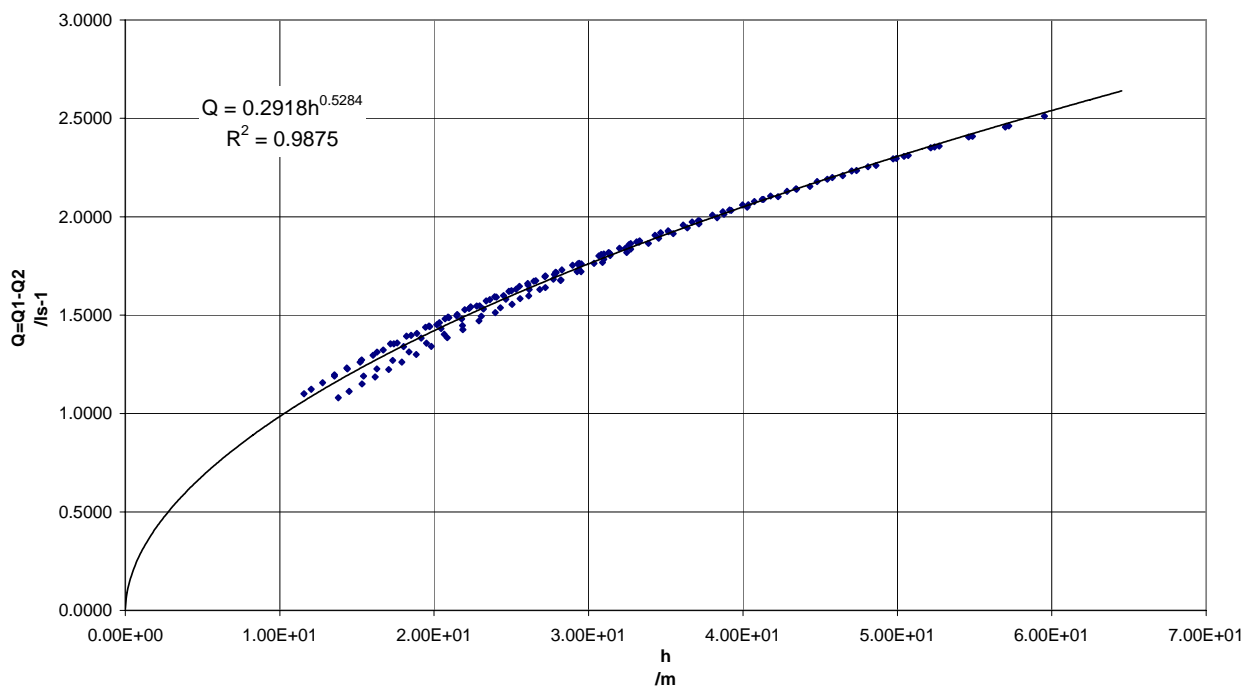


Figura 4 - prove sperimentali per il foro $d=12mm$ su tubo in acciaio DN100

La figura precedente illustra le prove per il foro di diametro $d=12\text{mm}$. Il tratto continuo è la curva di regressione ai minimi quadrati con funzione di tipo $Q=ah^b$. L'esponente di perdita (b) risulta leggermente superiore al valore teorico $b=0,5$. Le prove sono caratterizzate da una dispersione dei dati sperimentali probabilmente dovuta alla progressiva rimozione di aria residua dal tubo test durante la prova. Le misure si ritengono comunque significative e accettate nel proseguo dello studio.

ACCIAIO DN100 – FESSURE

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	Mm		mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 5 – prove su tubo in acciaio fessurato

DATI SPERIMENTALI ACCIAIO DN100 Fessure

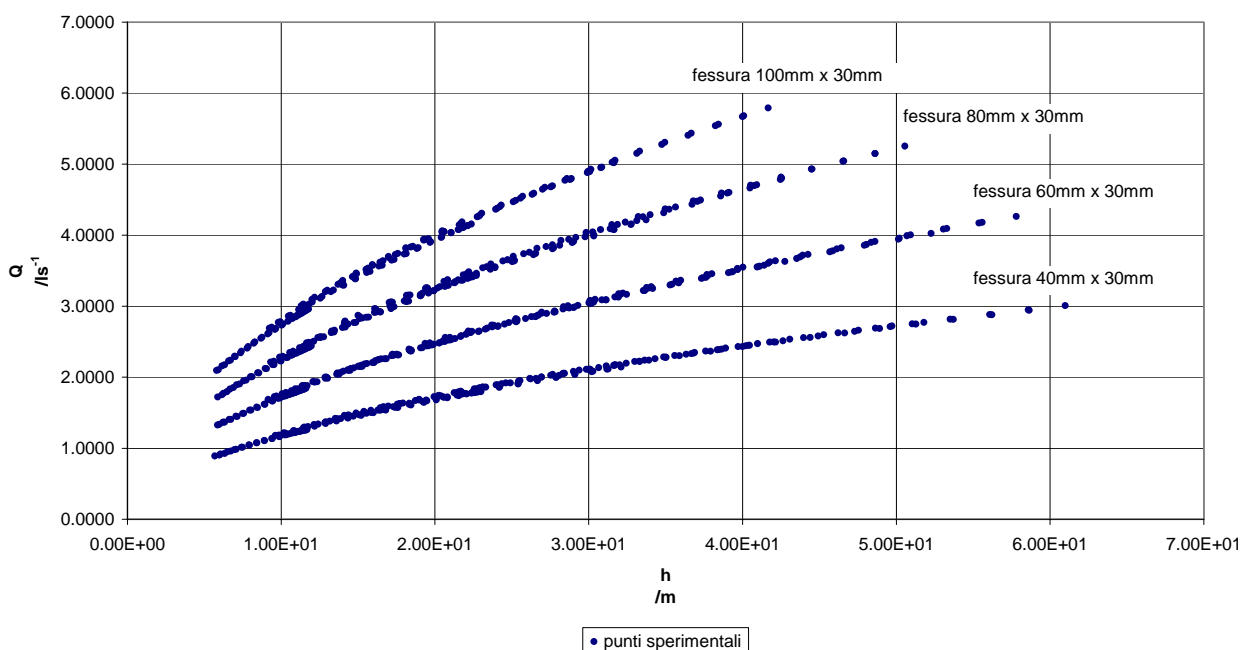


Figura 5 – prove sperimentali per fessure su tubo in acciaio DN100

La figura precedente riporta i punti sperimentali acquisiti durante le prove di perdita da fessure su tubo in acciaio DN100.

La figura seguente è un dettaglio della prova per la fessura longitudinale $3\text{mm} \times 100\text{mm}$.

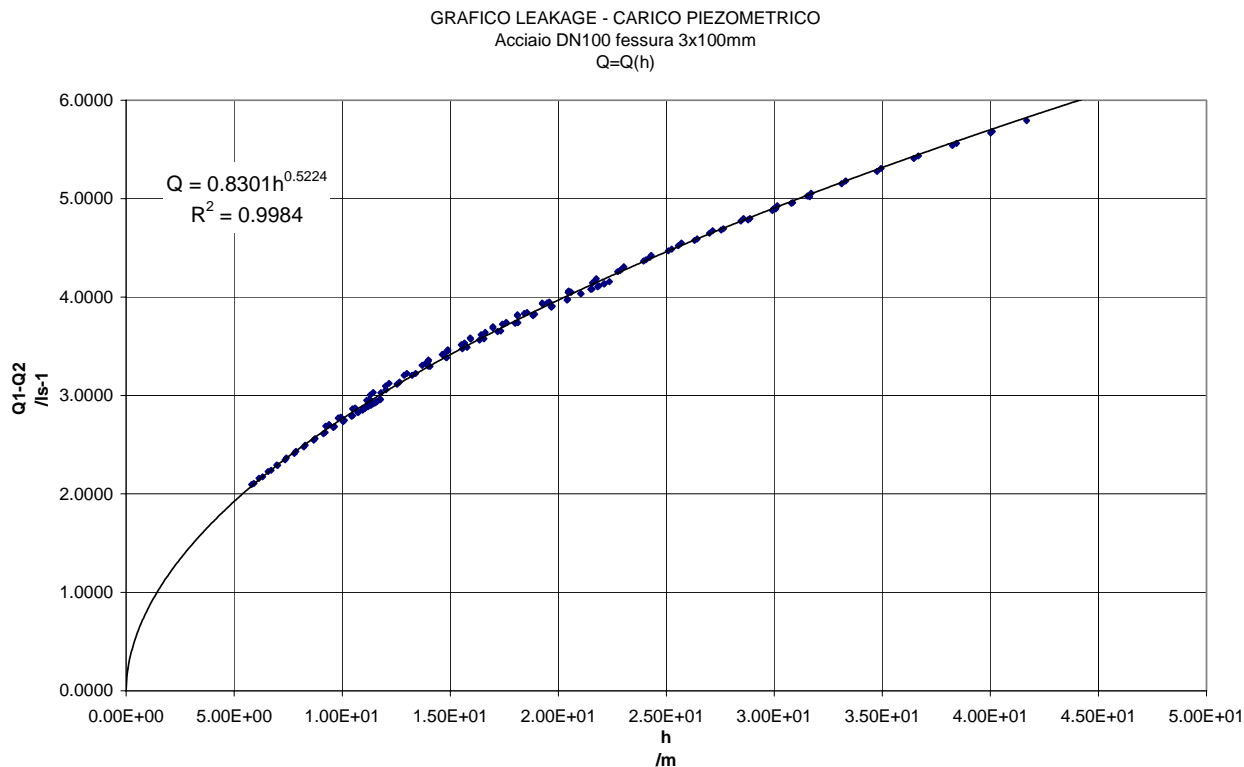


Figura 6 - prove sperimentali per la fessura 3mm x 100mm su tubo in acciaio DN100

La figura illustra le prove per la fessura 3mm x 100mm. Il tratto continuo è la curva $Q=ah^b$ i cui coefficienti sono stati determinati con il metodo di regressione ai minimi quadrati. L'esponente di perdita risulta leggermente superiore al valore teorico $b=0,5$ come riscontrato per le prove su tubo forato.

u-PVC DN110 – FORI

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 6 – prove su tubo in uPVC forato

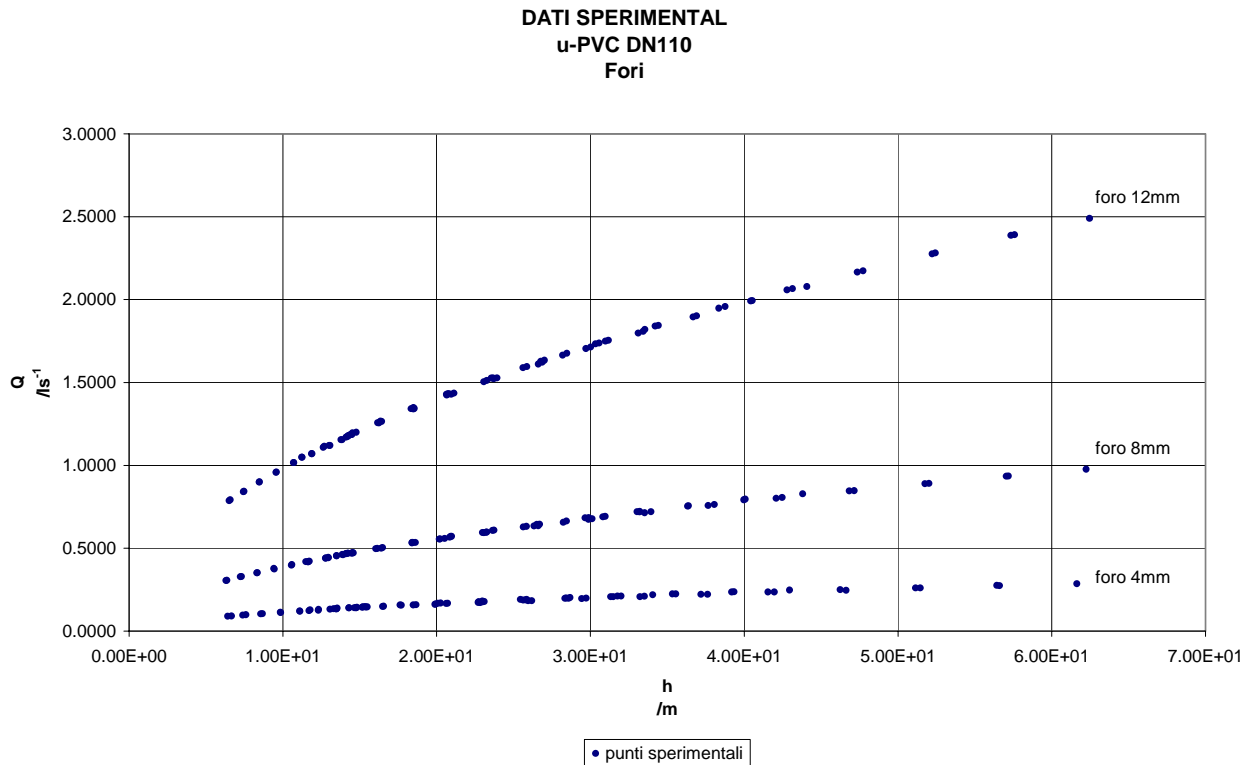


Figura 7 – prove sperimentali per fori su tubo in u-PVC - DN110

La figura precedente riporta i punti sperimentali acquisiti durante le prove di perdita da fori su tubo in u-PVC - DN110. I fori sono dello stesso diametro e posti nelle medesime condizioni delle rispettive prove per il tubo in acciaio precedentemente illustrate.

La figura seguente è un dettaglio della prova eseguita per il foro con diametro pari a $d=12\text{mm}$ in cui il tratto continuo è la curva di regressione ai minimi quadrati $Q=ah^b$. L'esponente di perdita risulta leggermente superiore al valore teorico $b=0,5$ come rilevato per le prove precedenti sia per i fori che per le fessure su tubo in acciaio.

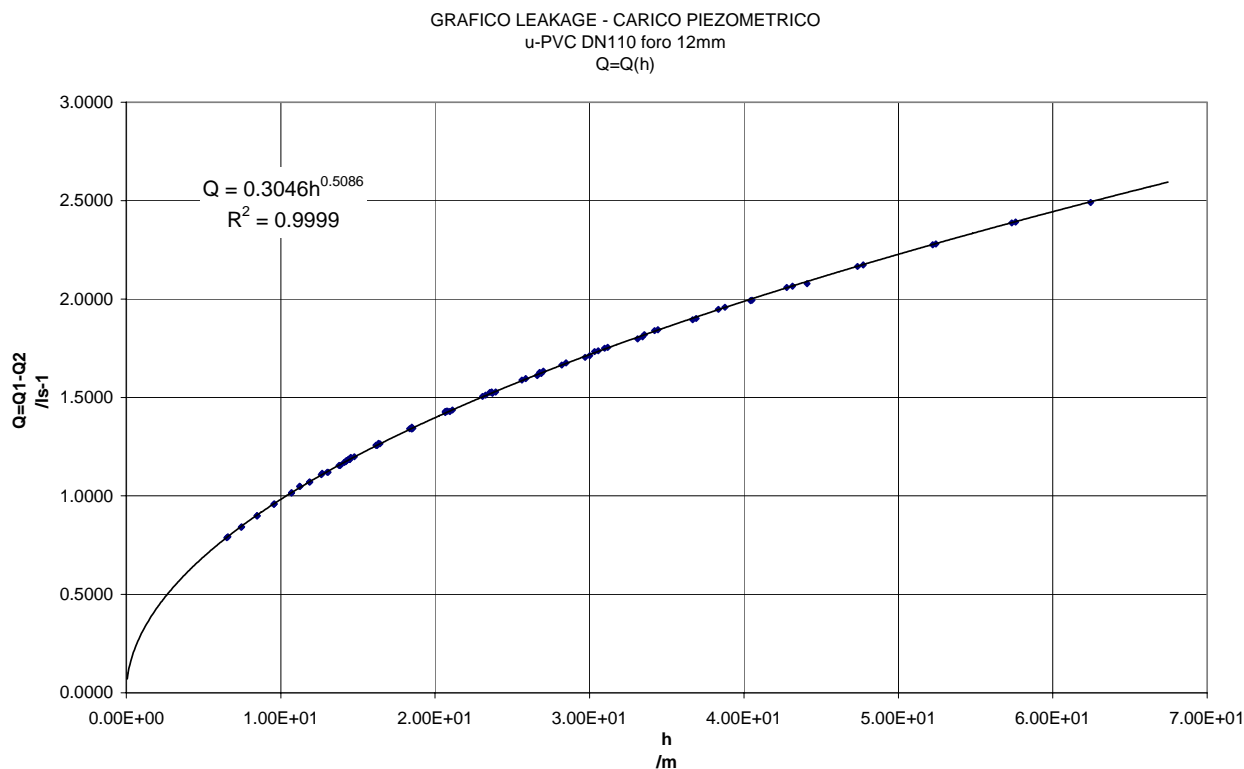


Figura 8 – prove sperimentali per foro d=12mm su tubo in u-PVC - DN110

u-PVC DN110 – FESSURE

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm		mm	Mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 7 – prove su tubo in uPVC fessurato

La figura seguente riporta i punti sperimentali acquisiti durante le prove di perdita da fessure su tubo in u-PVC - DN110. Le fessure hanno le stesse dimensioni e sono poste nelle medesime posizioni e condizioni delle rispettive prove per il tubo in acciaio precedentemente illustrate.

La figure seguenti illustrano, nel dettaglio, le prove eseguite per le quattro fessure di prova.

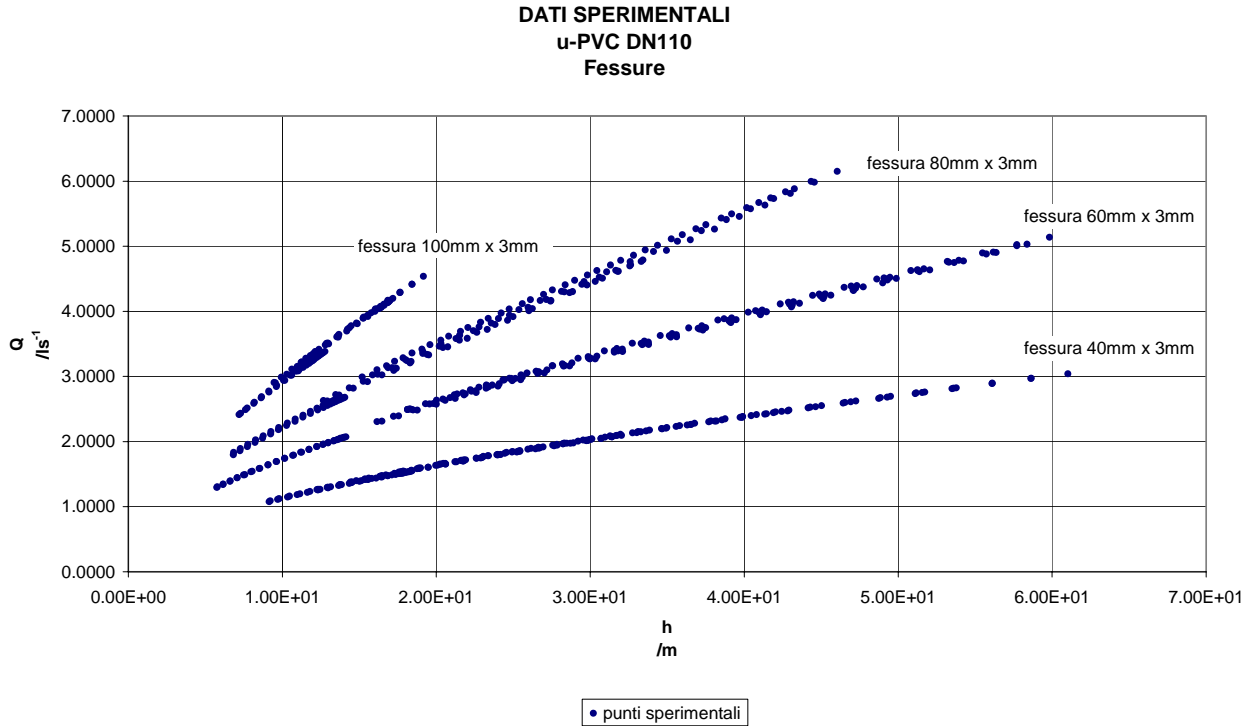


Figura 9 – prove sperimentali per fessure su tubo in u-PVC - DN110

TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

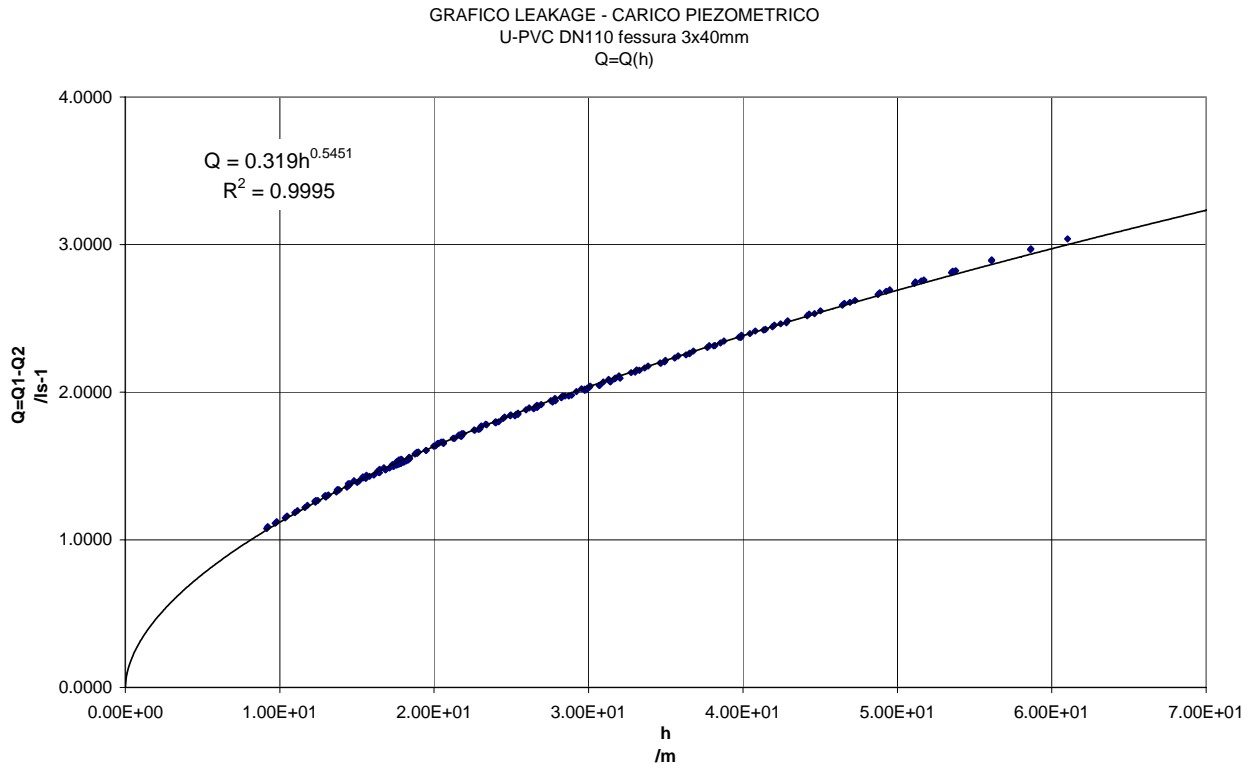


Figura 10 - prove sperimentali per la fessura 3mm x 40mm su tubo in u-PVC - DN110

La figura precedente illustra le prove per la fessura 3mm x 40mm. Il tratto continuo è la rappresentazione della curva $Q=ah^b$ di regressione ai minimi quadrati. L'esponente di perdita risulta sensibilmente superiore sia al valore teorico torricelliano $b=0,5$ che all'esponente di perdita delle prove sulla fessura 3mm x 40mm su tubo in acciaio.

TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

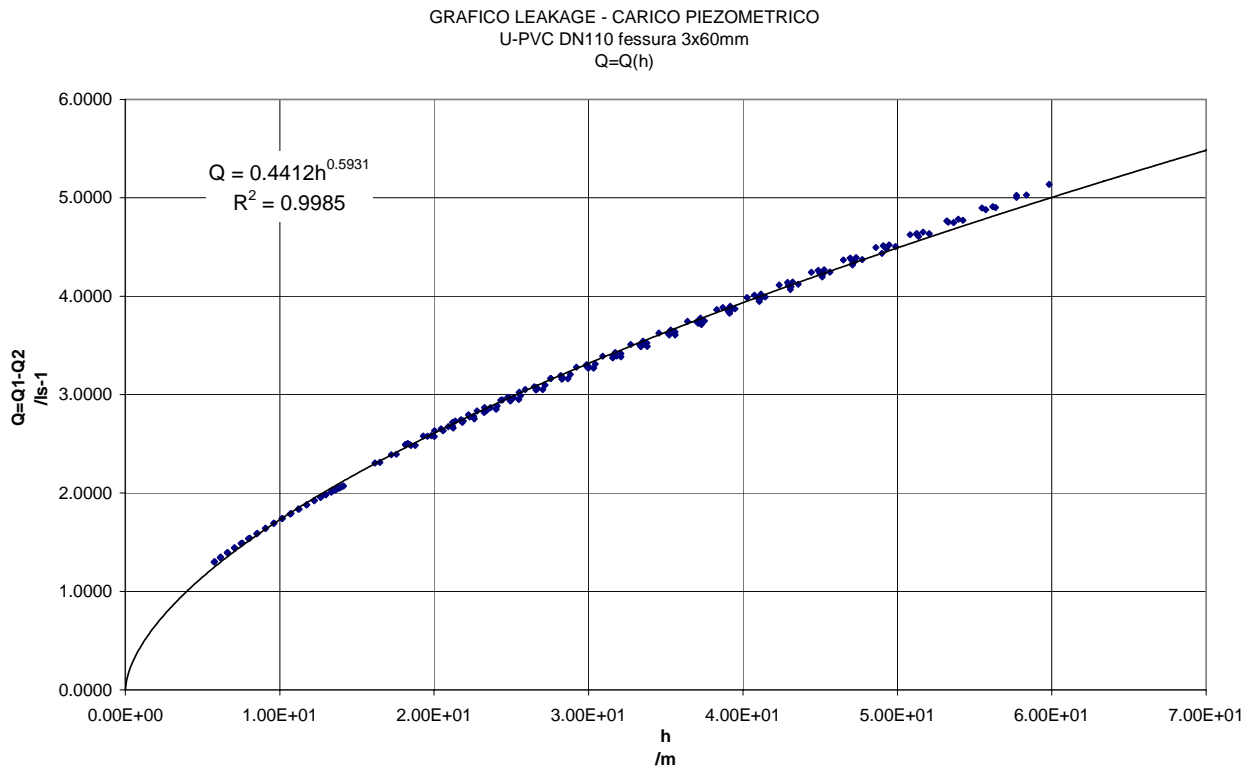


Figura 11 - prove sperimentali per la fessura 3mm x 60mm su tubo in u-PVC - DN110

La figura precedente illustra le prove per la fessura 3mm x 60mm. L'esponente di perdita risulta sensibilmente superiore sia al valore teorico torricelliano ($b=0,5$) che all'esponente di perdita determinato per la fessura 3mmx40mm. Questo aumento risulta ancora più marcato in confronto all'esponente di perdita determinato per la fessura 3mm x 60mm su tubo in acciaio. Si inizia ad osservare un leggero scostamento alle pressioni elevate fra la curva di regressione e i dati sperimentali.

TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

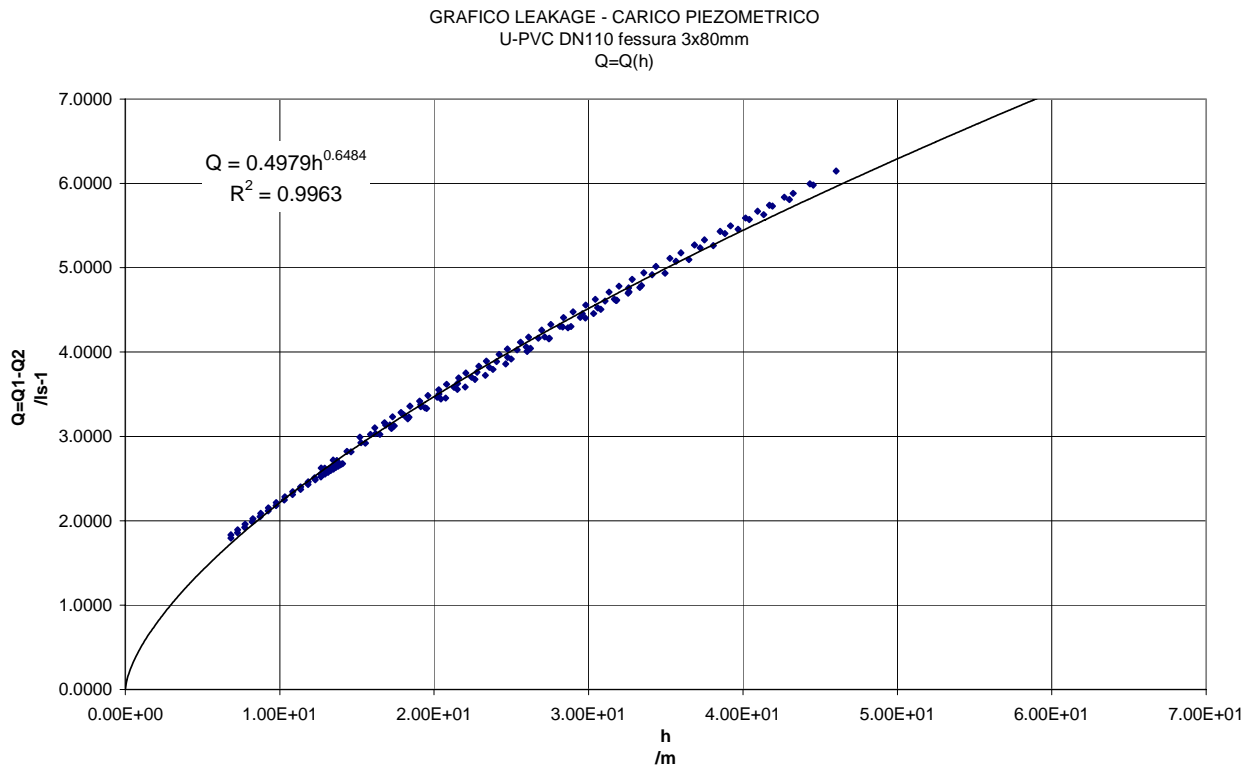


Figura 12 - prove sperimentali per la fessura 3mm x 80mm su tubo in u-PVC - DN110

La figura precedente illustra le prove per la fessura 3mm x 80mm. L'esponente di perdita risulta anche in questo caso sensibilmente superiore sia al valore teorico torricelliano ($b=0,5$) che all'esponente di perdita determinato per le fessure precedentemente esaminate: 3mmx40mm e 3mm x 60mm. L'aumento dell'esponente di perdita risulta ancora più evidente e marcato se confrontato con quanto determinato per la fessura su tubo in acciaio. Visivamente si continua a notare che la legge di perdita nella forma monomia non riesce a riprodurre i dati sperimentali soprattutto per le pressioni maggiori.

TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

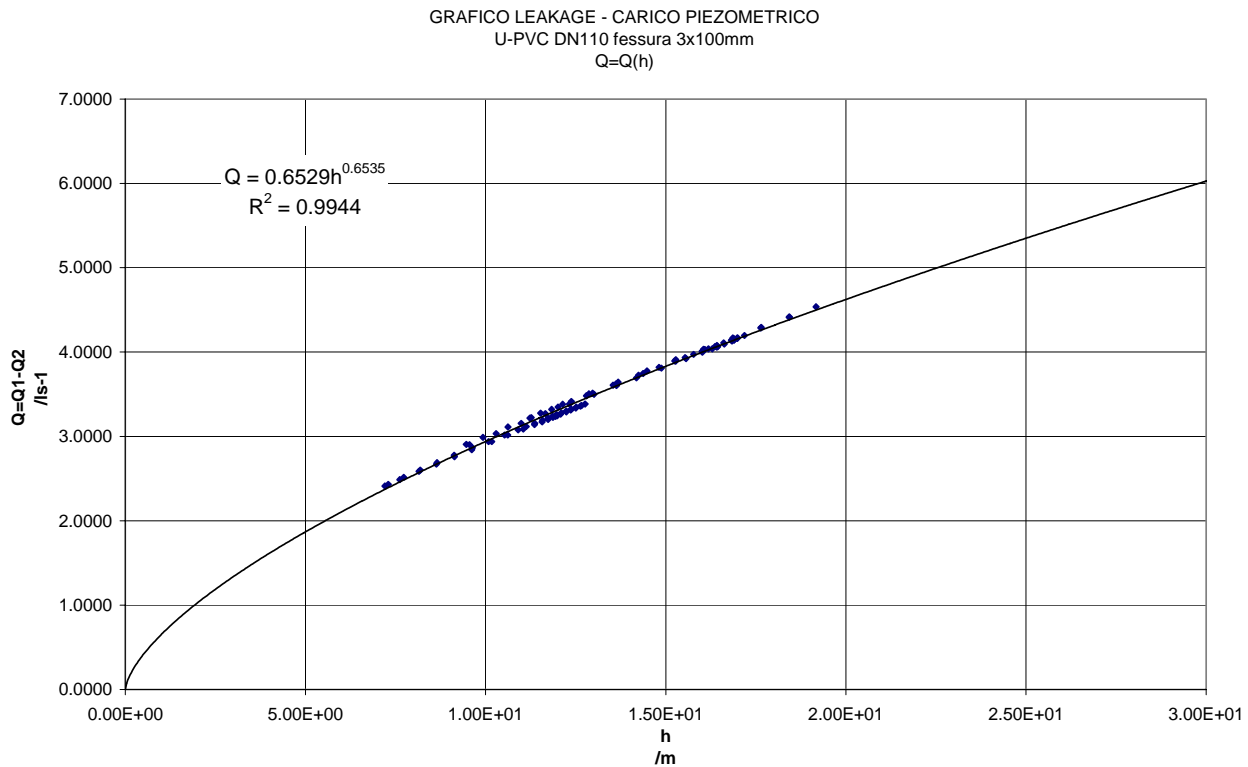


Figura 13 - prove sperimentali per la fessura 3mm x 100mm su tubo in u-PVC - DN110

La figura illustra le prove per la fessura 3mm x 100mm. L'esponente di perdita risulta sensibilmente superiore sia al valore teorico torricelliano ($b=0,5$) che all'esponente di perdita determinato per le fessure precedentemente esaminate: 3mmx40mm, 3mm x 60mm e 3mm x 80mm.

Le prove sono state interrotte a pressioni di prova modeste in quanto la perdita è tale da saturare la capacità del sistema di recupero dell'acqua defluita dalla lesione.

In generale si rileva un progressivo aumento dell'esponente di perdita all'aumentare delle dimensioni della lesione. Dall'analisi qualitativa delle prove delle fessure su tubo in u-PVC e delle fessure su tubo in acciaio si può ragionevolmente concludere che la differenza di comportamento sia da imputare alla maggiore deformabilità del materiale.

Misure di deformazione

La deformabilità è strettamente legata al modulo elastico del materiale. Contemporaneamente alle misure idrauliche (perdita e pressione) sono state eseguite delle misure di deformazione per mezzo di estensimetri elettrici in alcuni punti della struttura del tubo fessurato. Lo scopo delle misure di deformazione è di validare i modelli ad elementi finiti che riproducono le condizioni sperimentali di laboratorio. La validazione consiste nella verifica del comportamento lineare del materiale e nella verifica della corrispondenza fra deformazioni simulate e deformazioni misurate in laboratorio.

Sono ora illustrate alcune delle misure di deformazione eseguite per la fessura 3mmx40mm su tubo in u-PVC. Le prove complete sono riportate in appendice. Le posizioni in cui sono stati installati gli estensimetri sono riportate nelle seguenti figure in funzione del diametro nominale.

fessura	Tubo u-PVC DN110	Foto dei punti di misura
40x3mm		

Figura 14 – disposizione degli estensimetri elettrici per le misure di deformazione in prossimità della lesione

Oltre agli estensimetri in prossimità della lesione sono stati disposti estensimetri di controllo a 250mm dall'asse della lesione come illustrato nella seguente figura.

fessura	Tubo u-PVC DN110	Foto dei punti di misura
Tutte le fessure		

Figura 15 – posizione e disposizione degli estensimetri di controllo

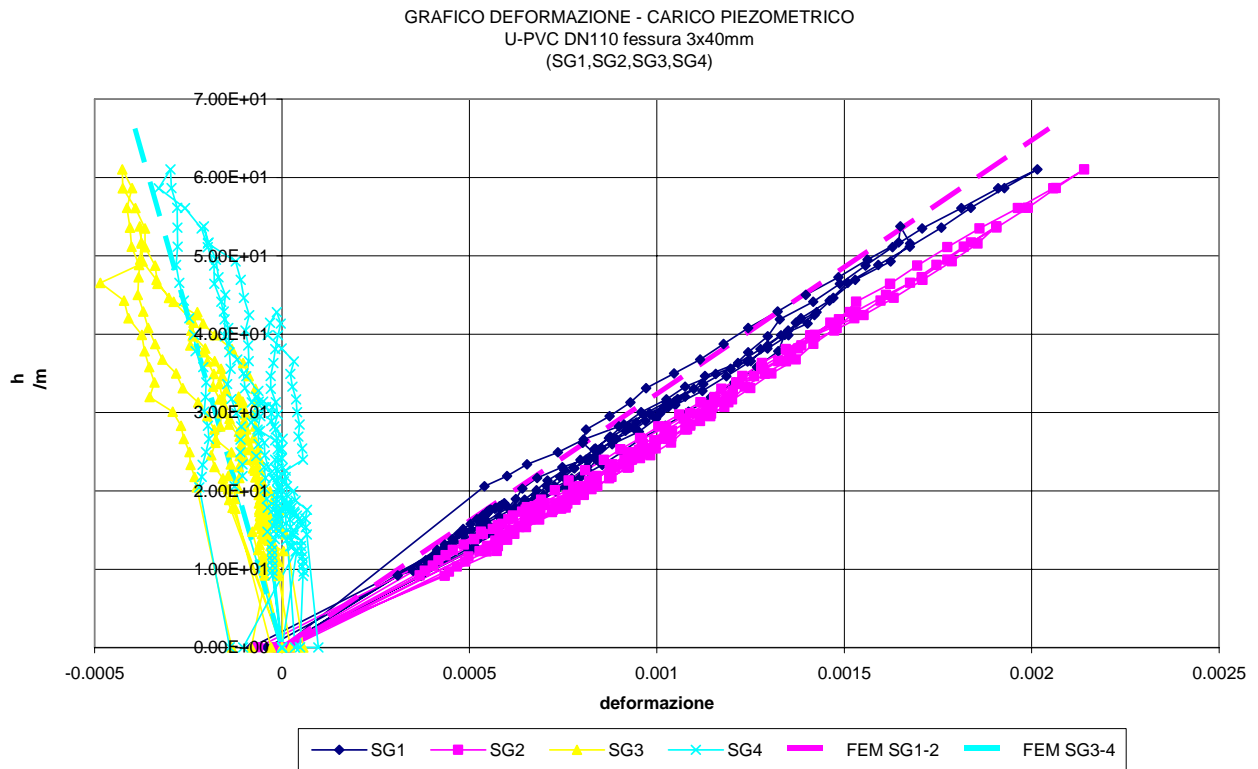


Figura 16 – confronto fra deformazione misurata e deformazione simulata (FEM) in prossimità della lesione

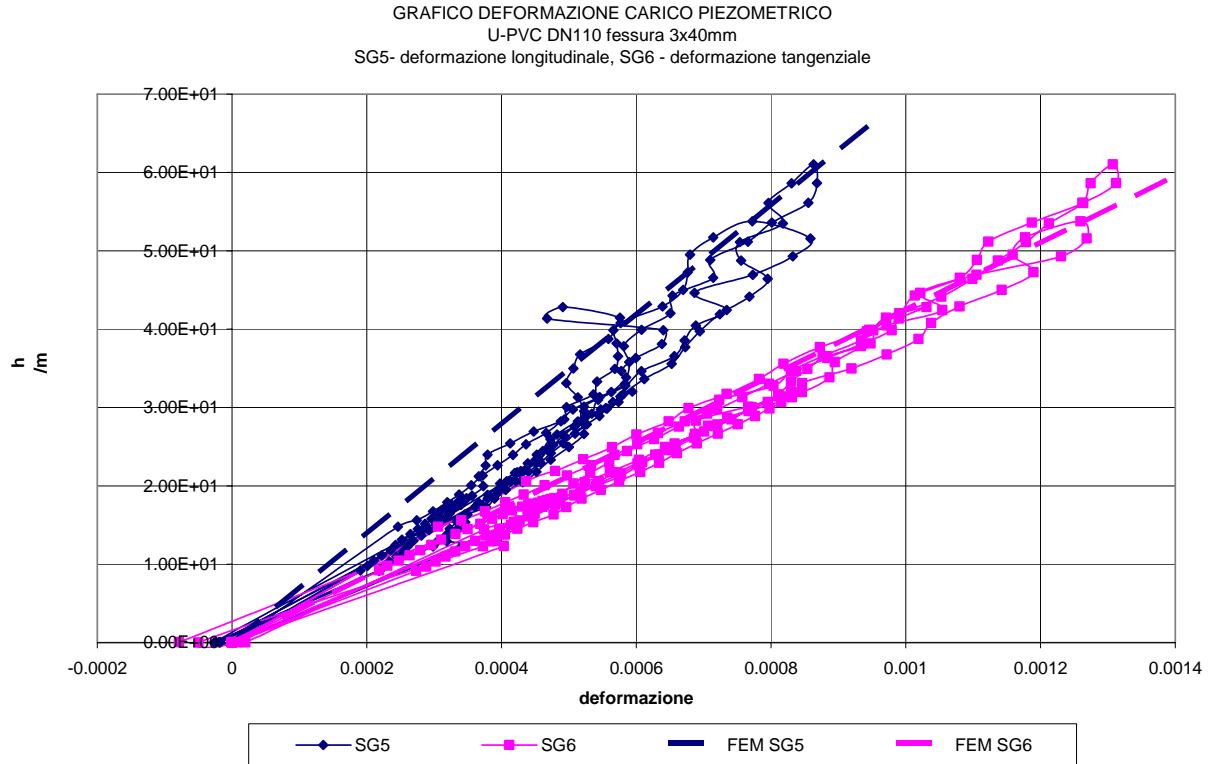


Figura 17 – confronto fra deformazione misurata e deformazione simulata (FEM) in prossimità della lesione

Le figure 16 e 17 illustrano le misure di deformazione in prossimità della lesione nei punti illustrati nella figura 14. I risultati mostrano che entrambi i lembi della fessura si deformano in modo simmetrico (SG1=SG2; SG3=SG4). Tutte le deformazioni sono proporzionali al carico piezometrico confermando il legame lineare fra pressione e deformazione.

Le deformazioni misurate al variare del carico piezometrico sono poste a confronto con quanto simulato con modelli ad elementi finiti (linee in grassetto tratteggiate). Si può osservare una sostanziale rispondenza fra il modello numerico FEM e le misure su modello fisico.

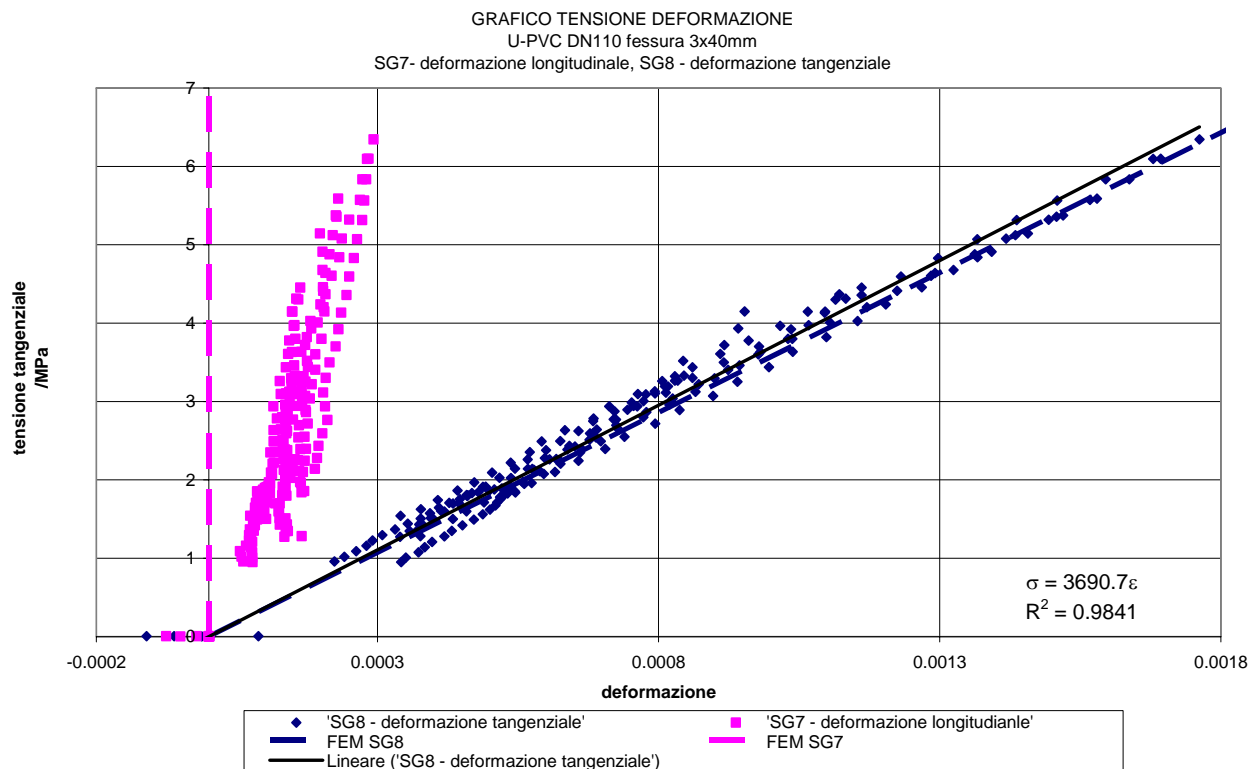


Figura 18 – legame costitutivo del materiale, confronto fra tensione e deformazione misurate e simulate (FEM) per l'estensimetro di controllo

Il calcolo dello stato di tensione in corrispondenza delle deformazioni misurate dagli estensimetri di controllo permette di verificare la linearità fra tensione e deformazione. Il confronto con le previsioni del modello ad elementi finiti conferma definitivamente che i modelli FEM sono rappresentativi dell'effettivo comportamento del modello fisico. Quest'ultima conclusione permette di usare i modelli FEM come strumento per la misura indiretta dell'area della lesione al varare del carico piezometrico. I parametri di deformazione (m) della legge lineare di May ($A=A_0+mh$) possono essere stimati con i risultati dei modelli FEM validati dal confronto delle misure di deformazione.

Conclusioni

Le prove sperimentali condotte su lesioni tipo fori e fessure su tubi in acciaio e uPVC mostrano che la deformabilità del materiale ha un ruolo fondamentale nella definizione della legge di perdita. I punti sperimentali sono stati approssimati da una equazione in forma di potenza ($q=ah^b$). Le prove evidenziano che l'esponente della legge di perdita è sensibilmente maggiore del valore teorico $b=0,5$ per lesioni tipo fessure in materiale plastico. Per i fori sia su acciaio che uPVC l'esponente di perdita è prossimo al valore teorico.

Le prove sperimentali hanno posto in evidenza un leggero incremento dell'esponente di perdita per le fessure longitudinali in tubo di acciaio. Durante le prove è stato osservato un angolo di uscita del getto variabile in funzione della velocità media nel tubo e della pressione. Per le fessure di lunghezza maggiore si riesce ad apprezzare una variazione dell'angolo di uscita lungo lo sviluppo della lesione. In particolare la deviazione del getto è più marcata a monte che non a valle. In fine le misure di deformazione poste a confronto con le deformazioni previste dai modelli ad elementi finiti hanno sostanzialmente confermato l'accuratezza e l'appropriatezza dei parametri utilizzati.

I modelli FEM sono quindi uno strumento accurato e validato per la misura indiretta dell'area della lesione in funzione della pressione di esercizio.

Per maggiori dettagli sulle misure eseguite si rimanda in appendice.

Bibliografia

AM Cassa, JE van Zyl, RF Laubscher "A numerical investigation into the behaviour of leak openings in uPVC pipes under pressure" WISA (2006)

D.T. Ilunga, J.E. van Zyl and M. Dundu "The effect of the pipe material in the behaviour of longitudinal cracks under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

A.M. Cassa and J.E. van Zyl "A numerical investigation into the behaviour of cracks in uPVC pipes under pressure" Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA 2008

Cassa AM, JE Van Zyl "A Numerical Investigation Into The Behaviour Of Cracks In Water Pipes" WISA 2010 Biennial Conference & Exhibition

Cassa AM, Van Zyl JE Laubscher RF "A numerical investigation into the effect of pressure on holes and cracks in water supply pipes" Urban Water Journal, Volume 7, Nr 2, April 2010

M Ferrante, C. Massari, B. Brunone, S. Meniconi "Analisi sperimentale della legge di perdita in condotte in acciaio e polietilene" XXXII CONVEGNO NAZIONALE DI IDRAULICA E COSTRUZIONI IDRAULICHE Palermo, 2010

CAPITOLO 4

FORMULAZIONE ADIMENSIONALE DI UNA LEGGI DI EFFLUSSO DA LESIONI IN TUBAZIONI A COMPORTAMENTO ELASTICO

INDICE

Formula adimensionale di efflusso	75
Stima dei coefficienti e della struttura dell'equazione di perdita	78
Analisi della formula adimensionale di efflusso	80
Foro su tubo in acciaio e uPVC	82
Fessura su tubo in acciaio e uPVC	85
Parametro di deformazione meccanica (m)	89

Formula adimensionale di efflusso

Lo scopo del presente studio è cercare di definire una legge quanto più generale possibile capace di legare la perdita alla pressione per tubi lesionati. Nei capitoli precedenti è stato illustrato come l'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno portato alla definizione della seguente equazione per la portata adimensionale:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 1

valida per lesioni generiche tipo fori e fessure come illustrato nella seguente figura:

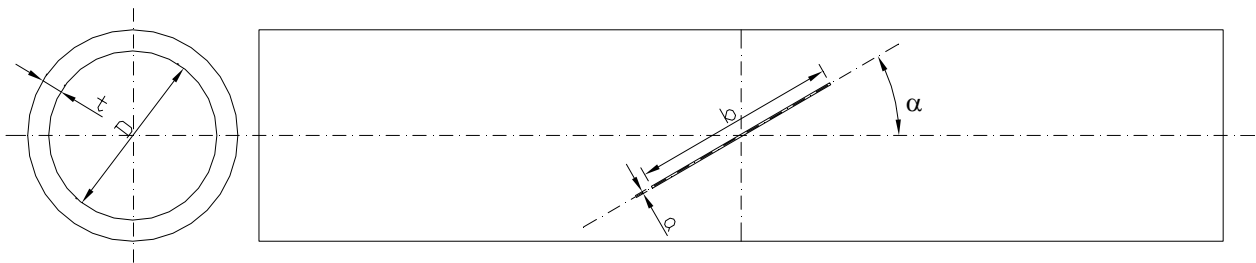


Figura 1 – lesione longilinea di generica giacitura

L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π forniscono anche il seguente risultato per l'area adimensionale:

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 2

Con:

- D diametro interno del tubo /m
- a ampiezza o spessore della fessura /m
- b lunghezza della fessura /m
- t spessore della parete del tubo /m
- α angolo di inclinazione del piano della fessura /rad
- \bar{g} accelerazione di gravità /ms⁻²
- h carico piezometrico /m
- U velocità all'interno interno del tubo /ms⁻¹
- E modulo elastico del materiale/ Nm⁻²
- Ω area dell'apertura non deformata /m⁻²
- A area dell'apertura deformata /m⁻²
- $R_{fessura}$ raggio idraulico della fessura /m
- ν viscosità cinematica /m²s⁻¹

La relazione della legge di perdita adimensionale di Equazione 1 presenta una analogia formale con l'espressione torricelliana della foronomia classica ⁽¹⁾:

$$Q = C_o \Omega \sqrt{2gh}$$

Equazione 3

L'equazione torricelliana può essere riscritta nella seguente forma adimensionale portando a secondo membro il termine $\sqrt{2}$:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = C_o \sqrt{2}$$

Equazione 4

il coefficiente di portata dedotto nelle ipotesi di validità del modello torricelliano dipende dal solo numero di Reynolds⁽²⁾. Nelle applicazioni pratiche il moto è caratterizzato da regime turbolento e il coefficiente di portata assume valore pressoché costante e pari a circa $C_o = 0,61$ da cui risulta:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = 0,86$$

Equazione 5

Gli studi sia teorici che sperimentali sulla perdita da tubi lesionati hanno mostrato che le previsioni di perdita fornite dalla legge torricelliana non sono sempre accurate. I dati sperimentali mostrano come il coefficiente e l'esponente di perdita solo in alcuni casi assumono valori prossimi al modello torricelliano. L'analogia formale fra l'equazione generale di perdita per il tubo lesionato (Equazione 1) e la legge di efflusso torricelliana (Equazione 4) suggerisce di esprimere la funzione adimensionale a secondo membro:

$$\Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 6

come prodotto fra il coefficiente di portata torricelliano⁽³⁾ e una funzione di correzione che dipende dalle grandezze adimensionali dedotte per il modello di tubo lesionato:

$$\Phi_Q = 0,86 \Phi_Q'$$

Equazione 7

(1) Nell'equazione è stato indicato il carico piezometrico h in sostituzione del carico totale H ed è stata indicata l'area iniziale non deformata Ω in sostituzione del simbolo A previsto nella formulazione originale dell'equazione Torricelliana.

(2) L'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema II al modello torricelliano di efflusso hanno evidenziato che il coefficiente di portata è l'unico parametro del modello ed è funzione del numero di Reynolds. La trattazione è svolta nel capitolo 1.

(3) Il coefficiente di portata è funzione del numero di Reynolds, il valore assunto come rappresentativo è tipico per moto turbolento che è circa pari a 0,61.

Con:

$$\Phi'_Q = \Phi'_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 8

L'espressione generale di Equazione 1 diviene quindi:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = 0,86 \Phi'_Q$$

Equazione 9

Nell'espressione precedente si considera l'area iniziale Ω della lesione in condizione non deformata. Il secondo membro è dato dal prodotto di un valore di riferimento del coefficiente di portata e di una funzione di correzione che dipende dalle grandezze significative del fenomeno di efflusso per il tubo fessurato. Fra le grandezze rappresentative del fenomeno vi è anche la deformabilità del materiale che ha conseguenze sull'area effettiva di efflusso in condizioni deformate di esercizio. L'equazione considera le sole condizioni non deformate iniziali e trasferisce gli effetti della deformazione meccanica al ragguglio del coefficiente di portata.

L'Equazione 9, scritta nella seguente forma:

$$\frac{Q}{\Phi'_Q \Omega \sqrt{gh}} = 0,86$$

Equazione 10

può essere interpretata considerando la funzione di correzione applicata all'area iniziale della lesione:

$$A = \Phi'_Q \Omega$$

Equazione 11

Da questo punto di vista il ragguglio dell'area permette di utilizzare l'espressione torricelliana in cui l'area A è intesa come area equivalente $\Phi'_Q \Omega$, funzione delle grandezze rappresentative del fenomeno fra cui vi è la deformazione del materiale.

Si noti che se in Equazione 2 con A viene indicata l'area deformata, allora la funzione di correzione del coefficiente di portata coincide con la funzione di correzione dell'area:

$$\begin{cases} \frac{A}{\Omega} = \Phi'_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right) \\ A = \Phi'_Q \Omega \end{cases} \Rightarrow \Phi'_A = \Phi'_Q$$

Equazione 12

I contributi della meccanica dei fluidi e la deformazione del materiale sono stati sino ad ora considerati come fenomeni separati e indipendenti. In un caso la funzione di correzione è applicata al coefficiente di portata ($0,86\Phi'_o$), nell'altro è applicata all'area iniziale non deformata ($\Phi'_o\Omega$).

La deformazione del materiale e le condizioni di efflusso non sono indipendenti poiché interagiscono reciprocamente nel fenomeno di perdita. Per questo motivo si può ritenere che la perdita sia rappresentata in modo più appropriato dalla legge di efflusso adimensionale espressa come segue:

$$\frac{Q}{0,86\Phi'_o\Omega\sqrt{gh}} = 1$$

Equazione 13

In questa espressione la funzione di correzione è applicata al prodotto fra l'area iniziale e il coefficiente di portata e non vi è distinzione fra contributi a carattere idraulico e meccanico.

Stima dei coefficienti e della struttura dell'equazione di perdita

I dati sperimentali di laboratorio sono stati utilizzati per il calcolo delle seguenti grandezze adimensionali ⁽⁴⁾:

$$\frac{Q}{0,86\Omega\sqrt{gh}}; \frac{h}{D}; \frac{R_{fessura}}{D}; \frac{b}{a}; \frac{R_{fessura}}{t}; \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}; \frac{U}{\sqrt{gh}}; \frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 14

Si ricorda che le prove sono state condotte con tubi in acciaio e u-PVC su cui sono state eseguite lesioni tipo fori e fessure longitudinali per mezzo di lavorazioni meccaniche alla macchina utensile. Nell'elenco delle grandezze adimensionali di Equazione 14 non compare l'inclinazione della fessura poiché sono state indagate le sole fessure longitudinali ($\alpha=0$).

La stima dei coefficienti e la determinazione dell'equazione di perdita è stata effettuata per mezzo dell'analisi dei dati sperimentali con metodi evolutivi EPR (Evolutionary Polynomial Regression)⁽⁵⁾. (Si rimanda in appendice al capitolo 4 per maggiori dettagli)

(4) Le prove sperimentali sono state condotte su tubi forati e fessurati con lesioni longitudinali. Le lesioni con giacitura (angolo α) diverse dalle fessure longitudinali non sono state indagate. La relazione è valida per fori e fessure longitudinali.

(5) Evolutionary Polynomial Regression EPR Version 2.1.SA Technical University of Bari – Dept. of Civil and Environmental Engineering University of Exeter – School of Engineering, Computer Science and Mathematics, March 2010 - Professors Orazio Giustolisi and Dragan A. Savic (EPR ver. 2.1 SA: Tutorial for the User, Daniele Laucelli, Luigi Berardi and Angelo Doglioni Technical University of Bari Engineering Faculty of Taranto)

Il risultato dell'elaborazione EPR dei dati relativi alle prove condotte su tubi forati e fessurati in acciaio e in u-PVC è riportato nella seguente equazione:

$$\Phi'_Q = 3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476}$$

Equazione 15

Ove, per brevità di esposizione, è stato posto:

$R = R_{fessura}$ Raggio idraulico della fessura /m

$\text{Re} = \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{\nu}$ numero di Reynolds della fessura

Il risultato in termini adimensionali dell'equazione di perdita è riportata nella relazione seguente:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right]$$

Equazione 16

che in forma dimensionale assume la seguente espressione:

$$Q = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \Omega \sqrt{gh}$$

Equazione 17

È possibile determinare l'area equivalente deformata come riportato in Equazione 11:

$$A = \Phi'_Q \Omega = \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \Omega$$

Equazione 18

Lo studio prosegue ora con l'analisi dei termini che compongono l'equazione adimensionale di perdita.

Analisi della formula adimensionale di efflusso

Il risultato conseguito in termini adimensionali è ora esaminato per evidenziare e analizzare i singoli elementi dell'equazione di perdita.

Il metodo EPR assolve contemporaneamente a due importanti funzioni:

- 1) individuare le variabili statisticamente significative ⁽⁶⁾
- 2) determinare la struttura e i coefficienti dell'equazione di perdita ⁽⁷⁾

L'elenco delle variabili adimensionali indipendenti in ingresso al calcolo EPR sono di seguito elencate:

$$\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 19

Di questo gruppo sono risultate significative alla descrizione del fenomeno di efflusso le seguenti quantità:

$$\frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 20

Il fenomeno di efflusso è compiutamente descritto dalle grandezze adimensionali elencate:

- | | |
|-----------------------------------|--|
| $\frac{b}{a}$ | rapporto di forma della lesione |
| $\frac{R_{fessura}}{t}$ | spessore della parete in relazione al raggio idraulico della fessura |
| $\frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}$ | regime di moto del getto in uscita determinato dal numero di Reynolds. |
| $\frac{\gamma h}{E}$ | parametro di deformazione meccanica del materiale |

(6) Il metodo EPR individua le variabili statisticamente significative per i risultati di laboratorio. I risultati di laboratorio sono rappresentativi di uno spazio campionario ristretto alle ipotesi di definizione dei modelli analizzati. Ne segue che le variabili e i coefficienti della legge di perdita non hanno una validità assoluta. Si presume, salvo ulteriore verifica sperimentale, che l'equazione di perdita trovata sia sufficiente a descrivere in modo accurato le perdite da lesioni in tubazioni a comportamento elastico nell'ambito delle reti di distribuzione acquedottistiche per fori e fessure longitudinali.

(7) La struttura e i coefficienti dell'equazione di perdita dipendono, in generale, dai criteri di ricerca del metodo EPR. Il metodo EPR fornisce infatti all'utente un gruppo di soluzioni caratterizzate da un aumento progressivo dell'accuratezza al prezzo di un incremento corrispondente di termini e coefficienti. La soluzione scelta per il presente lavoro è la più semplice in relazione al livello di accuratezza giudicato sufficiente a riprodurre i dati sperimentali.

Il rapporto di forma della lesione e lo spessore della parete in relazione al raggio idraulico della fessura sono parametri sufficienti a descrivere la geometria della lesione. I rapporti di forma b/a che tendono all'unità descrivono lesioni compatte come fori o fessure corte. L'inverso del rapporto fra il raggio idraulico e lo spessore del tubo determina la lunghezza adimensionale del percorso idraulico. Percorsi brevi definiscono il moto in parete sottile. Il numero di Reynolds del getto attraverso la fessura è già noto nella descrizione adimensionale dell'equazione torricelliana e risulta significativo anche dall'analisi EPR a conferma che il rapporto fra le forze di inerzia e le forze viscosse ha un ruolo nella legge di perdita.

In fine il parametro meccanico descritto dal numero aeroelastico evidenzia che la deformabilità del materiale ha un contributo significativo nella descrizione del fenomeno di efflusso.

Diversamente sono risultate non significative le seguenti grandezze:

$$\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{U}{\sqrt{gh}}$$

Equazione 21

Il rapporto fra il carico piezometrico e il diametro del tubo risulta non significativo a conferma che per le applicazioni acquedottistiche si può considerare la pressione in asse al tubo rappresentativa di una distribuzione uniforme di pressione su tutta la sezione. ($h/D \gg 1$).

Il rapporto fra il raggio idraulico e il diametro del tubo è un indice della dimensione relativa della lesione rispetto al tubo. Lo studio è stato condotto per fori "piccoli" rispetto alle dimensioni del tubo e per fessure longitudinali di lunghezza dell'ordine del diametro. Il rapporto fra il raggio idraulico e il diametro del tubo risulta non significativo nell'ambito di applicazione indagato ($R_{fessura}/D \ll 1$).

Infine il numero di Froude quale rapporto fra la velocità a monte della lesione e la velocità di uscita del getto. Sperimentalmente si osserva una deviazione della direzione del getto in uscita concorde con il verso della velocità a monte della lesione. La deviazione della componente longitudinale di velocità ha un effetto sulle modalità di uscita che si ripercuote nei bilanci di quantità di moto. Si può concludere che il numero di Froude rappresenta un fenomeno sperimentalmente verificato ma non significativo nell'ambito delle applicazioni acquedottistiche indagate. La velocità media a monte è, in generale, molto più piccola della velocità di uscita del getto ($U/\sqrt{gh} \ll 1$).

La struttura dell'Equazione 15 fornisce alcune utili indicazioni sulla natura del fenomeno indagato.

L'equazione di correzione è la somma di tre termini di seguito indicati:

$$T_1 = 3,0799$$

Equazione 22

Il primo termine è un valore costante.

Il secondo termine contiene gli elementi che definiscono la geometria della lesione $b/a, R/t$ e la deformabilità del materiale $\gamma h/E$.

$$T_2 = -2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019}$$

Equazione 23

Il secondo termine è con segno negativo, ne segue che ha effetto opposto al terzo termine:

$$T_3 = 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476}$$

Equazione 24

che contiene, come il secondo termine, gli elementi che definiscono la geometria della lesione $b/a, R/t$ e la deformabilità del materiale $\gamma h/E$. Oltre a questi, nel terzo termine è compreso il numero di Reynolds della lesione.

La funzione di correzione è analizzata in alcuni casi di studio di seguito elencati al fine di evidenziare il contributo dei singoli termini e di dare evidenza al contributo della deformabilità del materiale.

Foro su tubo in acciaio e uPVC

Il foro "piccolo" su tubo poco deformabile come l'acciaio è un esempio di lesione in cui la legge di efflusso torricelliana è sufficientemente accurata per riprodurre i dati sperimentali ⁽⁸⁾.

La Figura 2 riporta i valori di calcolo del coefficiente di correzione Φ'_Q per il tubo in acciaio (DN100, $t=3,6\text{mm}$) al variare del carico piezometrico per tre fori di diametro pari a $d=4\text{mm}$, $d=8\text{mm}$, $d=12\text{mm}$.

I valori del coefficiente Φ'_Q sono pressoché prossimi all'unità, questo conferma l'ipotesi di assumere rappresentativo il valore $C_Q=0,61$ come riferimento per il coefficiente di portata torricelliano per l'efflusso da fori in regime turbolento.

(8) vedi introduzione tabella 1 e confronto con i dati sperimentali del capitolo successivo.

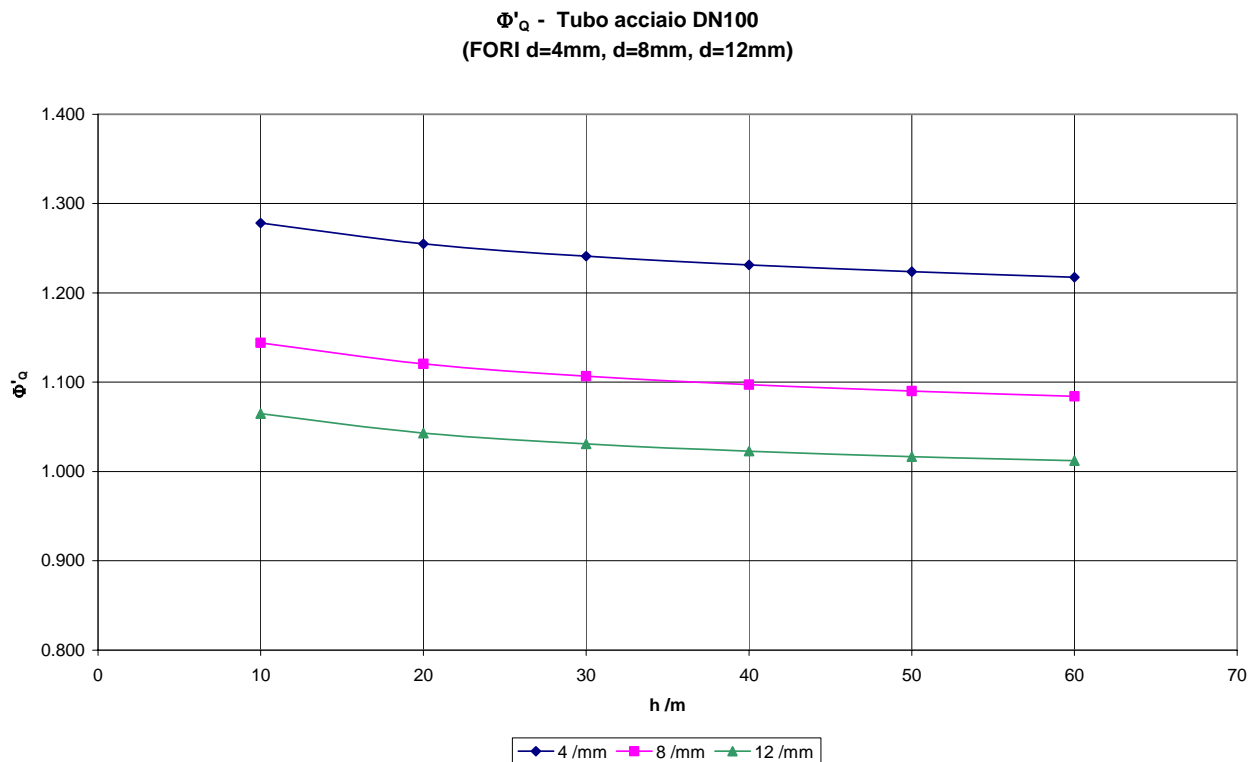


Figura 2 – funzione di correzione per tubo in acciaio forato

La Figura 3 riporta i valori del coefficiente Φ'_Q di Figura 2 in funzione del numero di Reynolds.

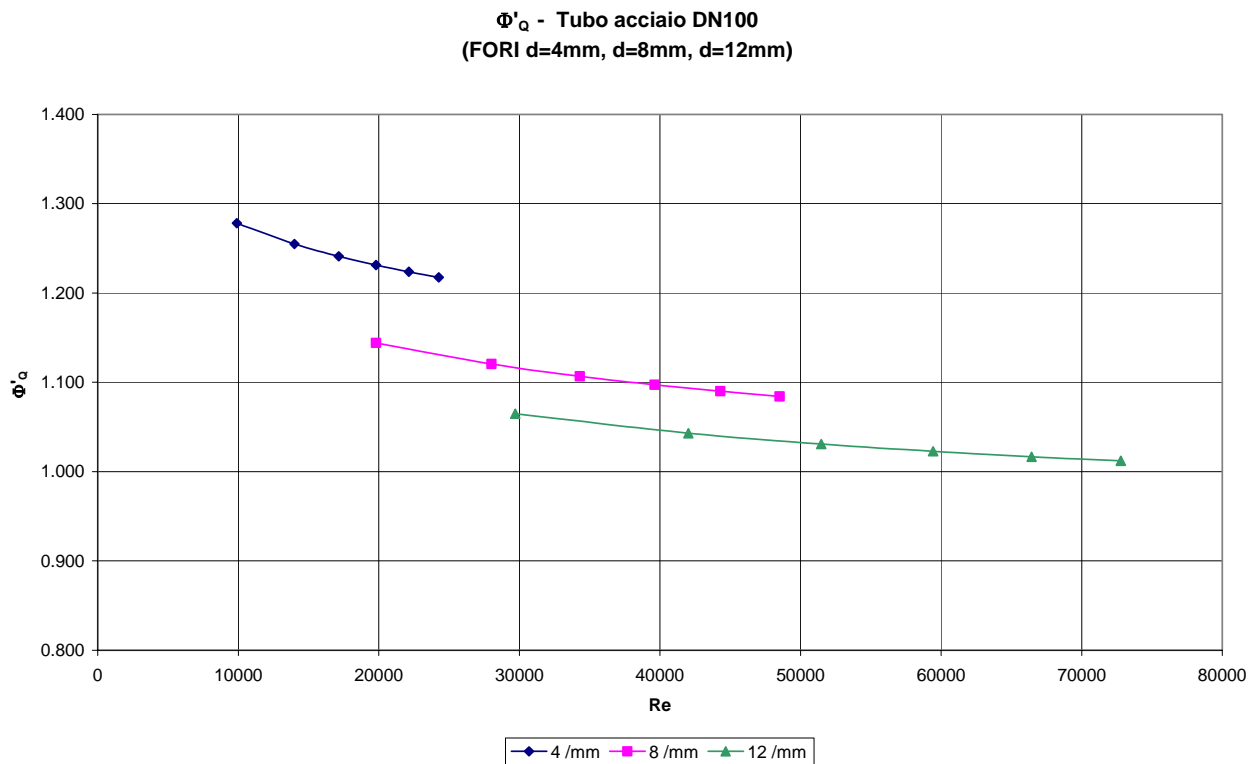


Figura 3 – funzione di correzione per tubo in acciaio forato

La figura seguente riporta i valori di calcolo del coefficiente di correzione Φ'_Q per il tubo in materiale plastico uPVC con gli stessi fori dell'analisi svolta per il tubo in acciaio.

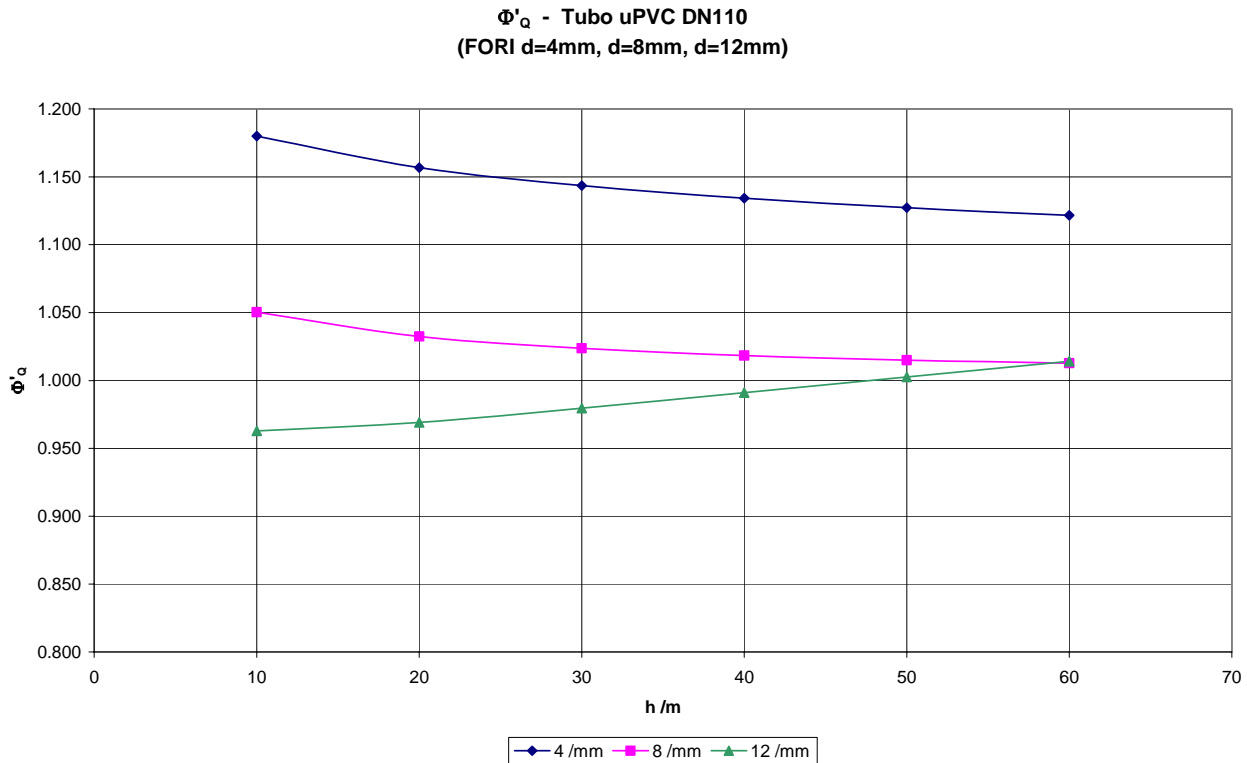


Figura 4 – funzione di correzione per uPVC forato

Il materiale è caratterizzato da un modulo elastico pari a 3GPa e l'effetto della deformazione elastica inizia ad essere evidente.

La figura precedente mostra l'effetto della deformabilità all'aumentare delle dimensioni del foro e si nota come per il foro d=12mm il coefficiente Φ'_Q raggiunge lo stesso valore del foro d=8mm per il carico di h=60m.

L'analisi dei termini che compongono il coefficiente di correzione indica che il numero aeroelastico aumenta di due ordini di grandezza poiché il modulo elastico del materiale passa da 200GPa per l'acciaio a 3GPa per il uPVC.

La Figura 5 riporta i valori del coefficiente Φ'_Q di Figura 4 in funzione del numero di Reynolds.

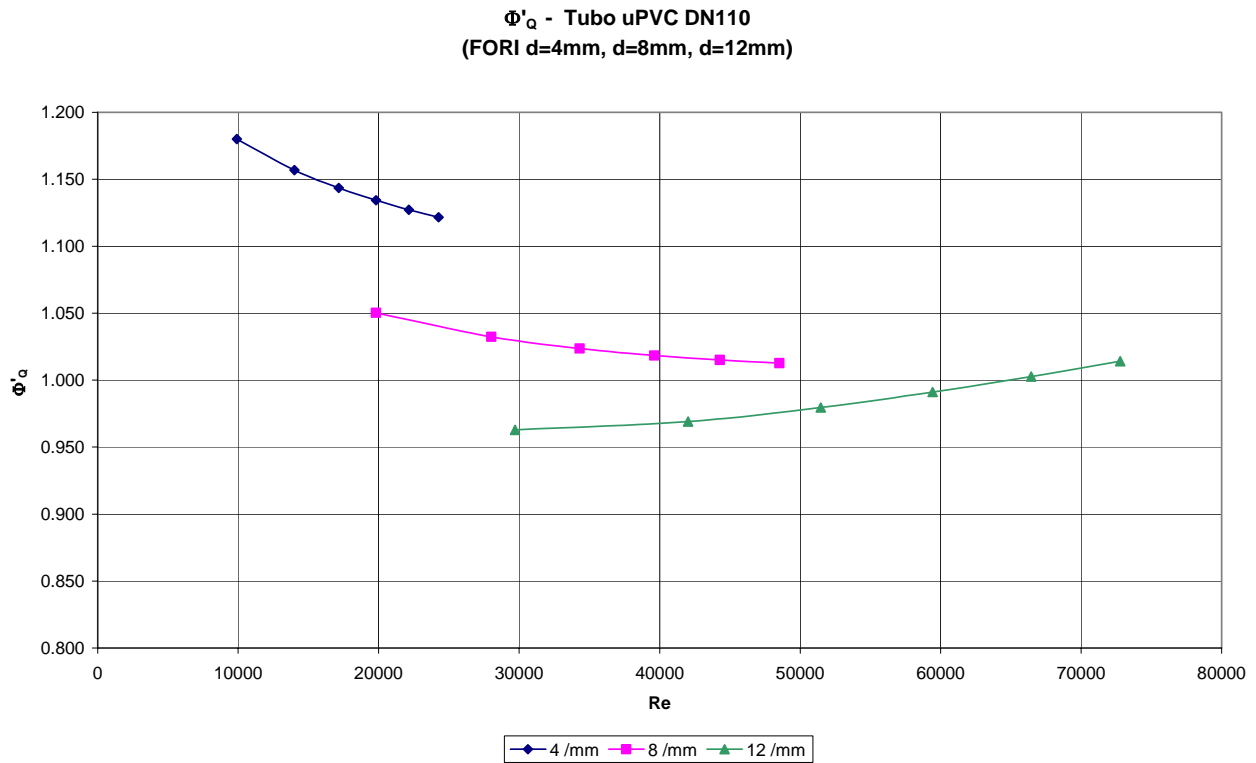


Figura 5 – funzione di correzione per uPVC forato

Fessura su tubo in acciaio e uPVC

La figura seguente riporta il coefficiente Φ'_Q per le fessure su tubo in acciaio.

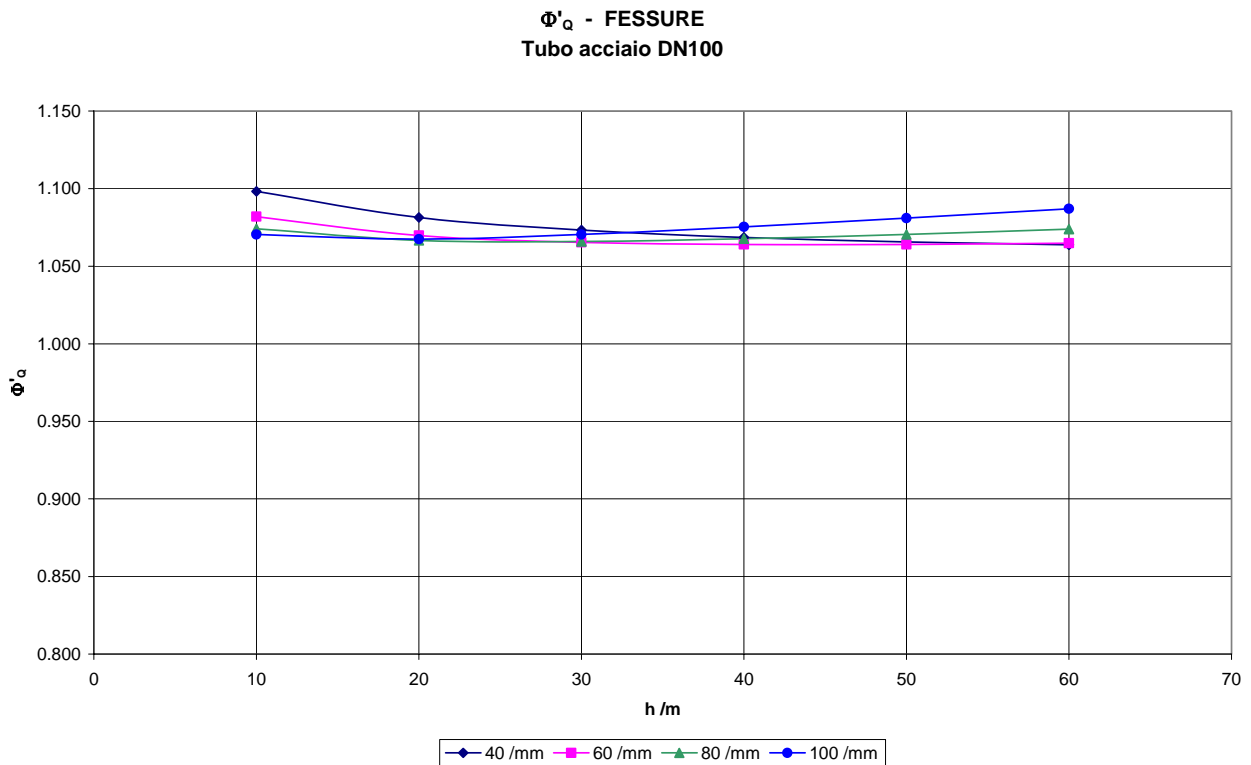


Figura 6 – funzione di correzione per tubo in acciaio fessurato

L'effetto della deformabilità è limitato e il coefficiente Φ'_Q è pressoché costante e prossimo all'unità. La deformabilità del materiale è ampiamente visibile nella figura seguente ove è riportato il coefficiente Φ'_Q per il tubo in uPVC con le fessure delle medesime dimensioni del tubo in acciaio illustrate precedentemente.

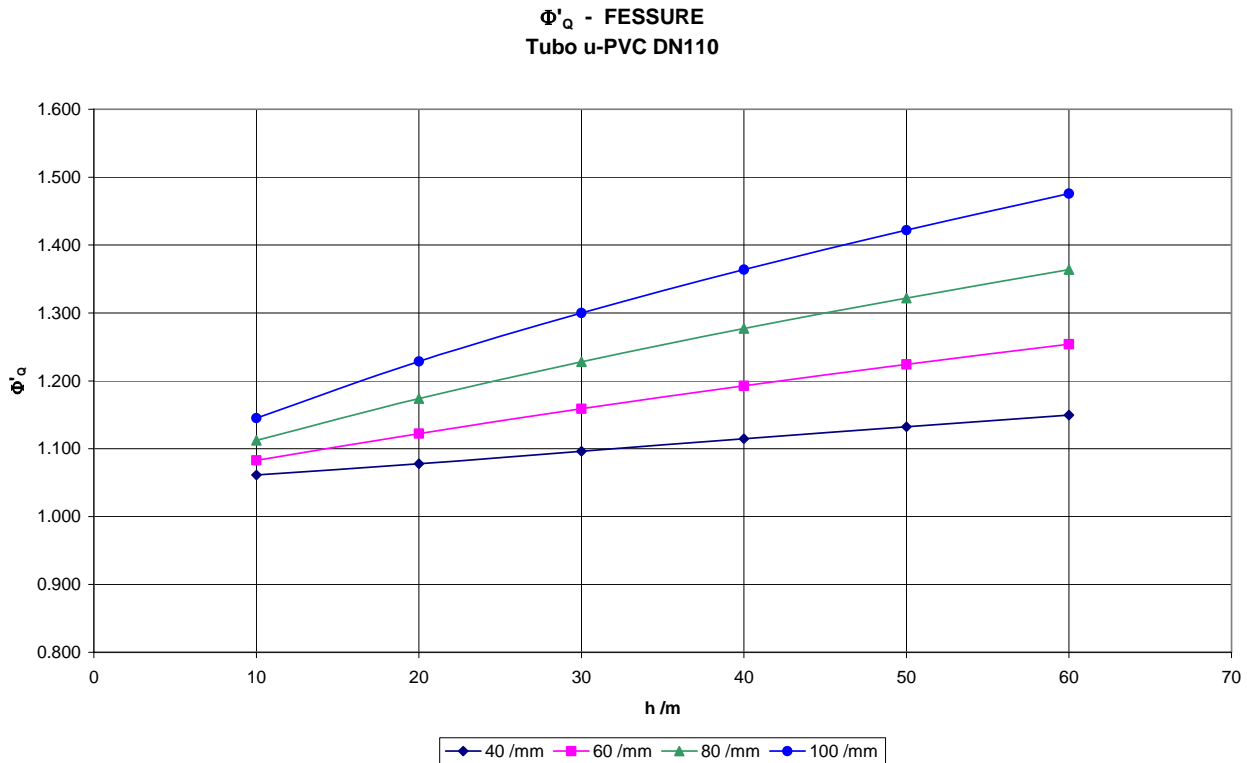


Figura 7 – funzione di correzione per tubo in uPVC fessurato

La deformazione meccanica del materiale è tale da far ritenere, con ragionevole approssimazione, che il coefficiente Φ'_Q sia rappresentativo dell'incremento di area della lesione piuttosto che di un ragguglio del coefficiente di efflusso. ($A = \Phi'_Q \Omega$)

Si nota come l'area deformata ($A = \Phi'_Q \Omega$) è pressoché una funzione lineare del carico piezometrico come ipotizzato nel modello May [May (1994)]. L'entità della deformazione dipende dalle dimensioni della fessura ed è più marcata per le fessure più lunghe che risultano essere le più deformabili.

L'influenza del modulo elastico sull'entità della deformazione è illustrata nella figura seguente ove è riportato il coefficiente di correzione Φ'_Q di un tubo di spessore $t=3\text{mm}$ fessurato longitudinalmente con una lesione di dimensioni: $a=3\text{mm}$ x $b=100\text{mm}$.

Il modulo elastico è variabile nell'intervallo [3GPa, 200GPa] per valori nominali relativi al uPVC e all'acciaio.

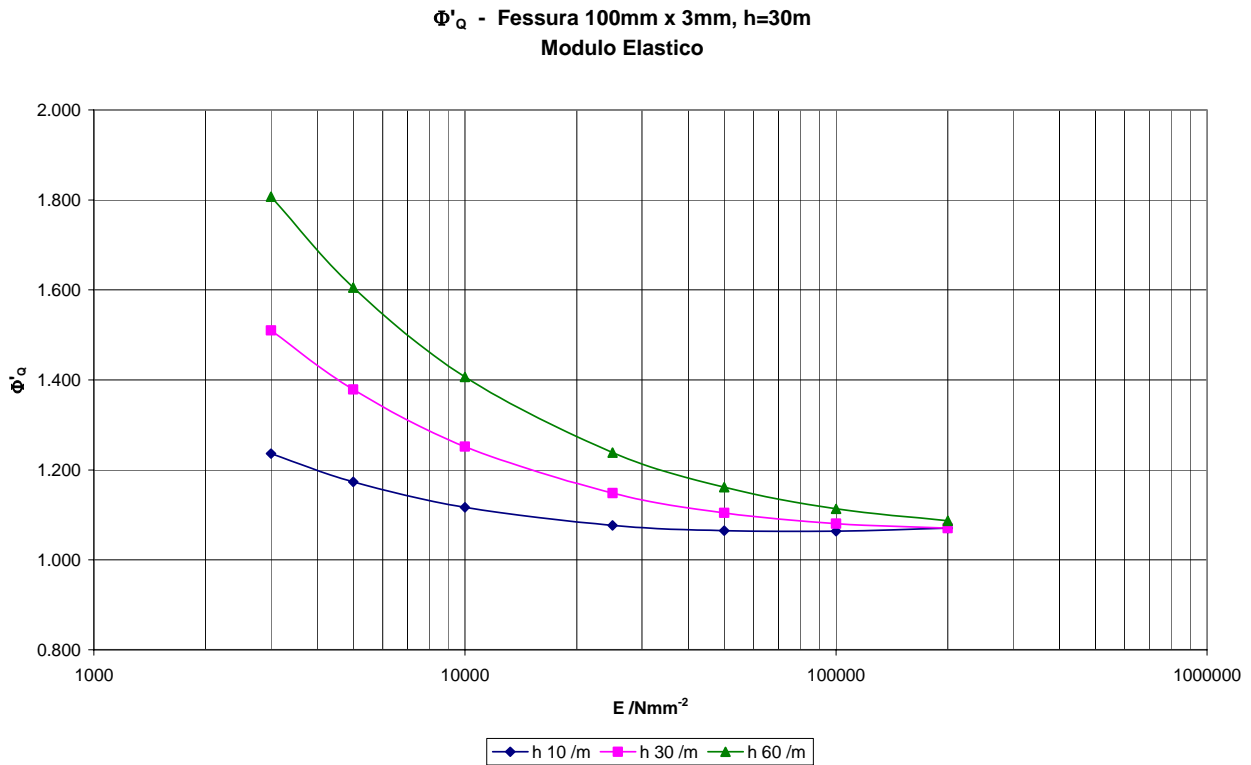


Figura 8 - funzione di correzione per tubo fessurato (a=3mm x b=100mm) con modulo elastico compreso nell'intervallo [3GPa, 200GPa]

La deformazione è funzione del carico piezometrico e diviene estremamente rilevante per materiali il cui modulo elastico è sensibilmente inferiore al modulo elastico dell'acciaio.

La figura seguente illustra l'effetto della deformazione ponendo in evidenza le differenze fra due tubi di diametro nominale pari a circa 100mm in acciaio e in uPVC per fessure di lunghezza crescente.

La figura mostra una deformazione modesta per i materiali ad elevato modulo elastico come l'acciaio mentre per i materiali plastici la deformazione è rilevante con un incremento proporzionale alla lunghezza della fessura (a parità di carico).

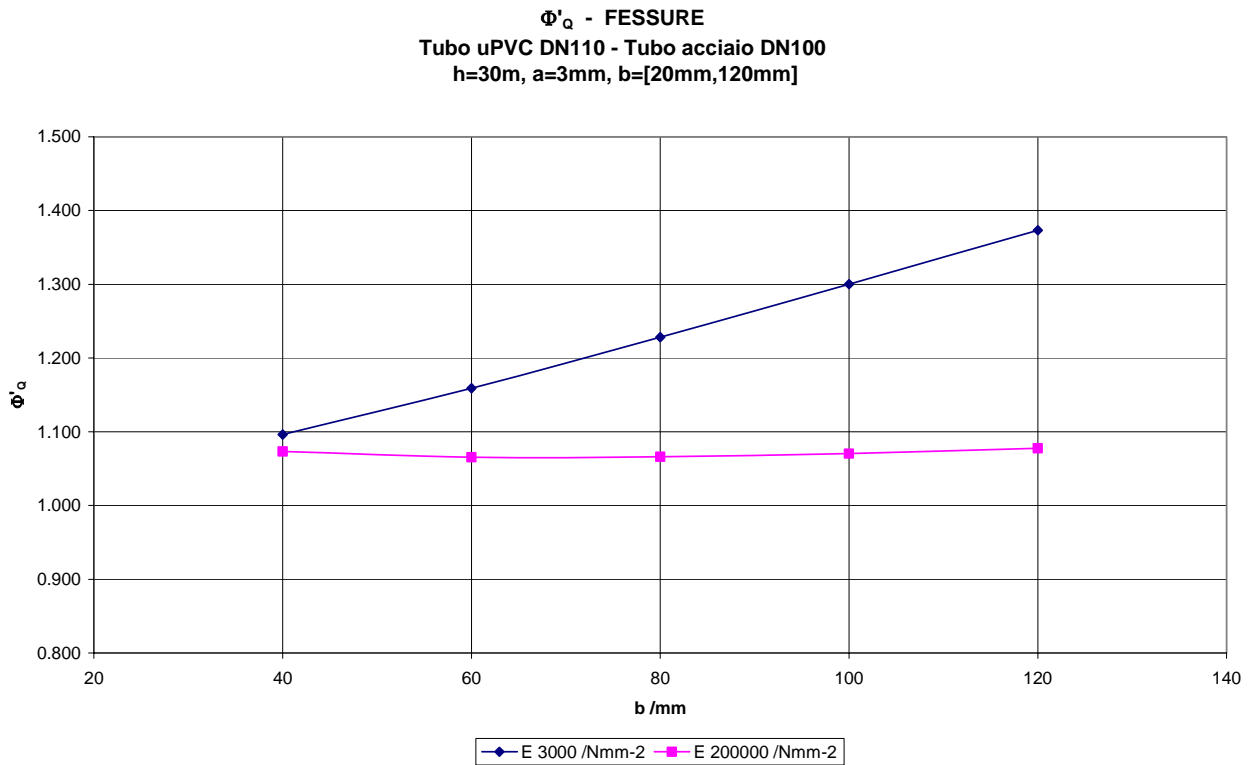


Figura 9 - funzione di correzione per tubo in acciaio/uPVC con fessure di lunghezza crescente

Il confronto dell'espressione della legge adimensionale con i dati sperimentali è svolta nel capitolo seguente. Oltre alla valutazione dell'accuratezza della legge trovata è svolta anche una analisi comparativa con il modello torricelliano classico e la formulazione con area variabile del modello May.

Il confronto con il modello ad area variabile (May) è svolta confrontando il parametro di deformazione (m) dedotto dalla formula adimensionale e stimato dai modelli ad elementi finiti illustrati nei capitoli iniziali. La stima del parametro di deformazione (m) dedotto dalla formula adimensionale è spiegato nel prossimo paragrafo.

Parametro di deformazione meccanica (m)

L'equazione torricelliana di efflusso con area variabile in funzione del carico piezometrico [May, (1994)] può essere scritta nella forma seguente:

$$\begin{cases} Q = C_Q A \sqrt{2gh} \\ A = \Omega + mh \end{cases}$$

Equazione 25

Da cui segue:

$$Q = C_Q \sqrt{2} (\Omega + mh) \sqrt{gh}$$

Equazione 26

Il parametro **m** può essere stimato direttamente dall'equazione di perdita adimensionale come descritto brevemente nei ragionamenti seguenti.

Il confronto della precedente Equazione 26 con l' Equazione 17 pone:

$$\begin{cases} Q = C_Q \sqrt{2} (\Omega + mh) \sqrt{gh} \\ Q = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,027} \left(\frac{R}{t} \right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,906} \left(\frac{R}{t} \right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,476} \right] \Omega \sqrt{gh} \end{cases}$$

Sistema 1

$$(\Omega + mh) = \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,027} \left(\frac{R}{t} \right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,906} \left(\frac{R}{t} \right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,476} \right] \Omega$$

da cui segue:

$$m = \left[2,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,027} \left(\frac{R}{t} \right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,906} \left(\frac{R}{t} \right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,476} \right] \frac{\Omega}{h}$$

Equazione 27

La relazione precedente mostra come il coefficiente **m** sia funzione delle variabili adimensionali e dei coefficienti dedotti dallo studio sperimentale.

Questa espressione del coefficiente dimostra che la deformazione meccanica del materiale non è sufficiente a descrivere il fenomeno di efflusso ma sono necessari anche i contributi della viscosità del fluido per mezzo del numero di Reynolds.

Il confronto del parametro **m** stimato da modelli ad elementi finiti e stimato indirettamente dalle prove sperimentali di laboratorio per mezzo dell'Equazione 27 è illustrato nel capitolo seguente.

Luisfilippo Lanza
Formulazione adimensionale di una legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico
e sua verifica tramite prove di laboratorio

CAPITOLO 5

FORMULAZIONE ADIMENSIONALE DI UNA LEGGI DI EFFLUSSO DA LESIONI IN TUBAZIONI A COMPORTAMENTO ELASTICO VERIFICA TRAMITE PROVE DI LABORATORIO

INDICE

Formula adimensionale di efflusso e sua verifica sperimentale	93
Confronto fra l'espressione adimensionale e i dati sperimentali	94
Confronto fra l'espressione adimensionale e alcuni modelli di efflusso	98
Confronto con l'equazione torricelliana.....	98
Confronto con l'equazione torricelliana con area variabile (modello May)	103
Parametro di deformazione (m)	109
Conclusioni.....	114

Formula adimensionale di efflusso e sua verifica sperimentale

Lo scopo del presente capitolo è la verifica sperimentale della legge adimensionale di perdita per mezzo del confronto con i dati sperimentali di laboratorio.

Nel capitolo precedente è stato mostrato come l'analisi dimensionale e l'applicazione del teorema Π hanno portato alla definizione della seguente equazione per la portata adimensionale:

$$\frac{Q}{0,86\Phi_Q\Omega\sqrt{gh}} = 1$$

Equazione 1

In questa espressione la funzione di correzione è applicata al prodotto fra l'area iniziale e il coefficiente di portata e non vi è distinzione fra contributi a carattere idraulico e meccanico.

Il risultato in termini adimensionali dell'equazione di perdita è riportata nella relazione seguente:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right]$$

Equazione 2

in forma dimensionale l'equazione precedente assume la seguente espressione:

$$Q = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \Omega\sqrt{gh}$$

Equazione 3

In cui la portata uscente dalla lesione è funzione dell'area non deformata, del carico piezometrico e delle grandezze adimensionali che definiscono il coefficiente di portata.

Le figure seguenti illustrano il confronto fra la legge di Equazione 3 e i dati sperimentali. Il confronto è illustrato nel piano dimensionale definito dalle coordinate carico piezometrico (h) e portata in volume uscente dalla lesione (Q). La distanza fra le curve adimensionali e i dati sperimentali esprime direttamente il grado di accuratezza del modello adimensionale.

I punti sperimentali sono indicati da un punto in colore blu mentre l'equazione adimensionale è in tratto continuo. L'equazione dimensionale è calcolata con i parametri e le grandezze definite dai punti sperimentali.

Confronto fra l'espressione adimensionale e i dati sperimentali

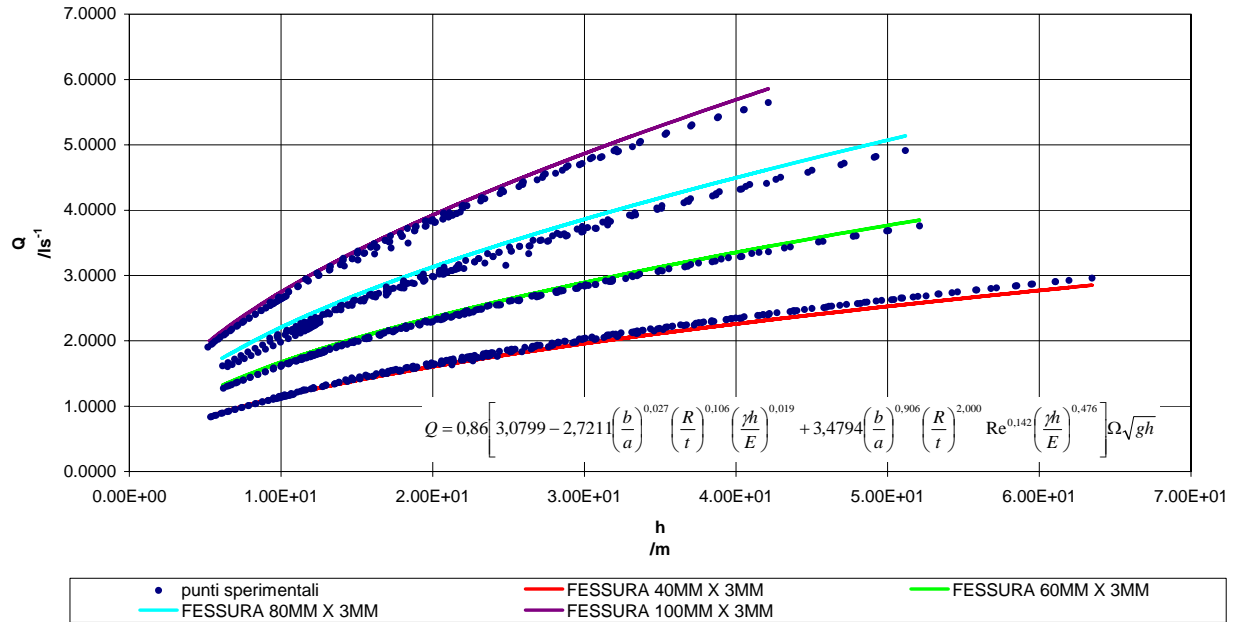


Figura 1 – confronto fra l'Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fessure longitudinali.

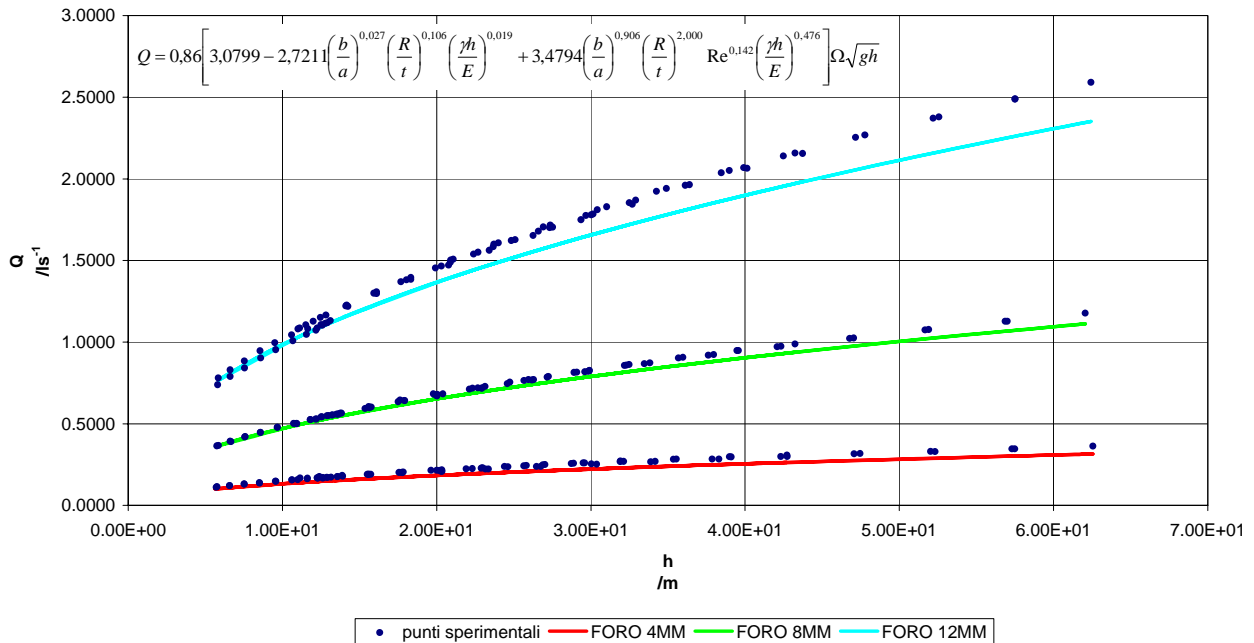


Figura 2 – confronto fra l'Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fori.

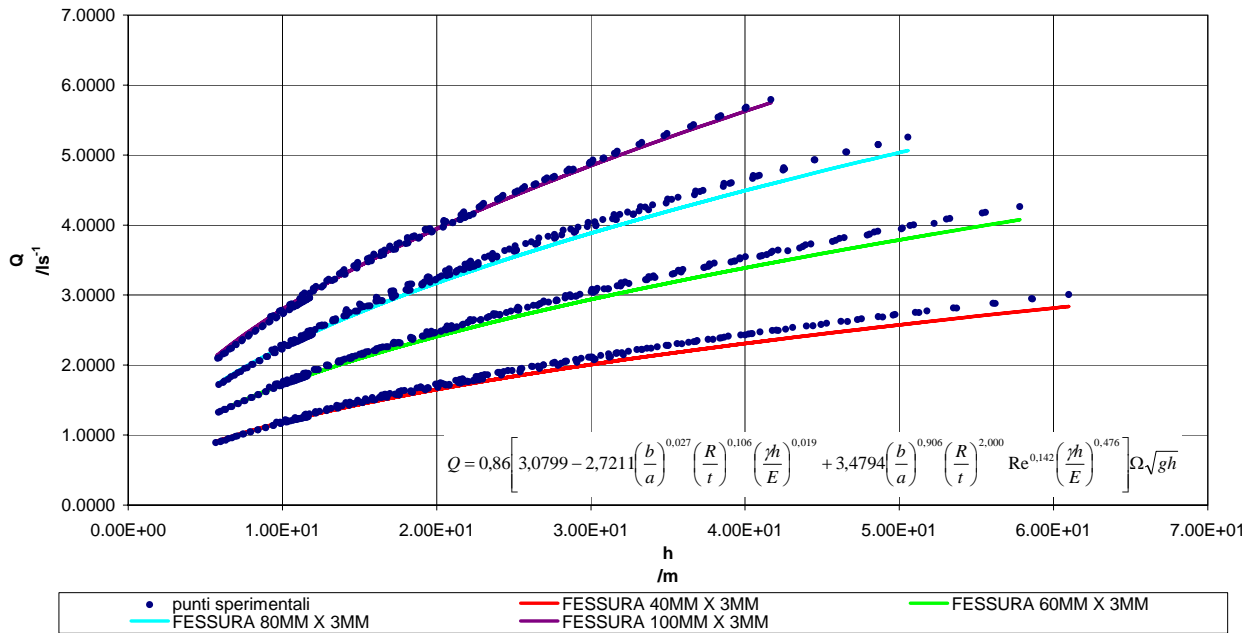


Figura 3 – confronto fra l'Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fessure longitudinali.

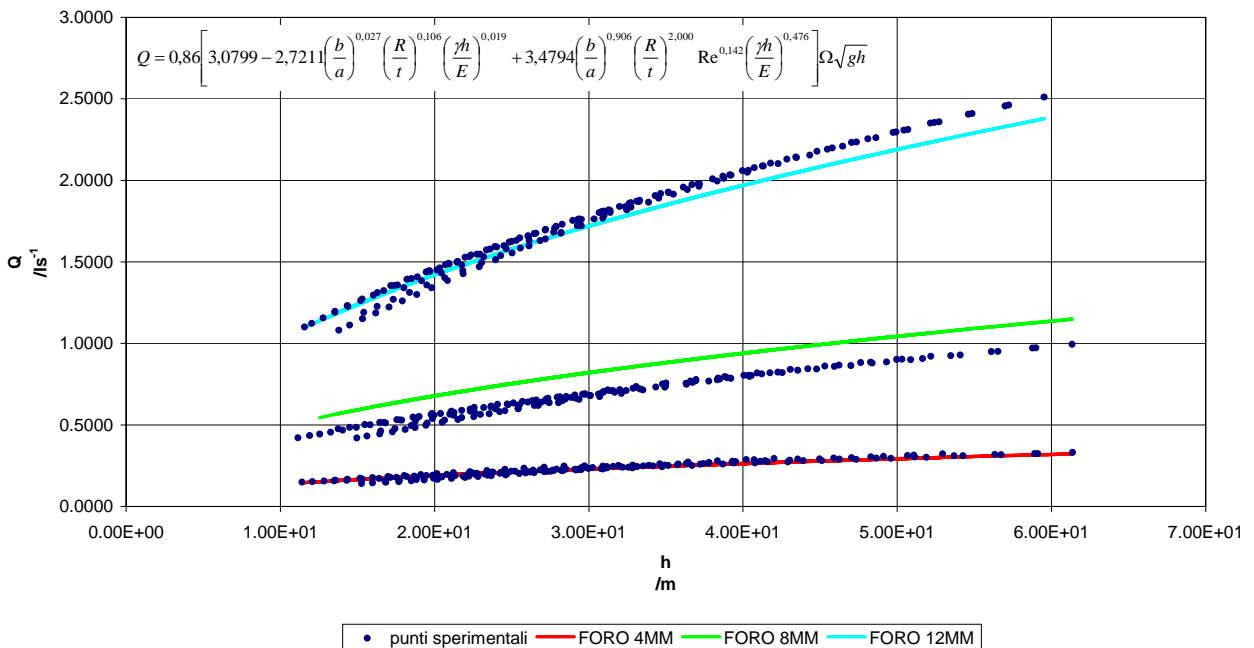


Figura 4 – confronto fra l'Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fori.

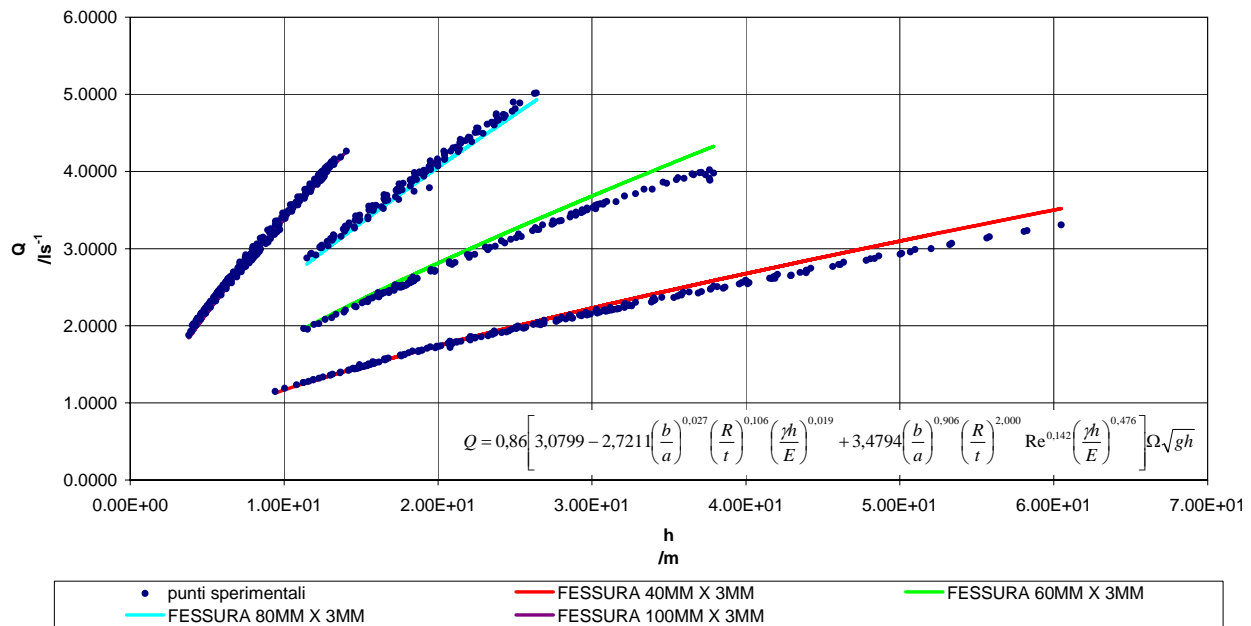


Figura 5 – confronto fra l’Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fessure longitudinali.

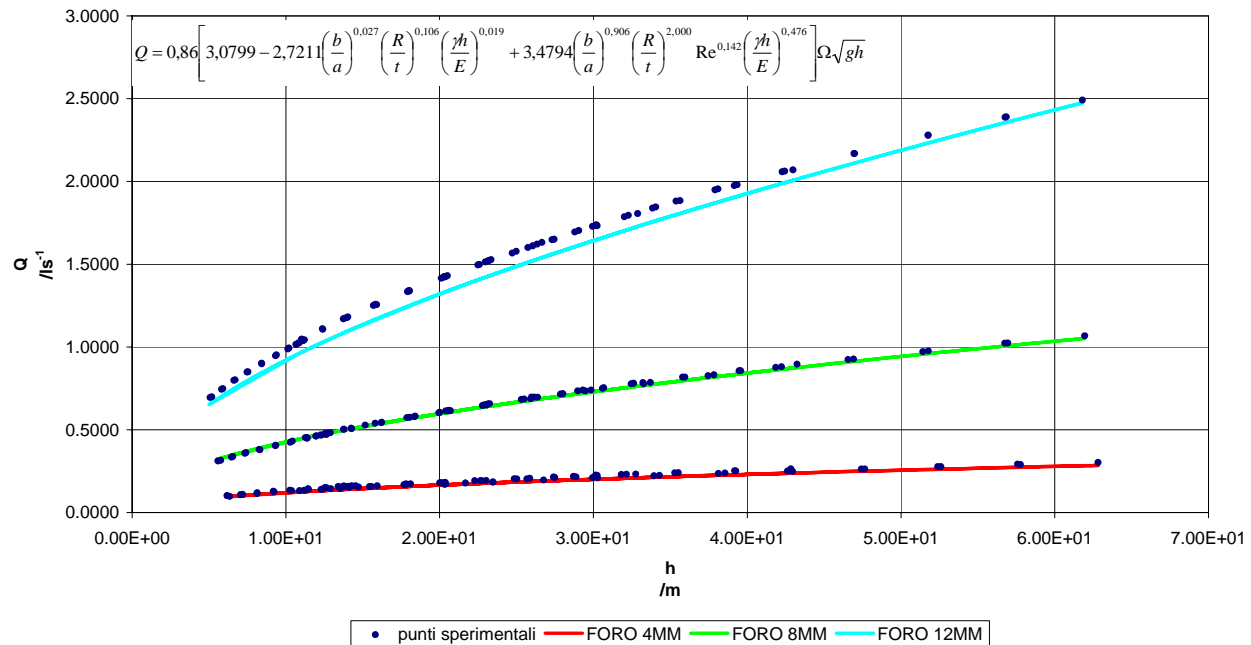


Figura 6 – confronto fra l’Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

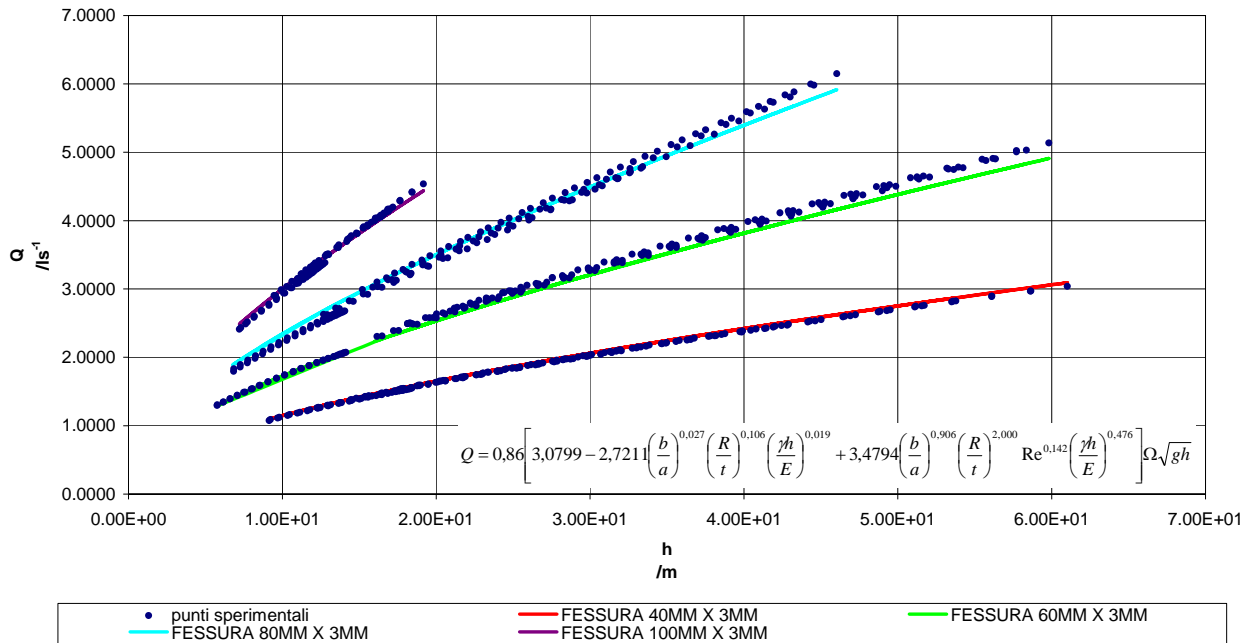


Figura 7 – confronto fra l’Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in uPVC DN110 con lesioni tipo fessure longitudinali.

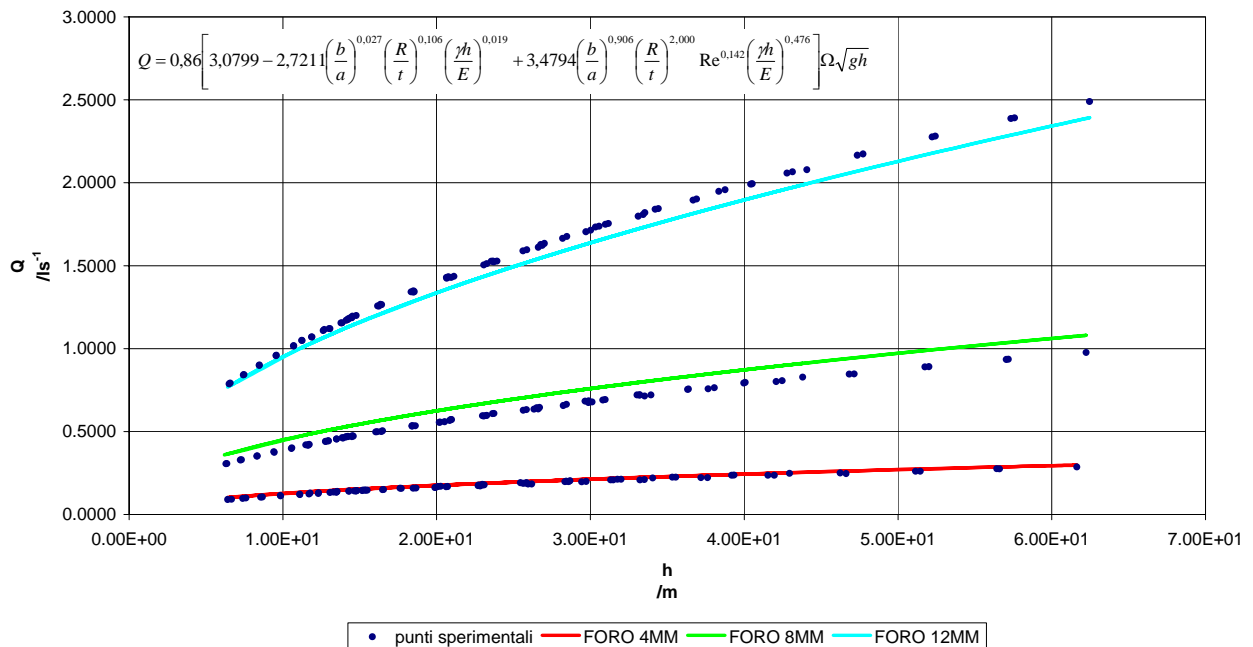


Figura 8 – confronto fra Equazione 3 e i dati sperimentali per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

Il confronto conferma un buon accordo del modello con i dati sperimentali di laboratorio. Il modello adimensionale mantiene un buon livello di accuratezza al variare sia della forma della lesione (fori e fessure) che del materiale (acciaio e uPVC). In particolare il modello di Equazione 3 riproduce accuratamente sia lesioni poco deformabili come i fori su tubo in acciaio che lesioni molto deformabili come le fessure su tubo in uPVC. Queste ultime assumono una forma nel piano (h,Q) quasi lineare indicando che la deformabilità del materiale ha un ruolo rilevante nella perdita.

Il modello riproduce sia le condizioni di efflusso della foronomia classica che le condizioni di perdita per lesione deformabile con una accuratezza media nella stima della portata pari a circa $\pm 5\%$.

Confronto fra l'espressione adimensionale e alcuni modelli di efflusso

Di seguito è illustrato il confronto fra l'equazione adimensionale e alcuni modelli di efflusso tratti dalla letteratura. Lo scopo è di illustrare le principali analogie fra i modelli ed evidenziare le migliorie introdotte.

Confronto con l'equazione torricelliana

L'equazione torricelliana è di seguito riportata:

$$Q = C_Q \Omega \sqrt{2gh}$$

Equazione 4

In cui:

Q portata in volume $/m^3s^{-1}$

C_Q coefficiente di portata

Ω area della lesione $/m^2$

h carico piezometrico $/m$

L'equazione è caratterizzata da un coefficiente di portata costante e da una lesione indeformabile.

I punti sperimentali sono indicati da un punto in colore blu. L'equazione adimensionale è in tratto continuo in grassetto e l'equazione torricelliana in tratto continuo sottile.

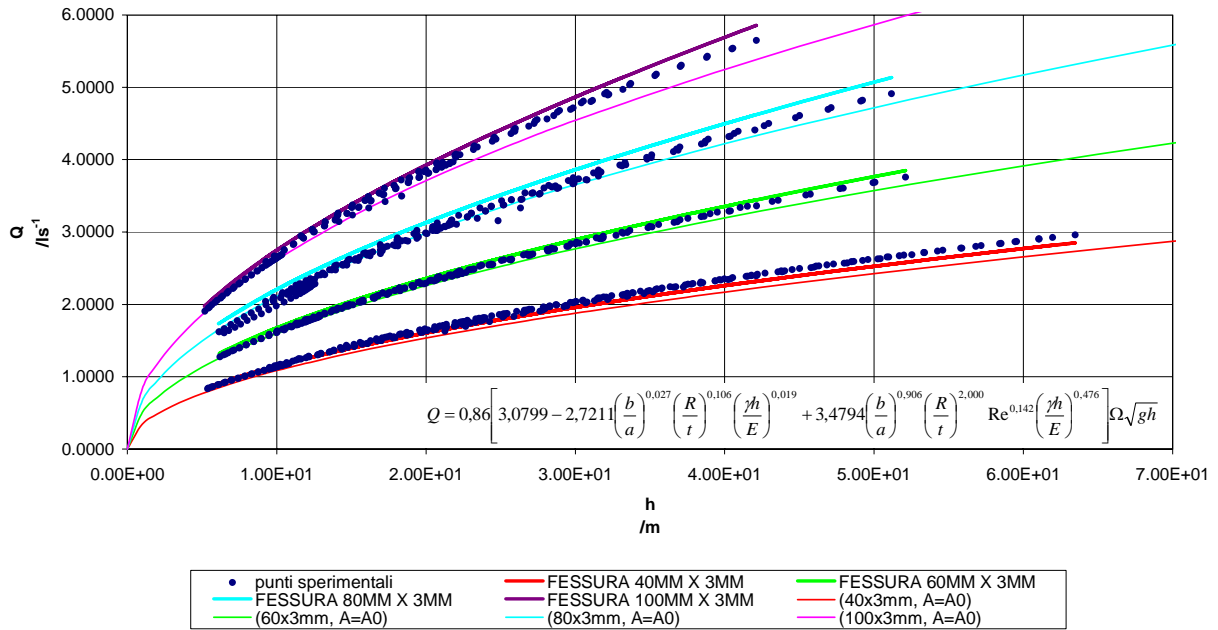


Figura 9 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fessure longitudinali.

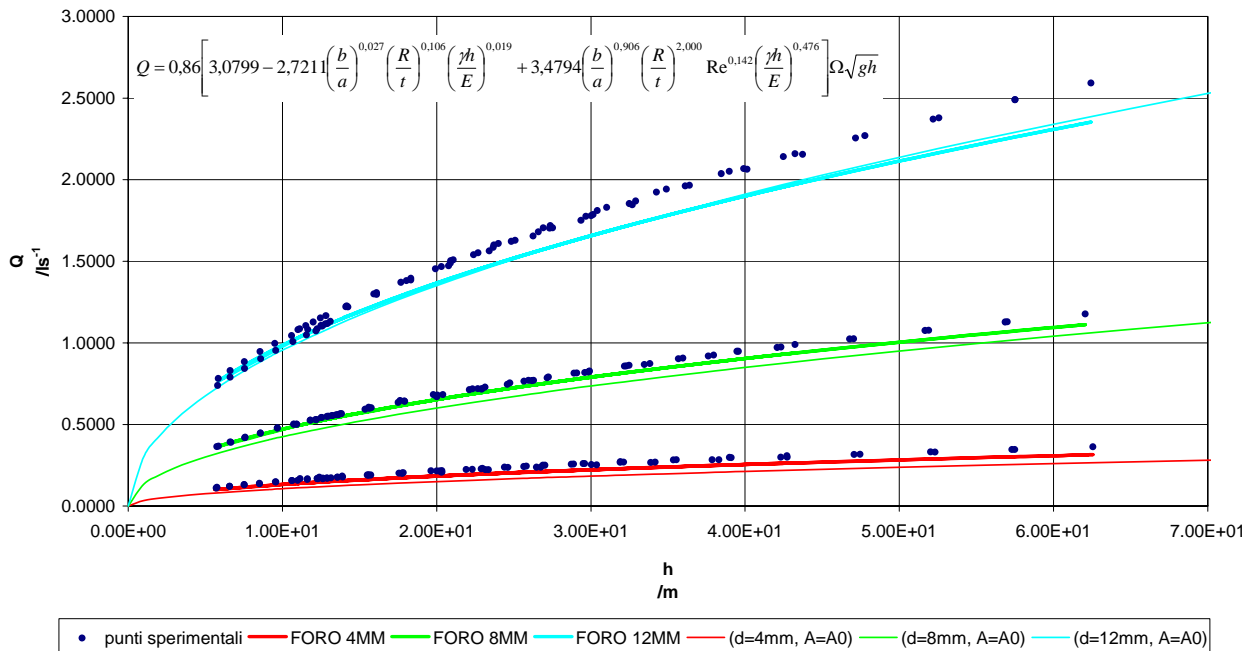


Figura 10 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fori.

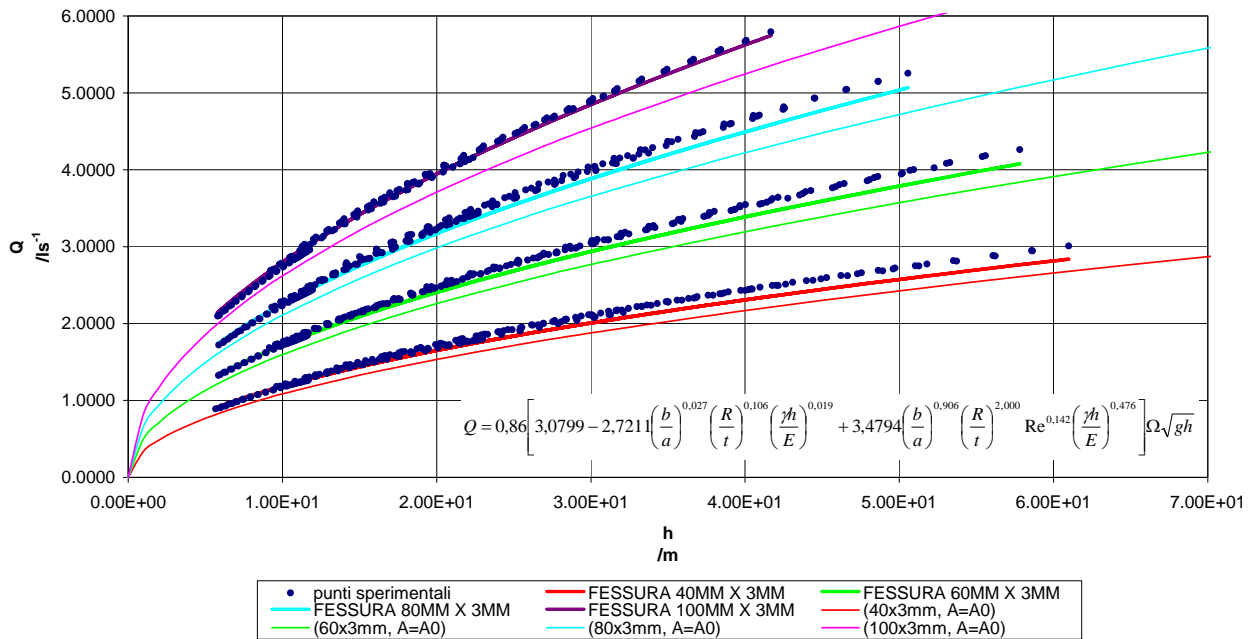


Figura 11 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fessure longitudinali.

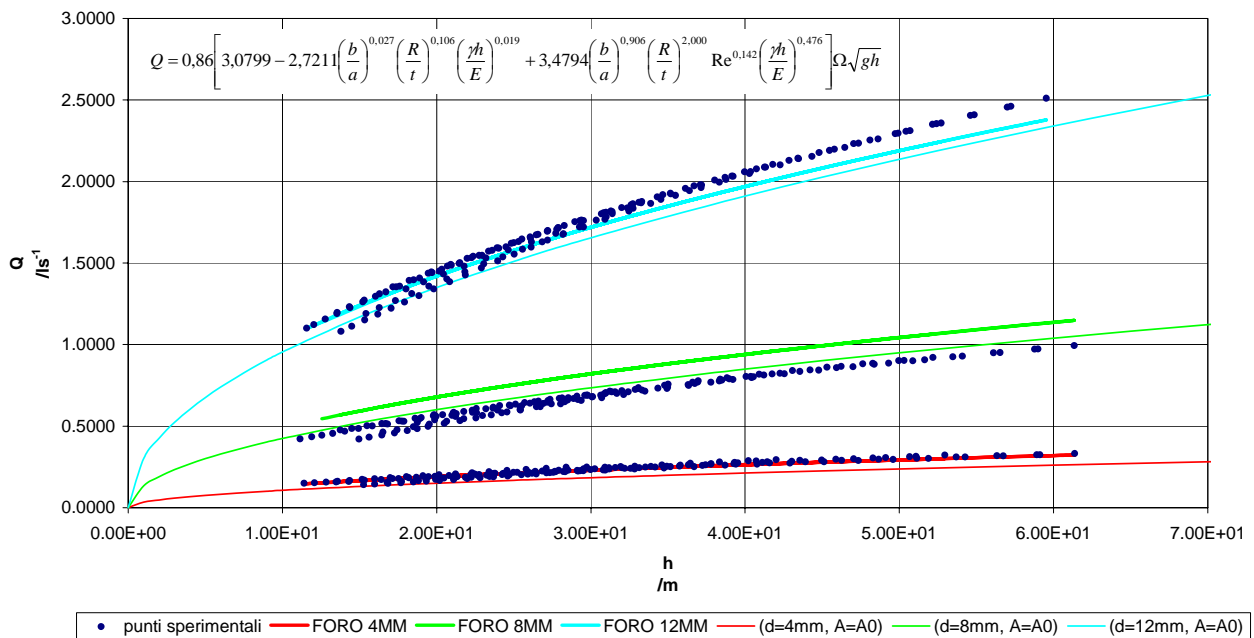


Figura 12 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fori.

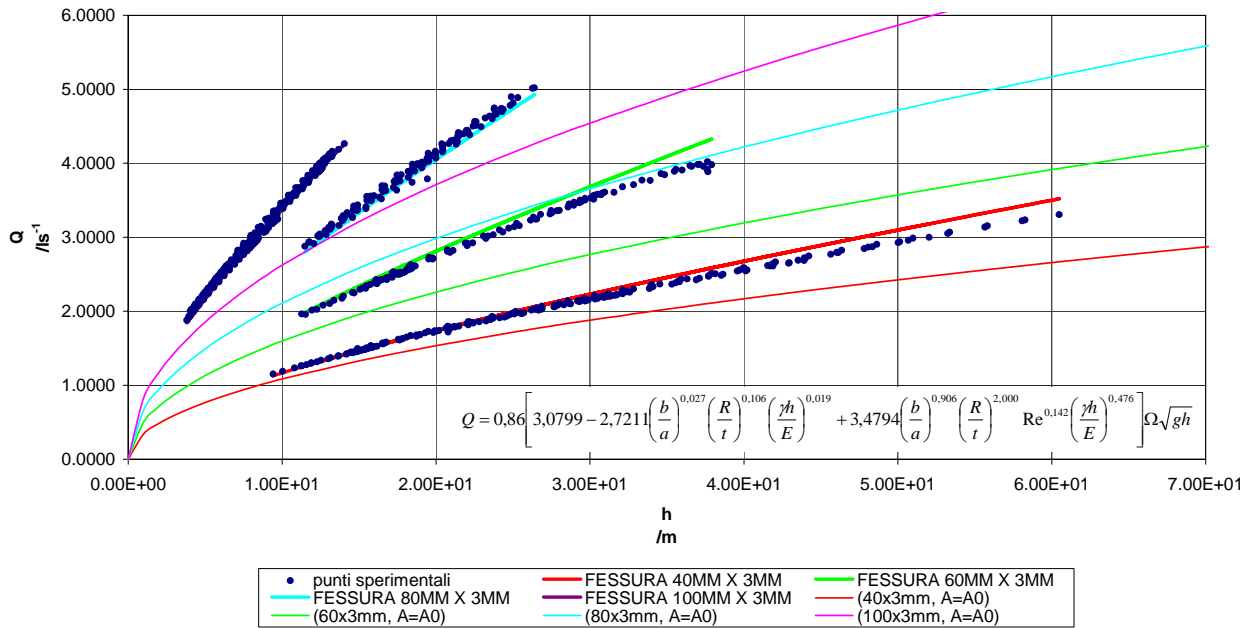


Figura 13 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fessure longitudinali.

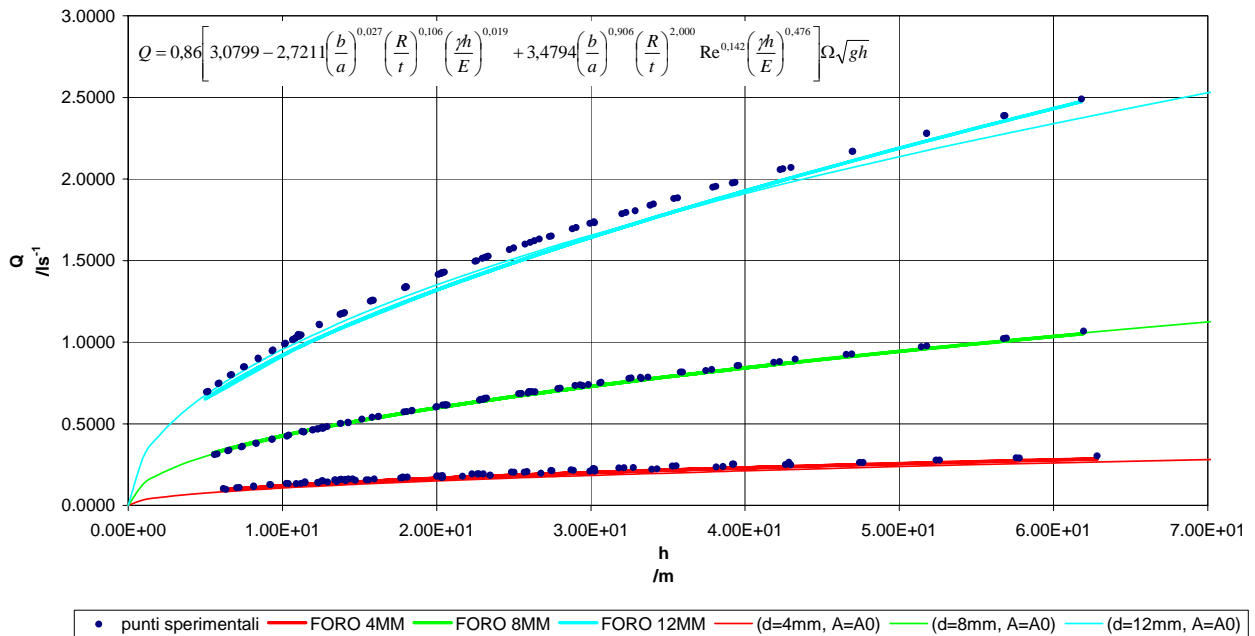


Figura 14 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

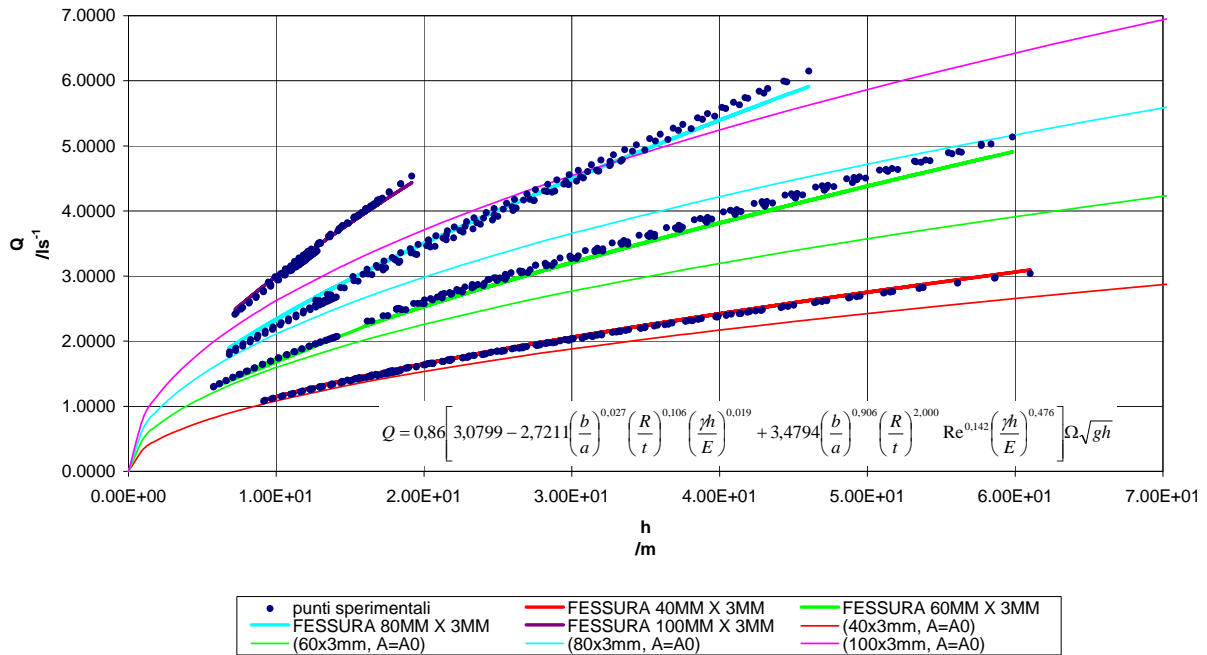


Figura 15 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in uPVC DN110 con lesioni tipo fessure longitudinali.

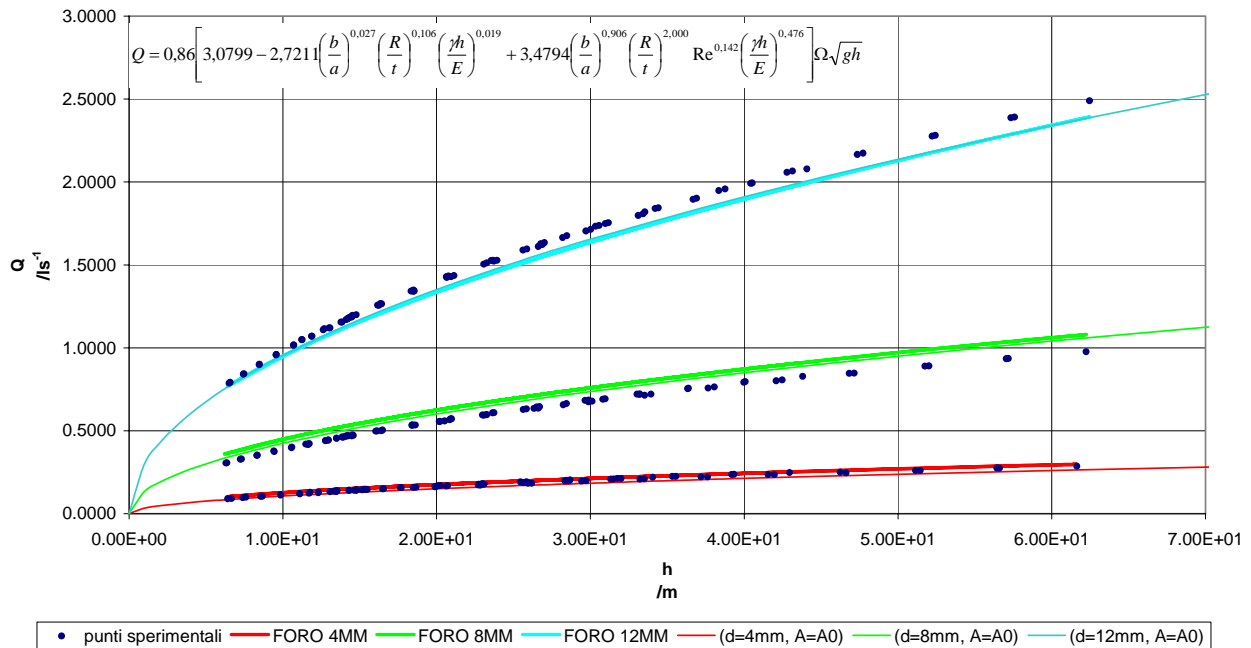


Figura 16 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

Il modello adimensionale e l'equazione torricelliana sono in ottimo accordo per i fori su tubo in acciaio e uPVC. L'equazione torricelliana è accurata per i fori ma non per le lesioni in cui la deformabilità del materiale diviene rilevante.

Si nota infatti una lieve ma significativa differenza per le fessure su tubo in acciaio. Le figure 9 e 11 mostrano che l'equazione torricelliana sottostima la perdita in modo sistematico. Lo scostamento fra i dati sperimentali e l'equazione torricelliana è più marcato per le pressioni (carico piezometrico h) elevate dove la deformazione del materiale inizia a contribuire in modo significativo. Lo scostamento assume valori ancora più consistenti quando, a parità di lesione, il materiale è più deformabile come il tubo in uPVC. Le figure 13 e 15 mostrano come l'espressione torricelliana sottostima la perdita principalmente per effetto dell'aumento dell'area della lesione all'aumentare della pressione.

Lo studio prosegue con l'analisi comparativa dell'Equazione 3 con l'equazione torricelliana con area variabile (May).

Confronto con l'equazione torricelliana con area variabile (modello May)

L'equazione torricelliana di efflusso con area variabile in funzione del carico piezometrico [May, (1994)] può essere scritta nella forma seguente:

$$\begin{cases} Q = C_Q A \sqrt{2gh} \\ A = \Omega + mh \end{cases}$$

Equazione 5

Da cui segue:

$$Q = C_Q \sqrt{2} (\Omega + mh) \sqrt{gh}$$

Equazione 6

In cui:

Q portata in volume / m^3s^{-1}

C_Q coefficiente di portata

Ω area iniziale non deformata della lesione / m^2

m parametro di deformazione dell'area della lesione / m^2m^{-1}

h carico piezometrico / m

Il parametro m è stimato da modelli ad elementi finiti realizzati per ogni lesione come descritto nel capitolo 2.

I punti sperimentali sono indicati da un punto in colore blu. L'Equazione 3 è in tratto continuo in grassetto e l'equazione torricelliana con area variabile (May, 1994) in linea sottile tratteggiata.

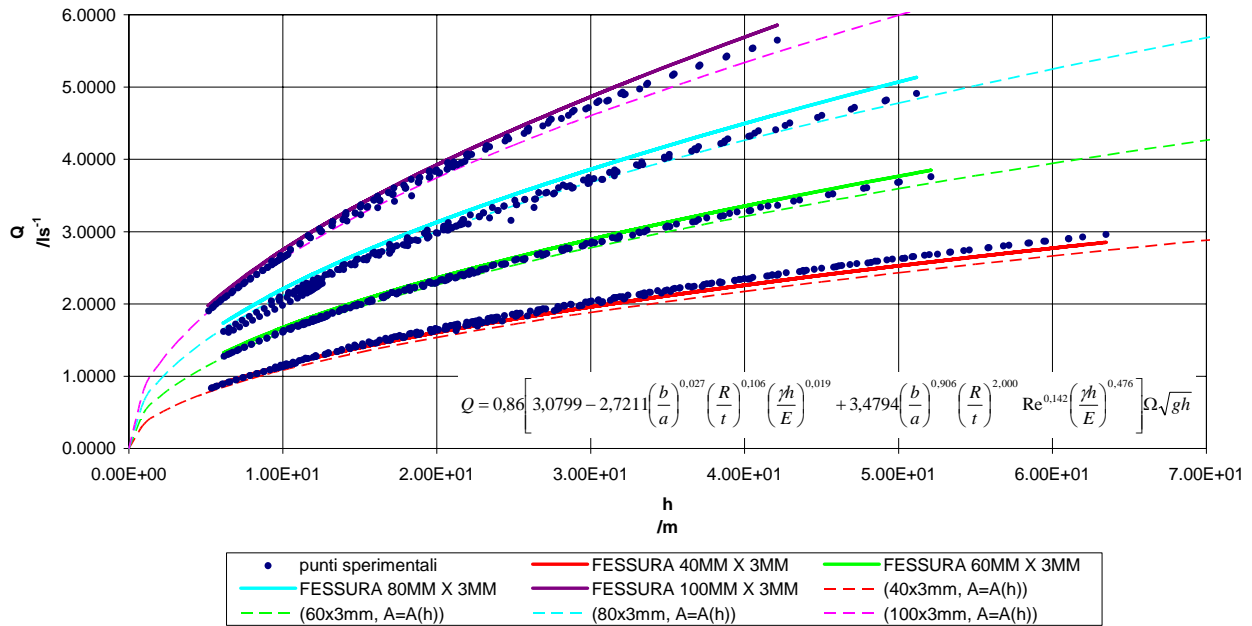


Figura 17 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fessure longitudinali.

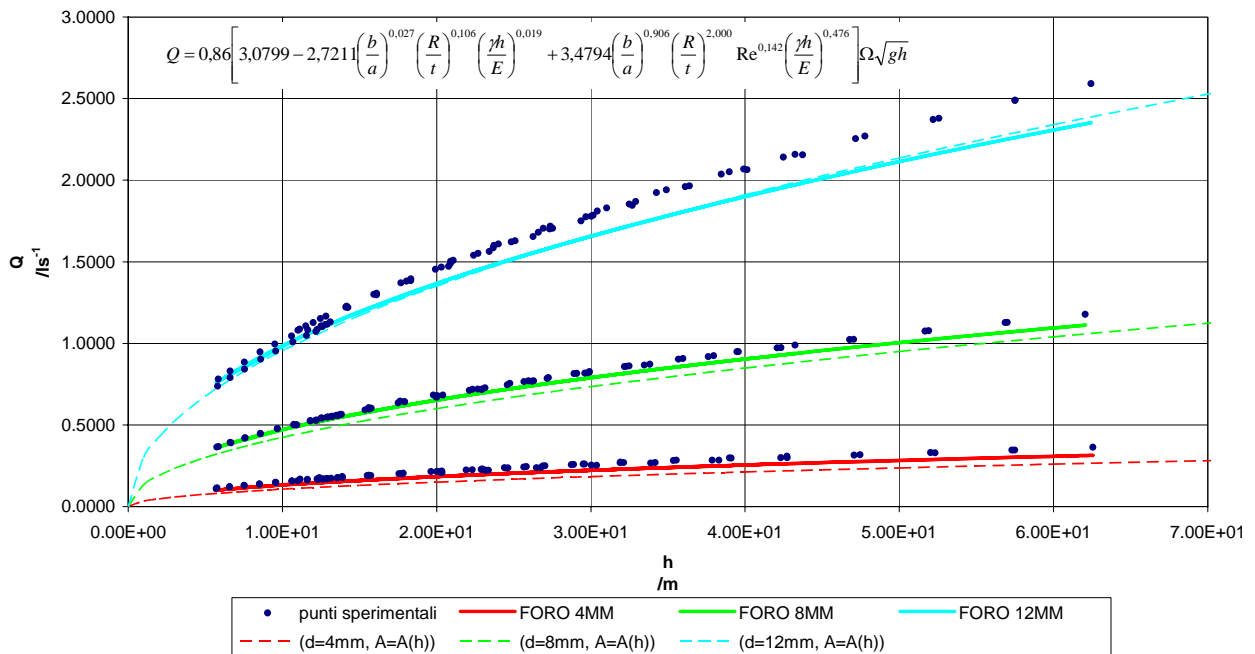


Figura 18 – confronto fra l’Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fori.

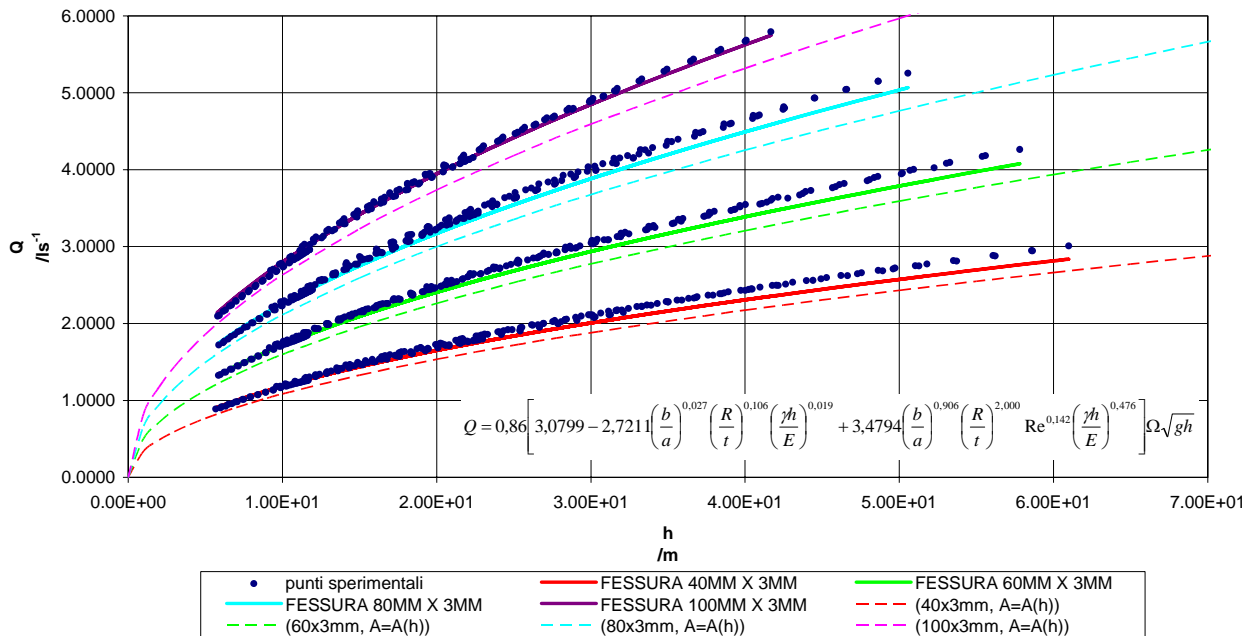


Figura 19 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fessure longitudinali.

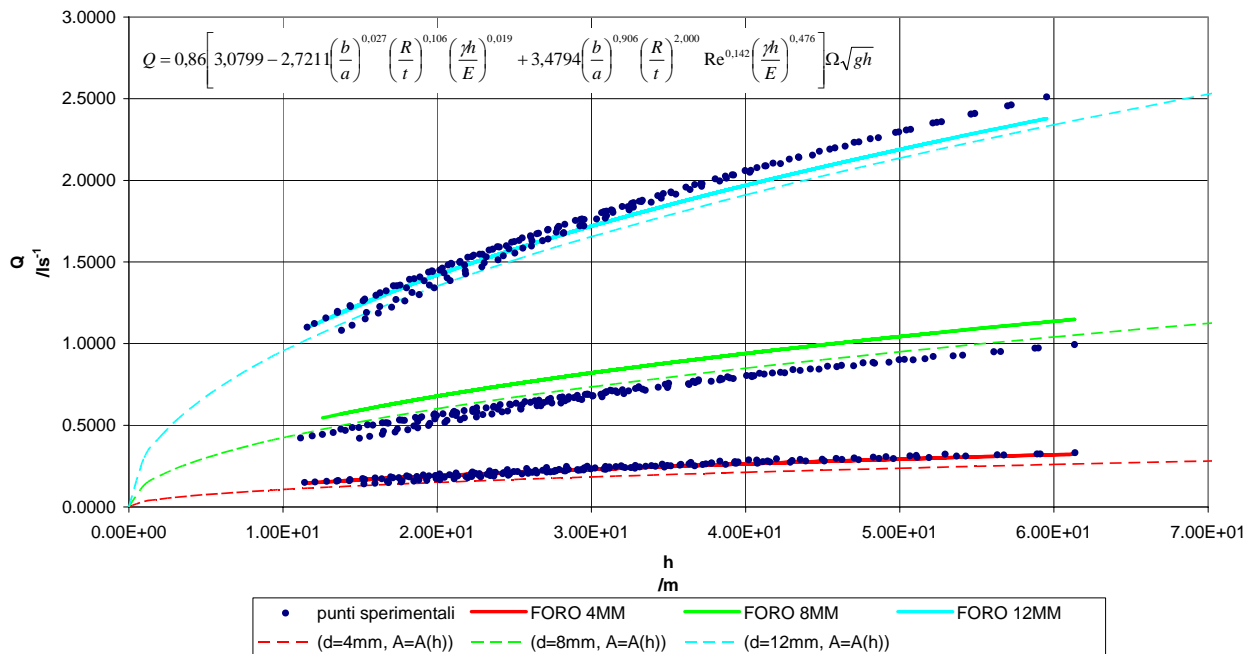


Figura 20 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fori.

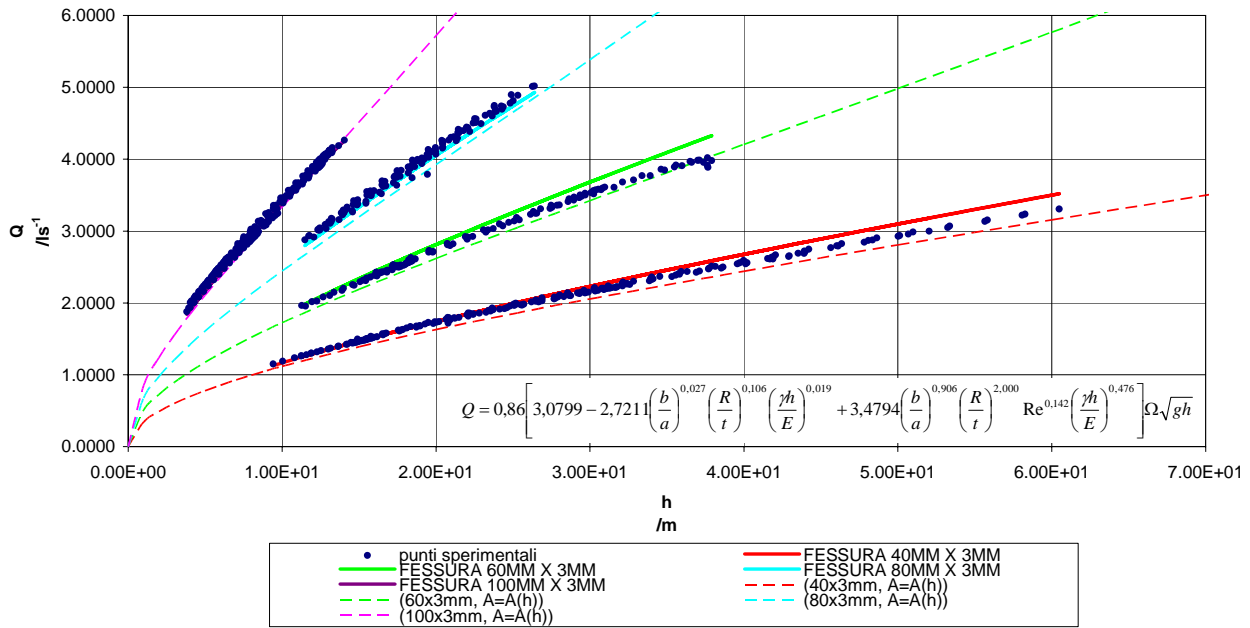


Figura 21 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fessure longitudinali.

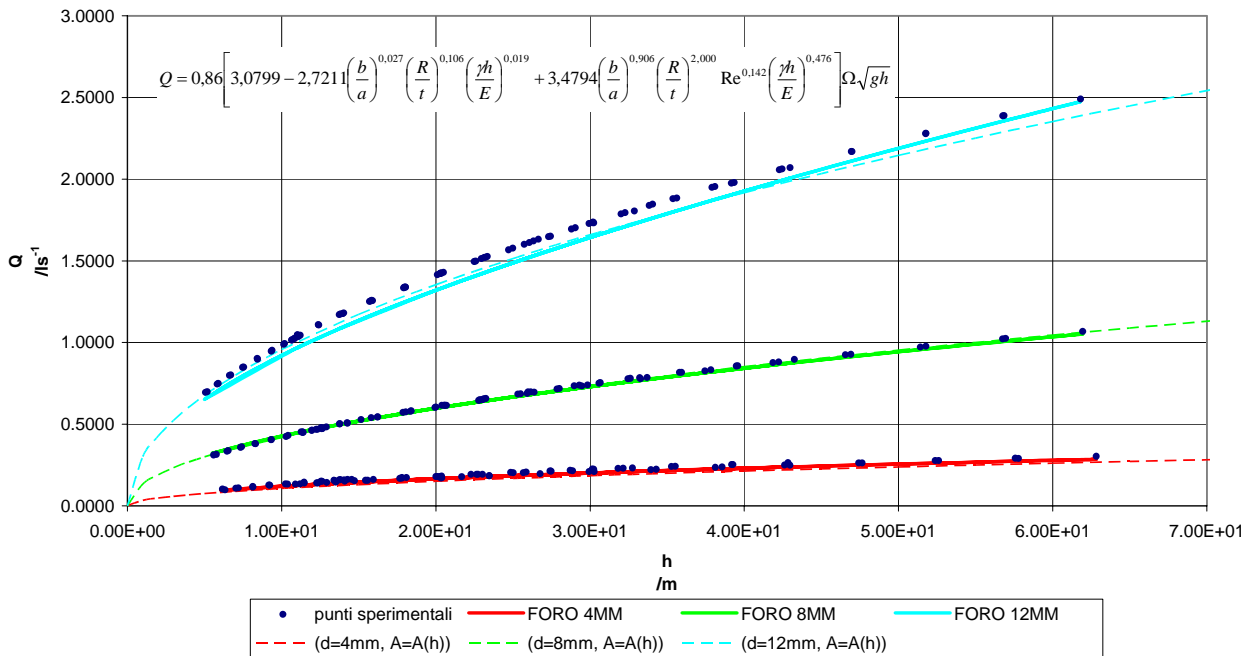


Figura 22 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

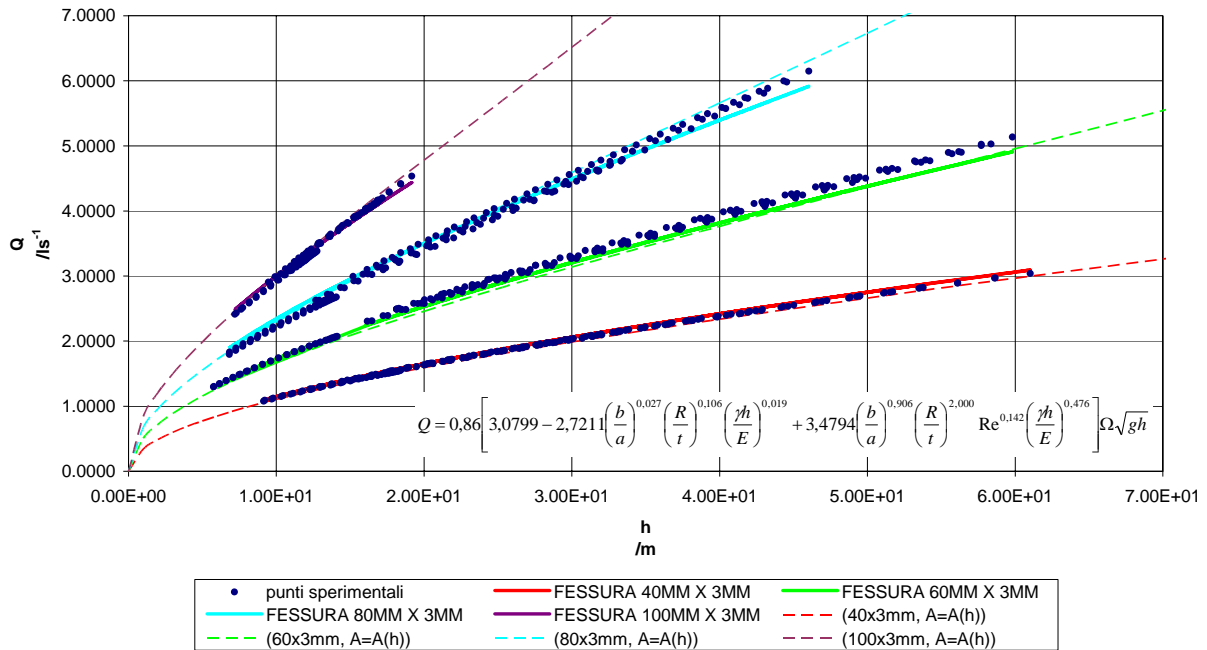


Figura 23 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in uPVC DN110 con lesioni tipo fessure longitudinali.

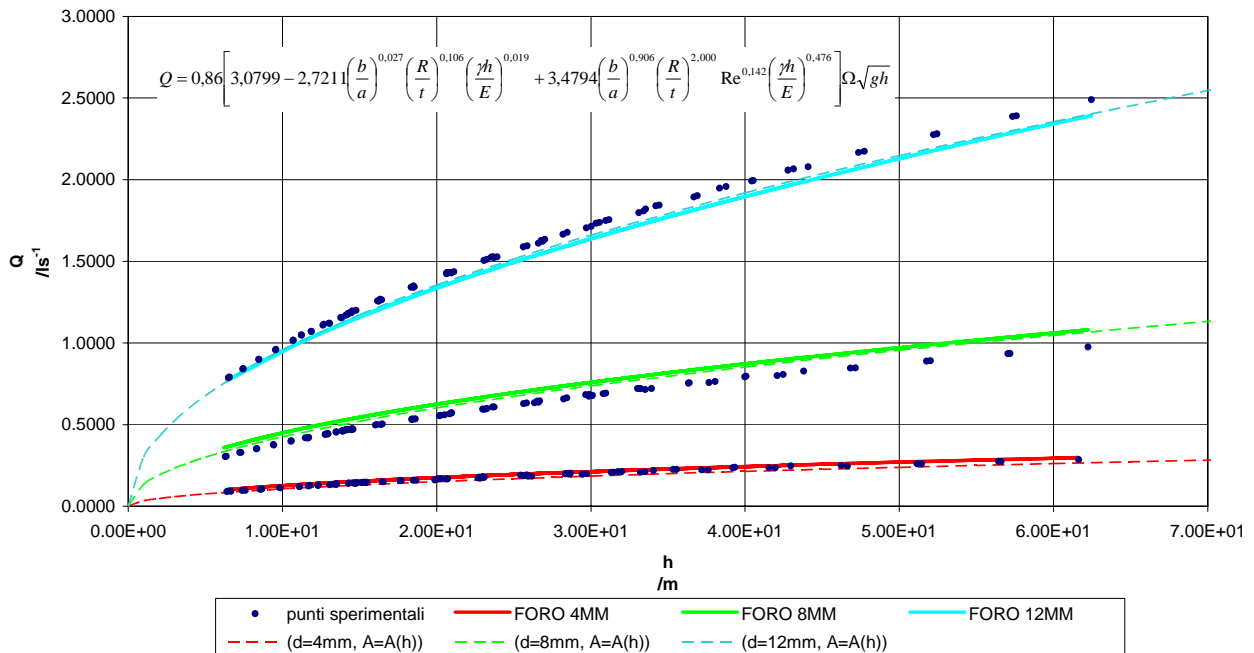


Figura 24 – confronto fra Equazione 3, i dati sperimentali e l’equazione torricelliana del modello May per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

Il confronto mostra un buon accordo fra l'equazione 3 e l'equazione torricelliana nella versione modificata da May con area variabile.

L'equazione classica torricelliana è una buona approssimazione del modello di eq. 3 e dell'espressione con area variabile (May) nei casi in cui la lesione è un foro ovvero quando la deformazione del materiale è trascurabile e la lesione è di forma compatta.

Il modello di eq. 3 e l'equazione torricelliana nella versione modificata con area variabile sono in ottimo accordo con i dati sperimentali ed entrambe raggiungono circa lo stesso livello di accuratezza come illustrato ad esempio per le fessure in figura 17, 21 e 23.

Per le fessure di figura 19 il modello adimensionale risulta più accurato del modello torricelliano con area variabile, quest'ultimo tende a sottostimare la portata persa in modo sistematico.

I ragionamenti svolti mostrano che il modello di equazione 3 derivato dall'analisi dimensionale e il modello torricelliano con area variabile in funzione del carico sono una buona approssimazione della perdita per lesioni su tubo in materiale elastico. L'accuratezza dei due metodi è funzione dell'accuratezza della stima dei coefficienti delle due equazioni di perdita.

I coefficienti dell'equazione 3 di perdita sono stati determinati dall'analisi dei dati di laboratorio di un insieme limitato ma rappresentativo di lesioni tipo fori e fessure longitudinali. L'accuratezza è espressione di un comportamento globale del fenomeno caratterizzato in laboratorio e quindi dalle misure sperimentali. Il coefficiente (m) dell'espressione torricelliana con area variabile è determinato per mezzo di modelli ad elementi finiti che riproducono le condizioni meccaniche di sollecitazione e di vincolo realizzate in laboratorio.

L'accuratezza è quindi strettamente connessa all'accuratezza dei modelli ad elementi finiti che, si ricorda, sono stati validati per mezzo di misure estensimetriche di deformazione in alcuni punti del modello fisico.

Si può quindi ritenere che il modello torricelliano con area variabile sia un modello accurato tanto quanto è accurata la stima del coefficiente (m) per mezzo di simulazione numerica realizzata per ogni singolo caso di studio. Il modello adimensionale è applicato all'insieme di casi di studio e l'accuratezza è associata alle condizioni di esercizio limitatamente alle ipotesi che ne definiscono il campo di applicabilità.

Il modello derivato dall'analisi dimensionale assume una validità più generale del modello torricelliano, anche con area variabile, in quanto non necessita di stime di ulteriori parametri per essere applicato.

Per meglio comprendere il carattere di validità generale del modello adimensionale è significativo il confronto attraverso il coefficiente di deformazione dell'area (m) dedotto dai modelli ad elementi finiti e dal modello di equazione 3 come di seguito illustrato.

Parametro di deformazione (m)

Il parametro m può essere stimato direttamente dall'equazione di perdita adimensionale come descritto brevemente nei ragionamenti seguenti.

Il confronto di Equazione 3 e di Equazione 6 pone:

$$\begin{cases} Q = C_Q \sqrt{2} (\Omega + mh) \sqrt{gh} \\ Q = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \Omega \sqrt{gh} \end{cases}$$

Sistema 1

$$(\Omega + mh) = \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \Omega$$

Equazione 7

da cui segue:

$$m = \left[2,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \frac{\Omega}{h}$$

Equazione 8

La relazione precedente mostra come il coefficiente m sia funzione delle variabili adimensionali e dei coefficienti dedotti dallo studio sperimentale.

Il coefficiente m stimato dai risultati delle simulazioni con i modelli ad elementi finiti dipende dalle sole condizioni meccaniche e geometriche della lesione e del tubo. Il coefficiente m stimato per mezzo del modello adimensionale (Equazione 8) illustra chiaramente che oltre ai parametri geometrici e meccanici vi è anche il contributo della viscosità del fluido tramite il numero di Reynolds. Il contributo del numero di Reynolds risulta significativo dall'analisi statistica di regressione polinomiale EPR, anche se di modesta entità come illustrato dall'ottimo accordo fra modello adimensionale e modello torricelliano con area variabile (May).

Il confronto del parametro m stimato dall'analisi dei modelli ad elementi finiti e calcolato per mezzo dell'Equazione 8 è illustrato nelle figure seguenti.

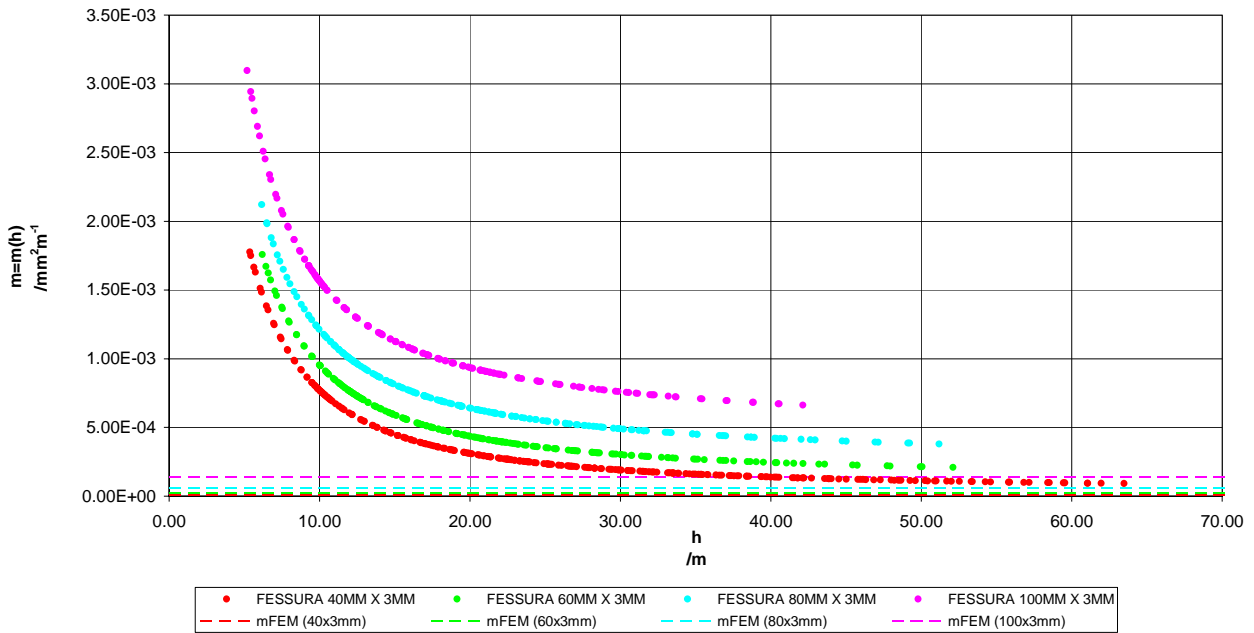


Figura 25 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall’equazione 3 per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fessure longitudinali.

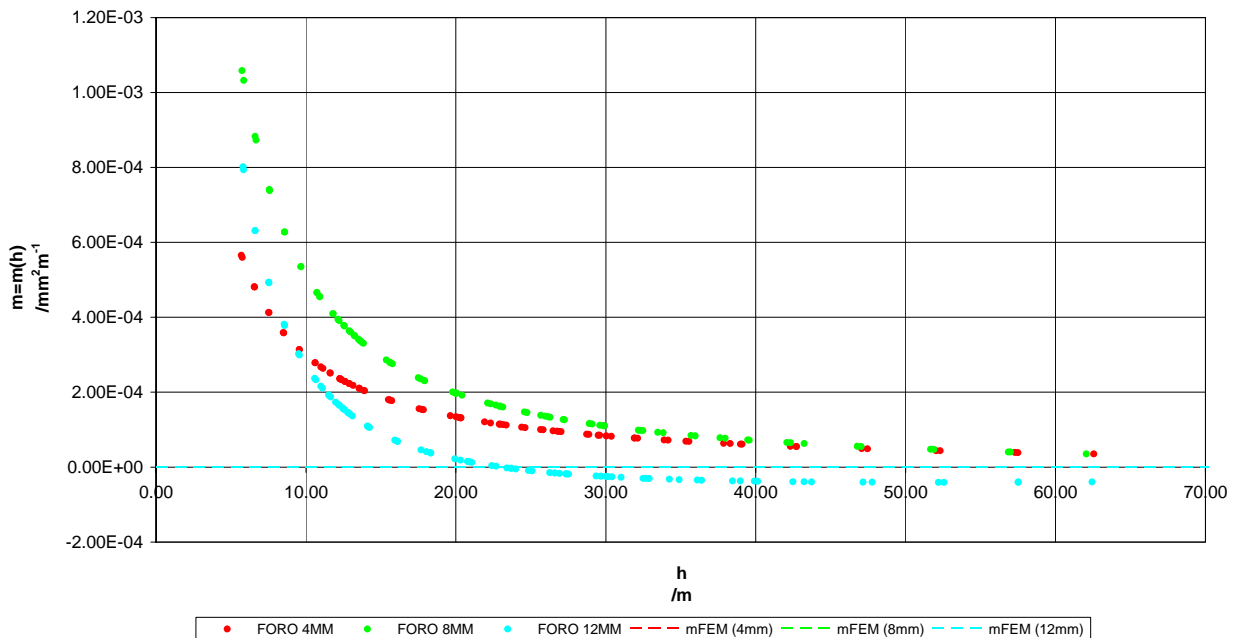


Figura 26 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall’equazione 3 per il tubo in acciaio DN50 con lesioni tipo fori.

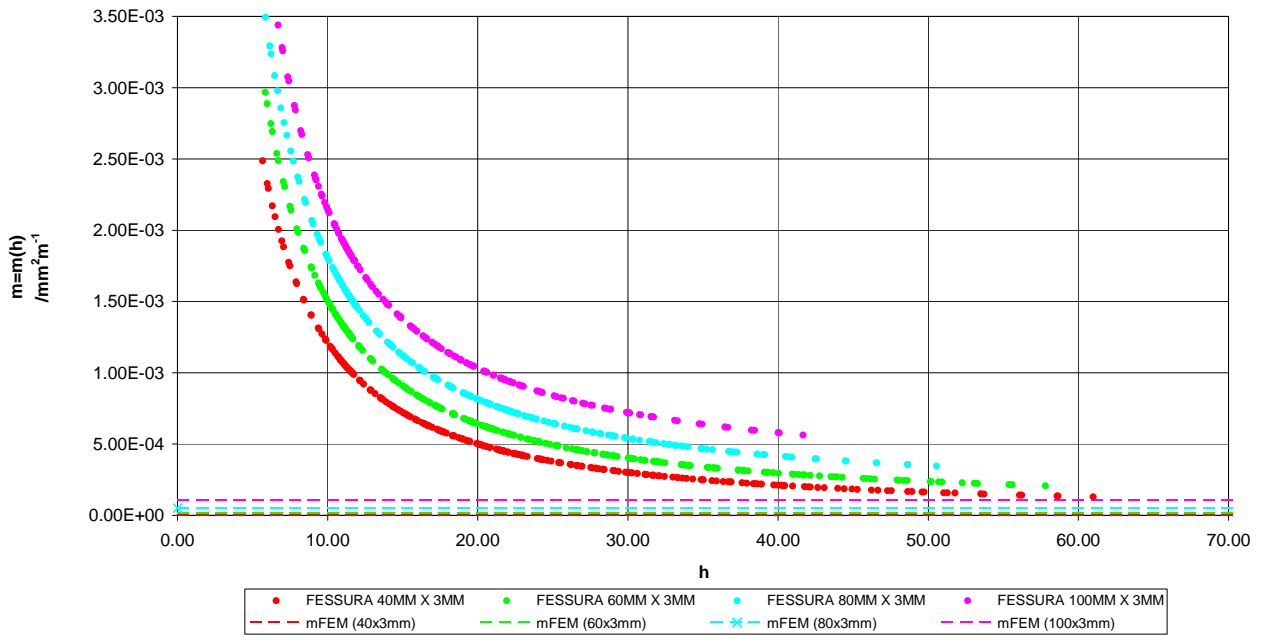


Figura 27 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fessure longitudinali.

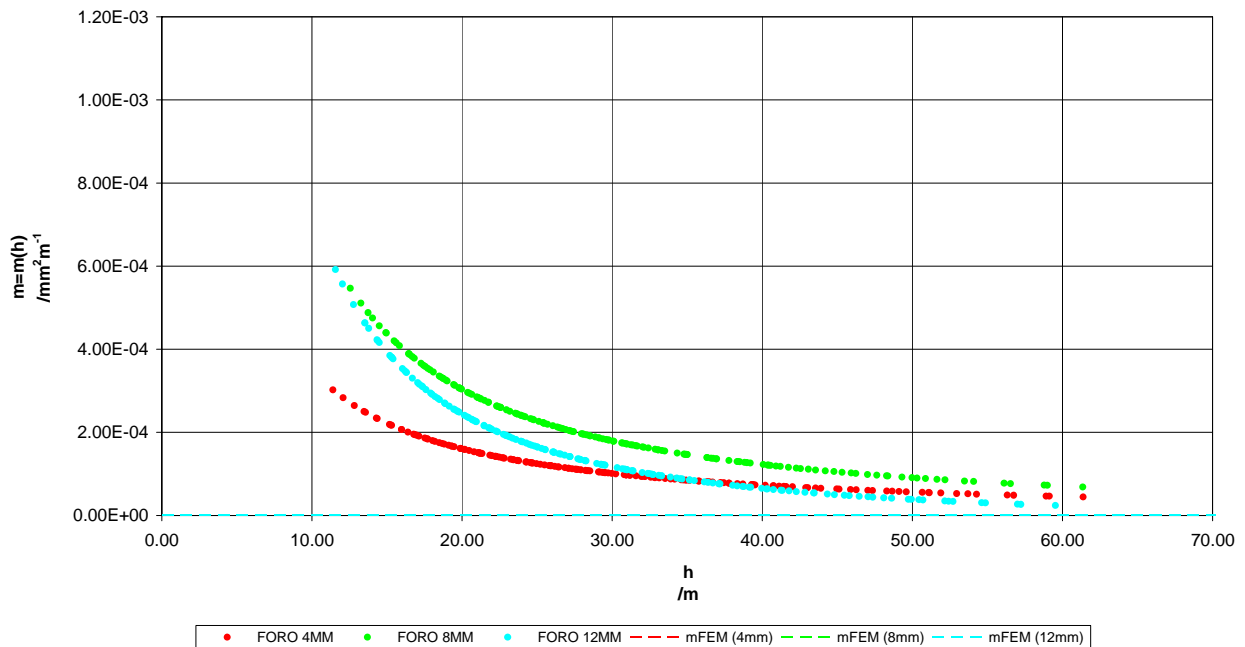


Figura 28 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in acciaio DN100 con lesioni tipo fori.

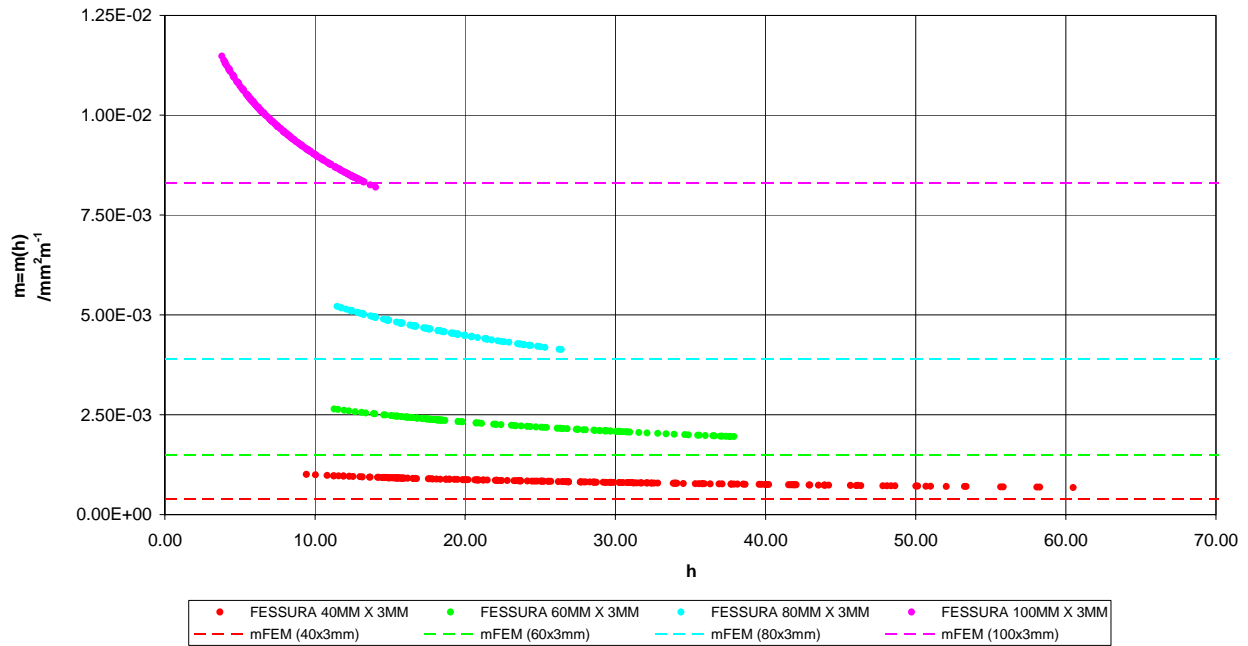


Figura 29 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fessure longitudinali.

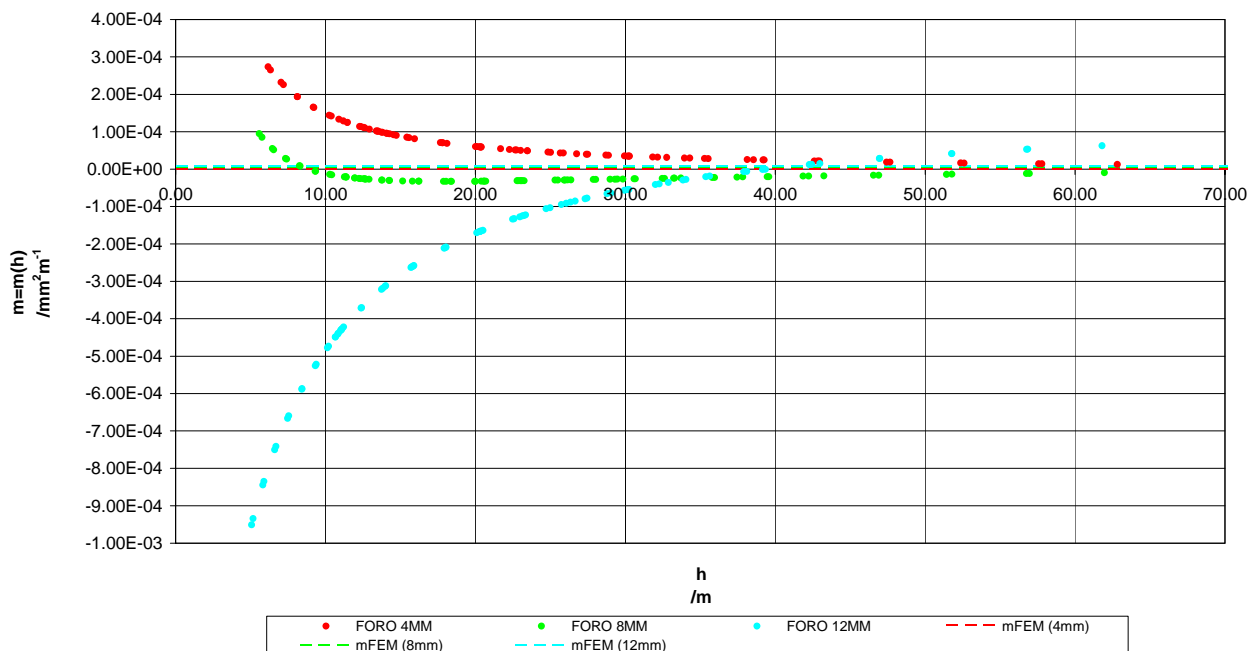


Figura 30 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

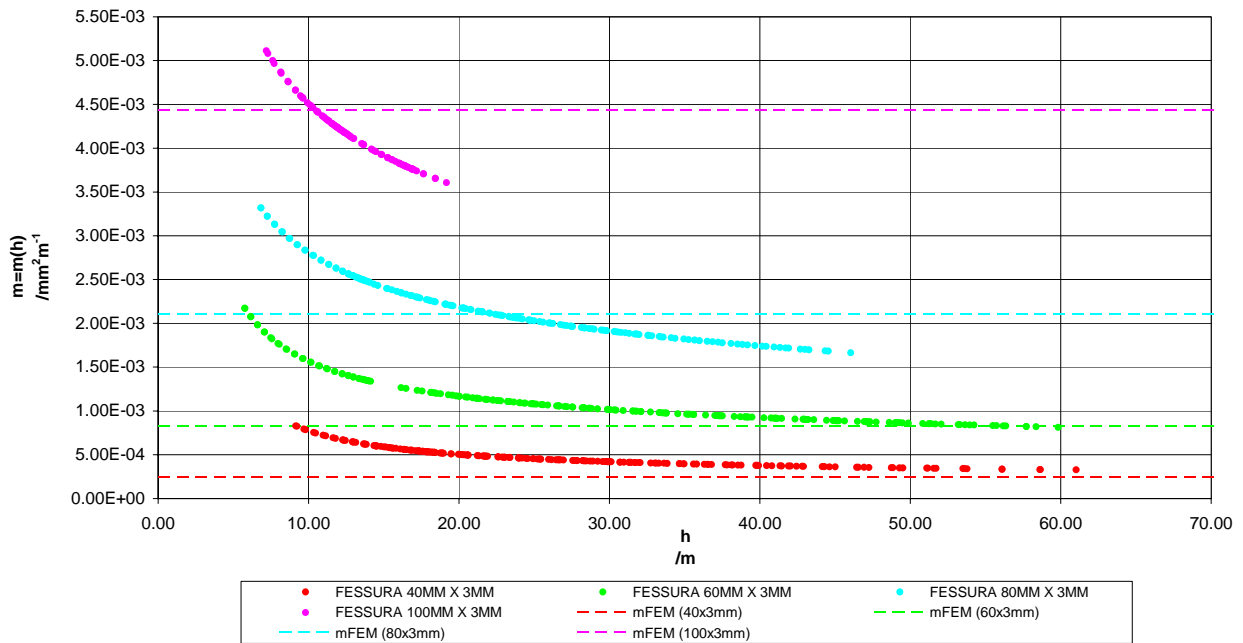


Figura 31 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in uPVC DN110 con lesioni tipo fessure longitudinali.

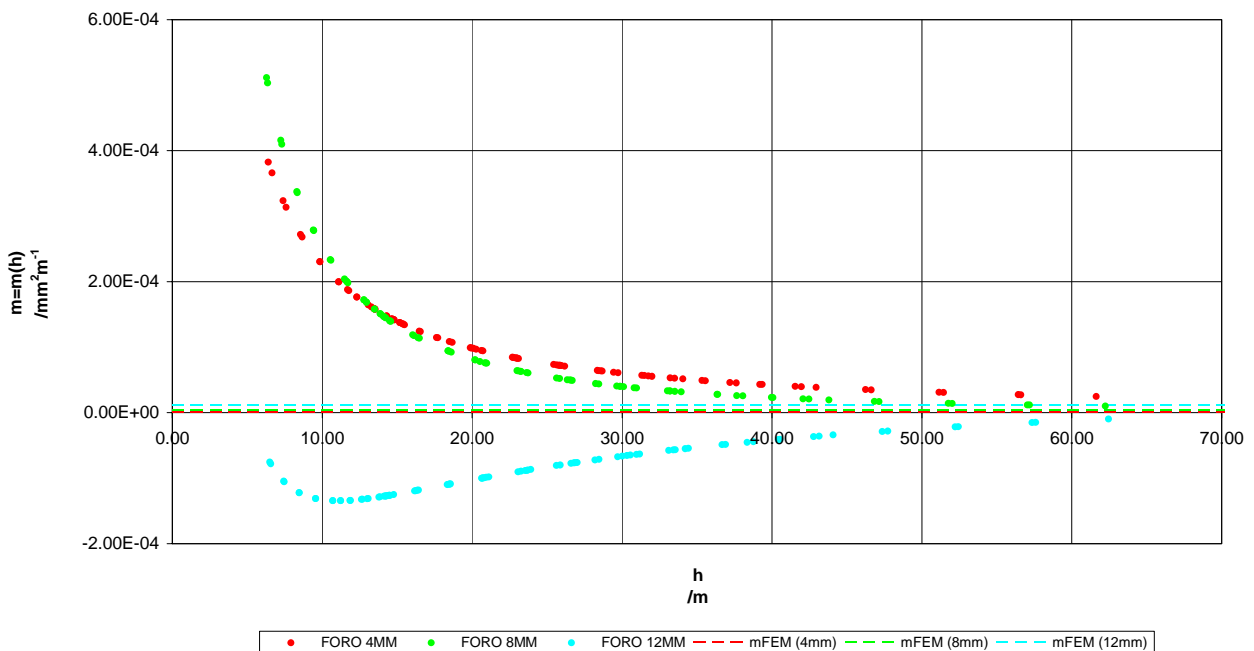


Figura 32 – confronto fra il parametro di deformazione m (May) dedotto da modelli FEM e dall'equazione di perdita adimensionale per il tubo in uPVC DN63 con lesioni tipo fori.

Il parametro di deformazione dell'area (m) introdotto da May è un utile termine di confronto fra l'equazione torricelliana con area variabile e l'equazione del modello adimensionale. Una prima analisi a carattere globale dei risultati graficati mostra come le lesioni su tubo in acciaio siano caratterizzate da una modesta deformazione. I fori su tubo in acciaio presentano coefficienti di deformazione (m) praticamente prossimi allo zero. In questo quadro si nota che il coefficiente di deformazione (May) è un parametro costante quando sono fissati: materiale, diametro, spessore e forma della lesione oltre alle condizioni di vincolo. Diversamente il parametro di deformazione stimato dall'equazione adimensionale assume valori prossimi al modello May solo per carichi piezometrici elevati, ovvero quando la deformazione meccanica della lesione è un fenomeno prevalente sulle condizioni di efflusso idrauliche. Il modello May si dimostra quindi essere una buona approssimazione della più generale legge di perdita adimensionale per i carichi piezometrici elevati.

Conclusioni

La verifica della formulazione adimensionale della legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico tramite prove di laboratorio ha avuto esito positivo. La legge di perdita adimensionale riproduce in modo accurato tutti i dati sperimentali di laboratorio. Il confronto con l'equazione torricelliana mostra una piena compatibilità del modello adimensionale con le ipotesi della foronomia classica. Inoltre riproduce in modo accurato le perdite per lesioni in cui la deformazione è un fenomeno rilevante. Il successivo confronto con il modello (May) di equazione torricelliana con area variabile in funzione del carico dimostra che la legge adimensionale è semplice, accurata e di validità generale per la stima della portata da fori e fessure longitudinali per materiali elastici.

La legge di efflusso adimensionale è inoltre uno strumento economico dal punto di vista computazionale per la stima del parametro di deformazione (m) del modello torricelliano con area variabile (May). La stima di questo parametro può essere ora svolta per mezzo della legge di efflusso adimensionale in modo più semplice ed immediato dello studio per mezzo di modelli ad elementi finiti.

Conclusioni

L'equazione di Torricelli classica è il modello di efflusso più semplice per analizzare il fenomeno delle perdite nelle reti acquedottistiche. L'equazione torricelliana è valida per lesioni di area costante (materiale indeformabile) e presenta una perdita proporzionale alla radice quadrata del carico piezometrico. I riscontri sperimentali sia in laboratorio che sulle reti di distribuzione hanno mostrato che il modello torricelliano di Torricelli classica non è sempre accurato e può fornire, in molti casi, previsioni di perdita affetti da errori considerevoli.

L'analisi dimensionale è un metodo di indagine chiaro ed efficace per lo studio dei problemi di meccanica dei fluidi connessi all'efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico. Questo metodo è stato ampiamente utilizzato nel presente lavoro per descrivere il significato fisico e i limiti del modello classico torricelliano e per definire le nuove ipotesi per la formulazione di una legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico.

Le ipotesi assunte per il modello di efflusso del presente studio sono riassunte nei punti seguenti:

- moto stazionario e uniforme in tubo a sezione circolare soggetto al campo gravitazionale
- fluido incomprimibile viscoso
- effetti trascurabili della tensione superficiale
- lesioni di forma regolare (fori/fessure)
- lesioni "piccole" rispetto alle dimensioni caratteristiche del tubo
- deformazioni localizzate in prossimità della lesione
- comportamento elastico lineare del materiale
- piccoli spostamenti e deformazioni della struttura del tubo lesionato
- tubo sollecitato dalla sola forza statica equivalente del getto in uscita (no azioni esterne come momento flettente, torcente, sforzo normale, taglio e coazioni termiche)

Nelle ipotesi elencate è presente, rispetto al modello torricelliano, un maggiore dettaglio della geometria della lesione e del tubo. La deformabilità della lesione, non compresa nel modello torricelliano, è introdotta nella definizione del modello adimensionale di efflusso attraverso il modulo elastico del materiale. Le ipotesi e i limiti di azioni e deformazioni definiscono e delimitano l'ambito di applicazione della meccanica dei corpi elasticamente deformabili per lo studio di una legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico.

Le ipotesi del modello di efflusso da lesioni a comportamento elastico sono definite dagli n parametri caratteristici del problema, ridotti a $n-3$ variabili adimensionali per mezzo dell'applicazione del teorema II:

$$\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 1 – variabili adimensionali per fori e fessure longitudinali su tubo a comportamento elastico

Con:

- D diametro interno del tubo /m
- a ampiezza o spessore della fessura /m
- b lunghezza della fessura /m
- t spessore della parete del tubo /m
- \bar{g} accelerazione di gravità /ms⁻²
- h carico piezometrico /m
- U velocità all'interno del tubo /ms⁻¹
- E modulo elastico del materiale/ Nm⁻²
- Ω area dell'apertura non deformata /m⁻²
- A area dell'apertura deformata /m⁻²
- $R_{fessura}$ raggio idraulico della fessura /m
- ν viscosità cinematica /m²s⁻¹

Il problema fisico di efflusso da lesioni su tubi a comportamento elastico è adeguatamente descritto dalla funzione adimensionale (incognita) che lega la portata (perdita) adimensionale alle variabili adimensionali.

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E} \right)$$

Equazione 2 – funzione adimensionale di efflusso per fori e fessure longitudinali su tubo a comportamento elastico

Il problema di identificare quali delle variabili adimensionali sono significative e in che modo sono legate alla portata adimensionale è stato affrontato con più metodi di indagine. L'analisi ad elementi finiti ha permesso di analizzare l'effetto dei parametri meccanici e geometrici sulla deformazione della lesione per casi di studio poi riprodotti nelle prove di laboratorio. I dati sperimentali acquisiti sono stati elaborati con metodi di regressione EPR (Evolutionary Polynomial Regression) per individuare le variabili adimensionali significative e per definire la struttura dell'equazione della legge di efflusso adimensionale. La legge di efflusso adimensionale determinata per mezzo della regressione EPR è una funzione semplice in cui risultano significative solo alcune variabili adimensionali come di seguito indicato:

$$\frac{Q}{\Omega \sqrt{gh}} = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,027} \left(\frac{R}{t} \right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,906} \left(\frac{R}{t} \right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,476} \right]$$

Equazione 3 - Formulazione adimensionale della legge di efflusso da lesioni in tubazioni a comportamento elastico

La verifica sperimentale mostra un buon accordo fra l'equazione di efflusso adimensionale e i dati acquisiti in laboratorio. L'espressione adimensionale della legge di efflusso è algebricamente semplice e valida per un vasto campo di applicazione al variare del materiale, della geometria della lesione e delle condizioni di esercizio (portata e pressione). Il confronto con il modello torricelliano rimarca le carenze di quest'ultimo quando la deformabilità del materiale, e quindi della lesione, diviene significativa. IL modello adimensionale è in ottimo accordo con modelli di perdita più accurati della foronomia classica torricelliana come ad esempio il modello di efflusso con area della lesione variabile linearmente con il carico piezometrico [May (1994)].

$$Q = C_Q \sqrt{2(\Omega + mh)} \sqrt{gh}$$

Equazione 4 – modello May, (1994)

Il notevole vantaggio dell'espressione dimensionale del modello adimensionale è la forma analitica esplicita che consente, rispetto al modello torricelliano con area variabile, la stima diretta della perdita. Il modello May richiede infatti la stima del parametro di deformazione dell'area (**m**) al variare del carico piezometrico e della forma e dimensioni della lesione. La stima del parametro può essere realizzata con modelli ad elementi finiti o con l'analisi a posteriori dei dati di perdita sperimentali.

La forma analitica esplicita consente di stimare in modo diretto e accurato il parametro di deformazione del modello May estendendo l'applicazione della legge di efflusso adimensionale alle lesioni di area iniziale nulla.

$$m = \left[2,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,027} \left(\frac{R}{t}\right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a}\right)^{0,906} \left(\frac{R}{t}\right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E}\right)^{0,476} \right] \frac{\Omega}{h}$$

Equazione 5 – parametro do deformazione dell'area nel modello May (1994)

In questo modo è superato l'unico limite applicativo della legge di efflusso adimensionale che assume quindi validità generale anche per lesioni di area iniziale nulla ($\Omega=0$). Il parametro di deformazione dedotto dall'analisi con modelli ad elementi finiti è costante mentre il parametro stimato con l'espressione di equazione 5 è variabile in funzione delle variabili adimensionali elencate. Nel capitolo precedente è stato mostrato come il parametro di deformazione valutato con l'equazione 5 tende al valore stimato con i modelli ad elementi finiti all'aumentare della pressione di esercizio.

La validità della legge di efflusso adimensionale può essere estesa anche a tubi a comportamento elastico non lineare con opportuna definizione del modulo elastico del materiale:

$$E = E(h, t, T, \sigma, \varepsilon, \dots)$$

Equazione 6 – Legge costitutiva del materiale

La possibile estensione di validità del modello è una proposta di prosecuzione dello studio illustrato in questa tesi di dottorato. Oltre a questo primo spunto di

studio vi sono anche gli effetti di lesioni "grandi" rispetto alle dimensioni caratteristiche del tubo con le relative ripercussioni sul quadro deformativo che non è più localizzato in prossimità della lesione.

APPENDICE

CAPITOLO 1

INDICE

Foronomia classica e analisi dimensionale (1)	121
Foronomia classica e analisi dimensionale (2)	125
Tubo fessurato (1).....	126
Tubo fessurato (2).....	137

Foronomia classica e analisi dimensionale (1)

Il modello torricelliano basa la sua validità sulle seguenti ipotesi:

- Il flusso ha origine da un fluido in quiete soggetto ad un campo gravitazionale
- Il fluido è caratterizzato da densità e viscosità costanti
- L'apertura a spigolo vivo è praticata su una parete piana e rigida
- L'apertura si suppone di dimensioni trascurabili rispetto al battente idraulico dato dalla differenza di quota fra il pelo libero e il baricentro dell' apertura.
- Non si assumono rilevanti altri fenomeni come ad esempio il ruolo della tensione superficiale e la forma dell'apertura.

L'insieme dei parametri caratteristici è formato dalle seguenti quattro grandezze indipendenti:

$$\rho, \mu, H, \bar{g}$$

Equazione 1

Ogni grandezza meccanica A collegata al fenomeno di efflusso deve essere una certa funzione dei suddetti quattro parametri caratteristici ($n=4$).

$$A = f_A(\rho, \mu, H, \bar{g})$$

Equazione 2

Assumendo che la proprietà A abbia le dimensioni di una portata in volume Q , in accordo con quanto esposto precedentemente deve essere:

$$Q = f_Q(\rho, \mu, H, \bar{g})$$

Equazione 3

I problemi di meccanica necessitano, per la loro completa definizione, di sole tre grandezze di base indipendenti: Lunghezza, Tempo, Massa (L,T,M)
Dal teorema π , la versione adimensionale π_Q della proprietà Q deve essere funzione di $N=n-k$ grandezze adimensionali ove N è il numero delle grandezze caratteristiche del problema e $k=3$ è il numero di dimensioni fondamentali (L,T,M). Nel presente caso risulta $N=n-k=4-3=1$ variabile adimensionale X_1 .

$$\pi_Q = \Phi_Q(X_1)$$

Equazione 4

I parametri ρ, \bar{g}, H , assunti come grandezze di base, sono dimensionalmente indipendenti. Risulta infatti che le grandezze di base hanno le seguenti dimensioni rispetto alle dimensioni fondamentali (L,T,M):

$$\begin{aligned}\rho &= L^{-3}T^0M^1 \\ H &= L^1T^0M^0 \\ g &= L^1T^{-2}M^0\end{aligned}$$

Equazione 5

il determinante della matrice delle dimensioni delle grandezze fondamentali risulta non nullo:

$$\det \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$$

Equazione 6

Dal teorema II segue che deve essere adimensionale il prodotto fra terna di grandezze di base e le singole variabili dimensionali dell'elenco dei parametri caratteristici:

$$X_1 = \rho^{x_1} H^{y_1} g^{z_1} \mu^{m_1}$$

Equazione 7

Esplicitando le dimensioni rispetto alle dimensioni fondamentali (L,T,M) l'equazione precedente risulta:

$$[X_1] = [L^{-3}T^0M^1]^{x_1} [L^1T^0M^0]^{y_1} [L^1T^{-2}M^0]^{z_1} [L^{-1}T^{-1}M^1]^{m_1} = [L^0T^0M^0]$$

Equazione 8

Dall'equazione dimensionale precedente si ottiene il seguente sistema negli esponenti incogniti:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} m_1$$

Equazione 9

da cui segue ponendo $m_1 = 1$:

$$\begin{aligned}x_1 &= -m_1 = 1 \\ y_1 &= -\frac{3}{2}m_1 = \frac{3}{2} \\ z_1 &= -\frac{1}{2}m_1 = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Equazione 10

Pertanto:

$$X_1 = \rho^1 H^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} \mu^{-1}$$

Equazione 11

È immediato rilevare come la variabile adimensionale X_1 sia il numero di Reynolds come illustrato di seguito:

$$X_1 = \frac{\rho H^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{\mu} = \frac{H H^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{\mu / \rho} = \frac{H \sqrt{gH}}{\nu}$$

Equazione 12

Le grandezze scala sono pertanto:

Lunghezza: H

Velocità: \sqrt{gH}

Viscosità cinematica: ν

In modo analogo, seguendo il procedimento illustrato in precedenza, la portata adimensionale risulta dal teorema π come segue:

$$X_Q = \rho^{x_a} H^{y_a} g^{z_a} Q$$

Equazione 13

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equazione 14

avendo imposto le dimensioni della portata in volume pari a:

$$Q = L^3 T^{-1} M^0$$

Equazione 15

Si ottiene:

$$\begin{aligned} x_Q &= 0 \\ y_Q &= -\frac{5}{2} \\ z_Q &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Equazione 16

Ne segue che la portata adimensionale risulta:

$$\pi_Q = \rho^0 H^{-\frac{5}{2}} g^{-\frac{1}{2}} Q = \frac{Q}{H^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}}}$$

Equazione 17

$$\pi_Q = \Phi_Q(X_1)$$

Equazione 18

L'equazione dimensionale $Q = f_Q(\mu, \rho, \bar{g}, H)$, espressa in termini adimensionali risulta quindi:

$$\frac{Q}{H^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}}} = \Phi_Q \left(\frac{\rho H^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{\mu} \right)$$

Equazione 19

Ora è possibile operare come segue, senza alterare la dimensione delle relazioni in oggetto.

Il numero di Reynolds qui riportato:

$$X_1 = \frac{H \sqrt{gH}}{\nu}$$

Equazione 20

fa riferimento alla lunghezza scala H e alla velocità scala \sqrt{gH} , solitamente è utile riferire la lunghezza scala alla dimensione caratteristica dell'apertura (ad esempio il diametro del foro) e la velocità scala alla velocità torricelliana come segue:

$$X_1 = \frac{d \sqrt{2gH}}{\nu}$$

Equazione 21

In tal modo si individuano le seguenti grandezze scala del problema:

Lunghezza: d

Velocità: $\sqrt{2gH}$

Viscosità cinematica: ν

La portata adimensionale risulta ora:

$$\frac{Q}{d^2 \sqrt{2gH}} = \Phi_Q \left(\frac{d \sqrt{2gH}}{\nu} \right)$$

Equazione 22

Le seguenti quantità sono dimensionalmente equivalenti ed è quindi possibile sostituire nell'equazione precedente:

$d^2 \rightarrow \Omega$; Area dell'apertura

Ottenendo:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{2gH}} = \Phi_Q \left(\frac{d\sqrt{2gH}}{\nu} \right)$$

Equazione 23

Foronomia classica e analisi dimensionale (2)

L'ipotesi iniziale di considerare solo aperture "piccole" rispetto al battente idraulico ($d \ll H$) ha permesso di escludere la dimensione dell'apertura dall'insieme dei parametri caratteristici.

Se aggiungiamo anche quest'ultimo parametro al fine di valutare l'influenza delle dimensioni dell'apertura (a parità di battente) sulla portata in uscita, l'insieme dei parametri caratteristici risulta formato dalle seguenti cinque grandezze indipendenti:

$$\rho, \mu, H, \bar{g}, d$$

Equazione 24

In accordo con quanto esposto precedentemente deve essere:

Dal teorema π , la versione adimensionale π_Q della proprietà Q deve essere funzione di $N = n - 3 = 5 - 3 = 2$ variabili adimensionali X_1, X_2 .

$$\pi_Q = \Phi_Q(X_1, X_2)$$

Equazione 25

La variabile adimensionale X_1 è già stata calcolata, rimane da determinare X_2 come segue:

$$X_2 = \rho^{x_2} H^{y_2} g^{z_2} d^{m_2}$$

Equazione 26

ponendo $m_2 = 1$, dal sistema si ottiene:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_2$$

Equazione 27

da cui:

$$\begin{aligned}x_2 &= 0 \\y_2 &= -1 \\z_1 &= 0\end{aligned}$$

Equazione 28

Pertanto:

$$X_2 = \rho^0 H^{-1} g^0 d^1$$

Equazione 29

È immediato rilevare come la variabile adimensionale X_2 sia il rapporto fra la dimensione caratteristica dell'apertura e il battente idraulico come illustrato di seguito:

$$X_2 = \frac{d}{H}$$

Equazione 30

In conclusione risulta che il coefficiente di portata dipende anche da questo secondo numero puro:

$$C_Q = \Phi_Q \left(\frac{d\sqrt{2gH}}{\nu}, \frac{d}{H} \right)$$

Equazione 31

Tubo fessurato (1)

Assumiamo che la proprietà A abbia le dimensioni di una portata in volume Q .

$$Q = f_Q(\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E, \alpha)$$

Equazione 32

Dal teorema π , la versione adimensionale π_Q della proprietà Q deve essere funzione di $N = n - 3 = 11 - 3 = 8$ variabili adimensionali $X_{i,(i=1:8)}$.

$$\pi_Q = \Phi_Q(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$$

Equazione 33

I parametri ρ, \bar{g}, p assunti come grandezze di base, sono dimensionalmente indipendenti; infatti:

$$\begin{aligned}\rho &= L^{-3} T^0 M^1 \\g &= L^1 T^{-2} M^0 \\p &= L^{-1} T^{-2} M^1\end{aligned}$$

Equazione 34

il determinante dei coefficienti risulta:

$$\det \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

Equazione 35

pertanto l'assunzione fatta è lecita.

Ricaviamo ora le otto variabili adimensionali $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$:

Considerando la variabile adimensionale:

$$X_1 = \rho^{x_1} g^{y_1} p^{z_1} D^{m_1}$$

Equazione 36

La soluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_1$$

Equazione 37

ponendo $m_1 = 1$:

$$x_1 = 1$$

$$y_1 = 1$$

$$z_1 = -1$$

Equazione 38

Pertanto:

$$X_1 = \rho^1 g^1 p^{-1} D^1$$

Equazione 39

È possibile rielaborare come segue:

$$X_1 = \rho^1 g^1 p^{-1} D^1 = \frac{\rho g D}{p} = \frac{D}{\frac{p}{\rho g}} = \frac{D}{h}$$

Equazione 40

Con h carico piezometrico.

In modo analogo è possibile ricavare le altre due variabili adimensionali relative ai parametri caratteristici a, b, t . Le relative variabili adimensionali risultano pertanto:

$$X_2 = \frac{a}{h}$$

$$X_3 = \frac{b}{h}$$

$$X_4 = \frac{t}{h}$$

Equazione 41

Considerando la variabile adimensionale:

$$X_5 = \rho^{x_5} g^{y_5} p^{z_5} \mu^{m_5}$$

Equazione 42

La soluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} m_5$$

Equazione 43

ponendo $m_5 = -1$:

$$x_5 = -\frac{1}{2}$$

$$y_5 = -1$$

$$z_5 = \frac{3}{2}$$

Equazione 44

Pertanto:

$$X_5 = \rho^{-\frac{1}{2}} g^{-1} p^{\frac{3}{2}} \mu^{-1}$$

Equazione 45

È possibile rielaborare come segue:

$$X_5 = \rho^{-\frac{1}{2}} g^{-1} p^{\frac{3}{2}} \mu^{-1} = \frac{p^{\frac{3}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}} g \mu} = \frac{h \sqrt{gh}}{\nu}$$

Equazione 46

Con h carico piezometrico e ν viscosità cinematica.
 Considerando la variabile adimensionale:

$$X_6 = \rho^{x_6} g^{y_6} p^{z_6} U^{m_6}$$

Equazione 47

La soluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \\ z_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} m_6$$

Equazione 48

ponendo $m_6 = 1$:

$$\begin{aligned} x_6 &= \frac{1}{2} \\ y_6 &= 0 \\ z_6 &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Equazione 49

Pertanto:

$$X_6 = \rho^{\frac{1}{2}} g^0 p^{-\frac{1}{2}} U^1$$

Equazione 50

È possibile rielaborare come segue:

$$X_6 = \rho^{\frac{1}{2}} g^0 p^{-\frac{1}{2}} U^1 = \frac{\rho^{\frac{1}{2}} U}{p^{\frac{1}{2}}} = \frac{U}{p^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}}} = \frac{U}{\left(\frac{p}{\rho} \cdot \frac{g}{g}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{U}{\sqrt{gh}}$$

Equazione 51

Con h carico piezometrico.

Considerando la variabile adimensionale:

$$X_7 = \rho^{x_7} g^{y_7} p^{z_7} E^{m_7}$$

Equazione 52

La soluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ y_7 \\ z_7 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} m_7$$

Equazione 53

ponendo $m_7 = 1$:

$$x_7 = 0$$

$$y_7 = 0$$

$$z_7 = -1$$

Equazione 54

Pertanto:

$$X_7 = \rho^0 g^0 p^{-1} E^1$$

Equazione 55

È possibile rielaborare come segue:

$$X_7 = \rho^0 g^0 p^{-1} E^1 = \frac{E}{p} = \frac{E}{\frac{\rho g p}{\gamma h}} = \frac{E}{\gamma h}$$

Equazione 56

In fine considerando la variabile adimensionale:

$$X_8 = \rho^{x_8} g^{y_8} p^{z_8} \alpha^{m_8}$$

Equazione 57

La soluzione del sistema:

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_8 \\ y_8 \\ z_8 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_8$$

Equazione 58

ponendo $m_8 = 1$:

$$x_8 = 0$$

$$y_8 = 0$$

$$z_8 = 0$$

Equazione 59

Pertanto:

$$X_8 = \rho^0 g^0 p^0 \alpha^1$$

Equazione 60

Il risultato è ovvio in quanto l'angolo è una grandezza adimensionale data dal rapporto dell'arco e il raggio:

$$X_8 = \rho^0 g^0 p^0 \alpha^1 = \alpha$$

Equazione 61

Seguendo il teorema π :

$$X_Q = \rho^{x_Q} g^{y_Q} p^{z_Q} Q^{m_Q}$$

Equazione 62

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \\ z_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} m_Q$$

Equazione 63

avendo posto le dimensioni della portata pari a:

$$Q = L^3 T^{-1} M^0$$

Equazione 64

con l'esponente $m_Q = 1$ si ottiene:

$$x_Q = \frac{5}{2}$$

$$y_Q = 2$$

$$z_Q = -\frac{5}{2}$$

Equazione 65

Ne segue che la portata adimensionale risulta:

$$\pi_Q = \rho^{\frac{5}{2}} g^2 p^{-\frac{5}{2}} Q^1 = \frac{\rho^{\frac{5}{2}} g^2 Q}{p^{\frac{5}{2}}} = \frac{Q}{h^2 \sqrt{gh}}$$

Equazione 66

L'espressione generale in forma adimensionale

$$\pi_Q = \Phi_Q(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$$

Equazione 67

dell'equazione dimensionale $Q = f_Q(\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E)$, risulta quindi:

$$\boxed{\frac{Q}{h^2 \sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{D}{h}, \frac{a}{h}, \frac{b}{h}, \frac{t}{h}, \frac{h\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{E}{\gamma h}, \alpha \right)}$$

Equazione 68

L'espressione di Equazione 68 può essere scritta in una forma più generale come segue:

$$\Psi_Q \left(\frac{D}{h}, \frac{a}{h}, \frac{b}{h}, \frac{t}{h}, \frac{h\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{E}{\gamma h}, \alpha, \frac{Q}{h^2\sqrt{gh}} \right) = 0$$

Equazione 69

Le variabili adimensionali "primitive" dell'espressione generale Ψ_Q sono riassunte nell'elenco seguente:

$$X_1 = \frac{D}{h}; X_2 = \frac{a}{h}; X_3 = \frac{b}{h}; X_4 = \frac{t}{h}; X_5 = \frac{h\sqrt{gh}}{v}; X_6 = \frac{U}{\sqrt{gh}}; X_7 = \frac{E}{\gamma h}; X_8 = \alpha; \pi_Q = \frac{Q}{h^2\sqrt{gh}}$$

Le variabili adimensionali "primitive" possono essere riordinate e sostituite da combinazioni delle stesse come segue [Massey]:

$$X'_1 = X_1^{-1} = \left(\frac{D}{h} \right)^{-1} = \frac{h}{D}$$

$$X'_2 = X_1^{-1} \cdot \frac{X_2 X_3}{2(X_2 + X_3)} = \frac{h}{D} \cdot \frac{\frac{a}{h} \frac{b}{h}}{2 \left(\frac{a}{h} + \frac{b}{h} \right)} = \frac{h}{D} \cdot \frac{\frac{ab}{h^2}}{2 \frac{a+b}{h}} = \frac{h}{D} \cdot \frac{ab}{h^2} \cdot \frac{h}{2(a+b)} = \frac{ab}{2(a+b)} \frac{h}{D} = \frac{R_{fessura}}{D}$$

$$X'_3 = X_2^{-1} \cdot X_3 = \frac{h}{a} \cdot \frac{b}{h} = \frac{b}{a}$$

$$X'_4 = X_4^{-1} \cdot \frac{X_2 X_3}{2(X_2 + X_3)} = \frac{h}{t} \cdot \frac{\frac{a}{h} \frac{b}{h}}{2 \left(\frac{a}{h} + \frac{b}{h} \right)} = \frac{h}{t} \cdot \frac{\frac{ab}{h^2}}{2 \frac{a+b}{h}} = \frac{h}{t} \cdot \frac{ab}{h^2} \cdot \frac{h}{2(a+b)} = \frac{ab}{2(a+b)} \frac{h}{t} = \frac{R_{fessura}}{t}$$

$$X'_5 = \frac{X_2 X_3}{2(X_2 + X_3)} \cdot X_5 = \frac{\frac{a}{h} \frac{b}{h}}{2 \left(\frac{a}{h} + \frac{b}{h} \right)} \cdot \frac{h\sqrt{gh}}{v} = \frac{\frac{ab}{h^2}}{2 \frac{a+b}{h}} \cdot \frac{h\sqrt{gh}}{v} = \frac{ab}{h^2} \frac{h}{2(a+b)} \cdot \frac{h\sqrt{gh}}{v} = \dots$$

$$\dots = \frac{\frac{ab}{2(a+b)} \sqrt{gh}}{v} = \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}$$

$$X'_6 = X_6 = \frac{U}{\sqrt{gh}}$$

$$X'_7 = X_7^{-1} = \frac{\gamma h}{E}$$

$$X'_8 = X_8 = \alpha$$

$$\pi'_Q = X_2^{-1} \cdot X_3^{-1} \cdot \pi_Q = \frac{h}{a} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{Q}{h^2\sqrt{gh}} = \frac{Q}{ab\sqrt{gh}}$$

Dopo le elaborazioni illustrate l'espressione generale diviene:

$$\Psi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha, \frac{Q}{ab\sqrt{gh}} \right) = 0$$

Equazione 70

Risulta ora utile illustrare nel dettaglio il significato fisico delle variabili adimensionali dedotte con opportune manipolazioni algebriche dalle variabili adimensionali nella forma "primitiva".

Carico piezometrico

$$\frac{h}{D}$$

Equazione 71

Il carico piezometrico in una condotta in pressione è convenzionalmente riferito alla linea d'asse della condotta stessa. Normalmente viene accettata o presunta valida l'ipotesi di distribuzione uniforme di pressione sulla sezione della condotta stessa. Questa ipotesi è bene approssimata nella realtà quando la linea dei carichi piezometrici è molto più grande delle dimensioni caratteristiche del condotto. Algebricamente la condizione è bene approssimata quando:

$$\frac{h}{D} \gg 1$$

Equazione 72 – distribuzione uniforme di pressione in condotta

In queste condizioni la posizione della lesione non è un parametro rilevante ai fini della portata uscente in quanto la pressione non cambia lungo il perimetro della sezione della condotta.

Il caso opposto, quando il carico piezometrico è dello stesso ordine di grandezza della dimensione caratteristica della sezione, il parametro in esame risulta rilevante. Un esempio è la lesione sulla parete di una condotta con moto a pelo libero. La posizione della lesione è un dato fondamentale che influenza direttamente la portata in uscita.

Raggio idraulico fessura adimensionale

$$R_{fessura, ad} = \frac{R_{fessura}}{D}$$

Equazione 73

È immediato notare che il raggio idraulico adimensionale è il rapporto del raggio idraulico della fessura e 4 volte il raggio idraulico del condotto circolare

$$R_{fessura,ad.} = \frac{ab}{2(a+b)} = \frac{R_{fessura}}{4 \cdot \frac{D}{4}} = \frac{R_{fessura}}{4 \cdot R_{tubo}}$$

Il raggio idraulico di una sezione in cui vi è flusso di fluido è una delle grandezze che ne riassumono il comportamento. Il raggio idraulico adimensionalizzato al diametro del tubo è un indice di quanto la lesione sulla parete del tubo è rilevante rispetto al moto principale nel tubo stesso.

Rapporto di forma

$$\frac{b}{a}$$

Equazione 74

Il parametro di forma è un indice della regolarità della lesione. In particolare lesioni molto strette e lunghe presentano elevati valori del parametro. Diversamente il caso limite di geometrie regolari di forma compatta come fori, rombi e quadrati il parametro tende a 1.

Spessore della parete

$$\frac{R_{fessura}}{t}$$

Equazione 75

Il rapporto adimensionale fra il raggio della fessura e lo spessore del tubo è un indice di due grandezze fisiche distinte. Anzitutto il rapporto indica lo spessore relativo della parete rispetto alla lesione. Valori elevati del rapporto indicano un flusso attraverso lesione in parete sottile. Diversamente, quando il rapporto è molto minore di 1, il reciproco del parametro indica lo spessore della parete in ragione del numero di raggi idraulici della lesione. Questo parametro è idraulicamente importante quando la condizione di stacco di vena di parete sottile non è più valida e si instaura un moto in cui l'adesione alle pareti della lesione determina un moto con sviluppo di strato limite.

Numero di Reynolds della fessura

$$\frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}$$

Equazione 76

Il numero di Reynolds è valutato con la lunghezza scala pari al raggio idraulico della fessura e la velocità caratteristica pari alla velocità torricelliana a meno

del fattore $2^{0.5}$. Il numero di Reynolds indica il rapporto fra le forze di inerzia e le forze viscosse.

Numero di Froude

$$\frac{U}{\sqrt{gh}}$$

Equazione 77

Il numero di Froude è valutato con la velocità scala pari alla velocità media a monte della lesione, la lunghezza scala pari al carico piezometrico in prossimità della lesione.

Il significato fisico del numero di Froude è il rapporto fra le forze di inerzia e le forze di massa tipico per i problemi di moto a superficie libera ove il moto è caratterizzato prevalentemente dal geopotenziale. Il significato del numero di froude nel presente contesto è più chiaro se si considera il contesto vettoriale. Infatti il rapporto fra la velocità media longitudinale in asse al tubo e la velocità teorica di uscita dalla lesione è pari alla tangente dell'angolo formato da questi due vettori come indicato nella figura seguente:

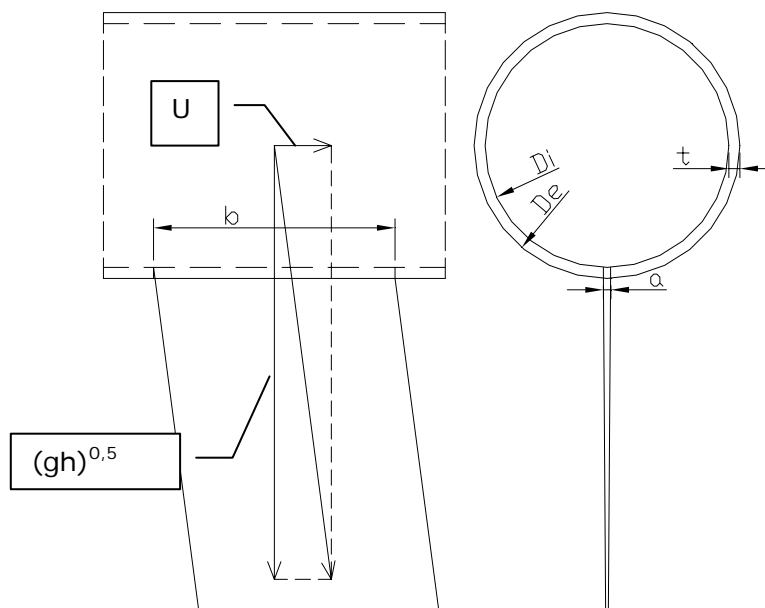


Figura 1 – angolo di uscita del getto

Elevati valori del numero di froude indicano che la componente longitudinale di velocità del fluido è sensibilmente presente nel getto in uscita e visibile per mezzo di un "trascinamento" del getto nella direzione del flusso. Diversamente, quando il numero di Froude è molto inferiore a 1 il getto è poco influenzato

dalla velocità in condotta. All'uscita è visibile come getto ortogonale all'asse del tubo.

Numero Aeroelastico

$$\frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 78

Il numero puro è valutato come rapporto fra pressioni. In particolare la pressione esercitata dal fluido e il modulo elastico del materiale.

Il numero puro esprime il rapporto di natura meccanica fra le azioni e il modulo elastico del materiale. Il numero puro dedotto per il caso in esame ha un corrispettivo nel campo della modellazione aerodinamica ove si devono valutare le interazioni fluido-struttura. Il parametro di aeroelasticità [Massey] definito come:

$$Ae = \frac{\rho V^2}{E}$$

Equazione 79

È dato dal rapporto del carico aerodinamico sulla struttura e il modulo di elasticità lineare del materiale della struttura stessa.

Angolo di inclinazione della giacitura della lesione

$$\alpha$$

Equazione 80

L'inclinazione della lesione sulla superficie esterna del tubo è espressa direttamente dall'angolo in radianti.

Portata adimensionale

$$\frac{Q}{ab\sqrt{gh}}$$

Equazione 81

La variabile dipendente è data dal rapporto fra la portata in volume al numeratore e la portata teorica al denominatore (a meno del fattore $2^{0,5}$ nell'espressione della velocità torricelliana)

L'area nominale della sezione della fessura è pari al prodotto $\Omega=ab$ delle dimensioni della fessura.

È possibile indicare in modo equivalente l'area della generica lesione come segue:

$$\Omega = ab$$

Equazione 82

La variabile adimensionale diviene quindi:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}}$$

Equazione 83

L'espressione generale in forma adimensionale con evidenziate le variabili indipendenti e dipendente risulta quindi:

$$\frac{Q}{\Omega\sqrt{gh}} = \Phi_Q \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 84

Tubo fessurato (2)

Assumiamo che la proprietà A abbia le dimensioni di una superficie.

$$A = f_A(\rho, \mu, D, a, b, t, \bar{g}, p, U, E, \alpha)$$

Equazione 85

Dal teorema π , la versione adimensionale π_A della proprietà A deve essere funzione di $N = n - 3 = 11 - 3 = 8$ variabili adimensionali $X_i, (i=1:8)$.

$$\pi_A = \Phi_A(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$$

Equazione 86

$$\pi_A = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 87

Seguendo il teorema π :

$$\pi_A = \rho^{x_A} g^{y_A} p^{z_A} A^{m_A}$$

Equazione 88

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_A$$

Equazione 89

avendo posto le dimensioni dell'area pari a:

$$A = L^2 T^0 M^0$$

Equazione 90

con l'esponente $m_A = 1$ si ottiene:

$$\begin{aligned}x_A &= 2 \\y_A &= 2 \\z_A &= -2\end{aligned}$$

Equazione 91

Ne segue che l'area adimensionale risulta:

$$\pi_A = \rho^2 g^2 p^{-2} A^1 = \frac{\rho^2 g^2 A}{p^2} = \frac{A}{h^2}$$

Equazione 92

L'espressione generale in forma adimensionale

$$\pi_A = \Phi_A(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$$

Equazione 93

risulta quindi:

$$\frac{A}{h^2} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 94

Come illustrato precedentemente le variabili adimensionali possono essere manipolate come di seguito illustrato:

$$\pi'_A = X_2^{-1} \cdot X_3^{-1} \cdot \pi_A = \frac{h}{a} \cdot \frac{h}{b} \cdot \frac{A}{h^2} = \frac{A}{ab} = \frac{A}{\Omega}$$

Equazione 95

La variabile dipendente è data dal rapporto fra l'area al numeratore e l'area della sezione della lesione teorica o nominale al denominatore.
 risulta quindi:

$$\frac{A}{\Omega} = \Phi_A \left(\frac{h}{D}, \frac{R_{fessura}}{D}, \frac{b}{a}, \frac{R_{fessura}}{t}, \frac{R_{fessura} \sqrt{gh}}{v}, \frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{\gamma h}{E}, \alpha \right)$$

Equazione 96

APPENDICE

CAPITOLO 2

INDICE

Analisi di sensibilità ai parametri del modello.....	141
Modulo elastico	141
Fessura 100mm x 3mm	141
Foro 10mm	142
Spessore del tubo.....	143
Fessura 100mm x 3mm	144
Foro 10mm	145
Caratteristiche del vincolo del modello.....	146

Analisi di sensibilità ai parametri del modello

Il metodo ad elementi finiti consente di studiare l'effetto sul risultato numerico di alcuni parametri caratteristici del modello. In particolare è interessante valutare l'influenza sulla deformazione della lesione di alcuni parametri del calcolo:

- 1) tipologia di vincolo della struttura (cerniera-incastro)
- 2) modulo elastico
- 3) spessore del tubo

Le analisi condotte su questi punti di indagine sono illustrate nel seguito.

Modulo elastico

Il modulo elastico del materiale determina la rigidità del tubo e quindi le deformazioni attese a parità di carico applicato. Per questo tipo di analisi è stato utilizzato il modello con la geometria del tubo DN100 in acciaio con due tipi di lesione: fessura di apertura $a=3\text{mm}$ di lunghezza pari a $b=100\text{mm}$ e foro con diametro $d=10\text{mm}$. Il modulo elastico è stato ridotto fino a valori modesti, inferiori al modulo del polietilene ad alta densità PEAD100 il cui modulo elastico è circa 1GPa.

I risultati sono riportati nelle tabelle e nei grafici seguenti:

Fessura 100mm x 3mm

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN100	t=3.6mm	b=100mm	p=10bar	
E	Area fessura		Variazione		Coeff.
	iniziale	finale			<i>m</i>
/mm	/mm ²	/mm ²	/mm ²	/%	/mm ² m ⁻¹
200000	306.95	317.71	10.76	3.51	1.08E-01
20000	306.95	414.20	107.3	34.94	1.07E+00
2000	306.95	1344.0	1037	337.86	1.04E+01
200	306.95	7132.7	6826	2223.72	6.83E+01

spessore fessure $a=3\text{mm}$

Tabella 1 – risultati dei modelli FEM in funzione del modulo elastico

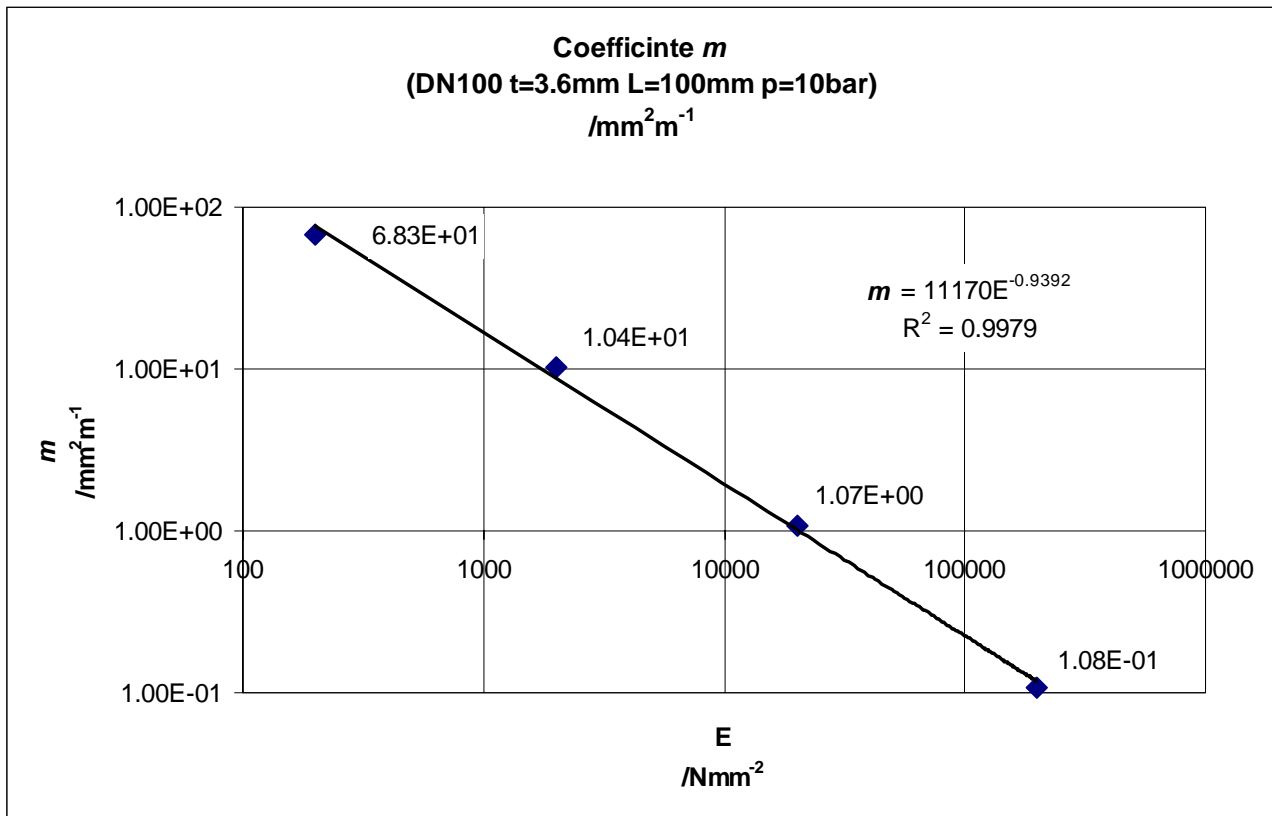


Figura 1 – Coefficiente m stimati da risultati di modelli FEM realizzati con modulo elastico crescente (fessure)

Foro 10mm

Quadro riassuntivo					
	DN100	t=3.6mm	d=10mm	p=10bar	

E	Area foro		Variazione		Coeff.
	iniziale	finale	$/\text{mm}^2$	%	m
$/\text{mm}$	$/\text{mm}^2$	$/\text{mm}^2$	$/\text{mm}^2$		$/\text{mm}^2\text{m}^{-1}$
200000	77.64	77.66	0.015	0.019	1.46E-04
20000	77.64	77.79	0.151	0.194	1.51E-03
2000	77.64	79.14	1.500	1.932	1.50E-02
200	77.64	92.10	14.45	18.62	1.45E-01

Tabella 2 – risultati dei modelli FEM in funzione del modulo elastico

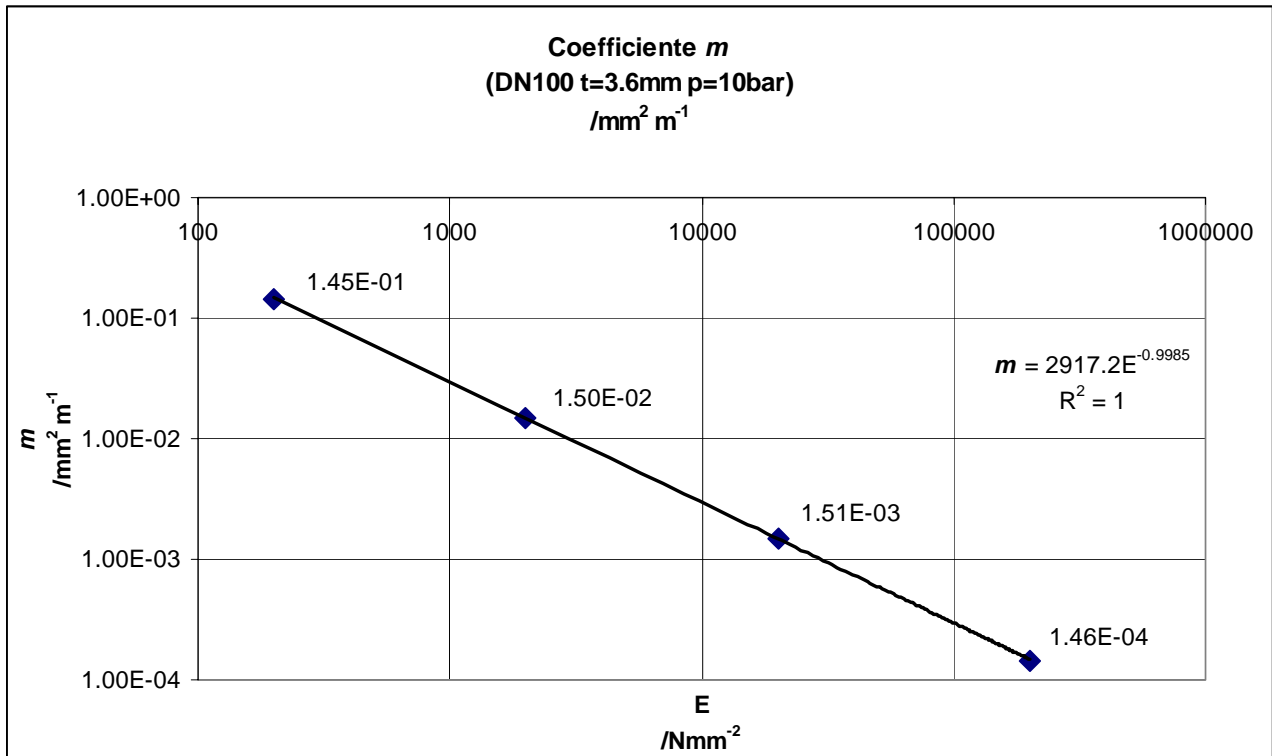


Figura 2 – Coefficiente m stimati da risultati di modelli FEM realizzati con modulo elastico crescente (fori)

I risultati dei modelli FEM evidenziano che le deformazioni e gli spostamenti sono inversamente proporzionali al modulo elastico. Questo risultato trova pieno riscontro in letteratura [Cassa, Van Zyl, Laubscher (2010)], [Cassa, Van Zyl (2010)] su modelli ad elementi finiti di tubi fessurati.

Spessore del tubo

Lo spessore del tubo influenza la rigidità locale in prossimità della lesione e quindi le deformazioni attese a parità di carico applicato.

Per questo tipo di analisi è stato utilizzato il modello del tubo DN100 in acciaio con due tipi di lesione: fessura di apertura $a=3\text{mm}$ di lunghezza pari a $b=100\text{mm}$ e foro con diametro $d=10\text{mm}$. Lo spessore è stato poi ridotto progressivamente.

I risultati sono riportati nelle tabelle e nei grafici seguenti:

Fessura 100mm x 3mm

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN100	$E=2 \cdot 10^5$	$b=100\text{mm}$	$p=10\text{bar}$	

t	Area fessura		Variazione		Coeff.
	iniziale	finale	/mm ²	/%	m
/mm	/mm ²	/mm ²	/mm ²	/%	/mm ² m ⁻¹
5.6	306.95	311.81	4.86	1.58	4.86E-02
4.6	306.95	313.87	6.92	2.25	6.92E-02
3.6	306.95	317.71	10.76	3.51	1.08E-01
2.6	306.95	326.41	19.46	6.34	1.95E-01
1.6	306.95	354.53	47.58	15.50	4.76E-01
0.6	306.95	603.26	296.31	96.53	2.96E+00
0.36	306.95	1078.79	771.84	251.45	7.72E+00

spessore fessure a= 3mm

Tabella 3 – risultati dei modelli FEM in funzione dello spessore del tubo

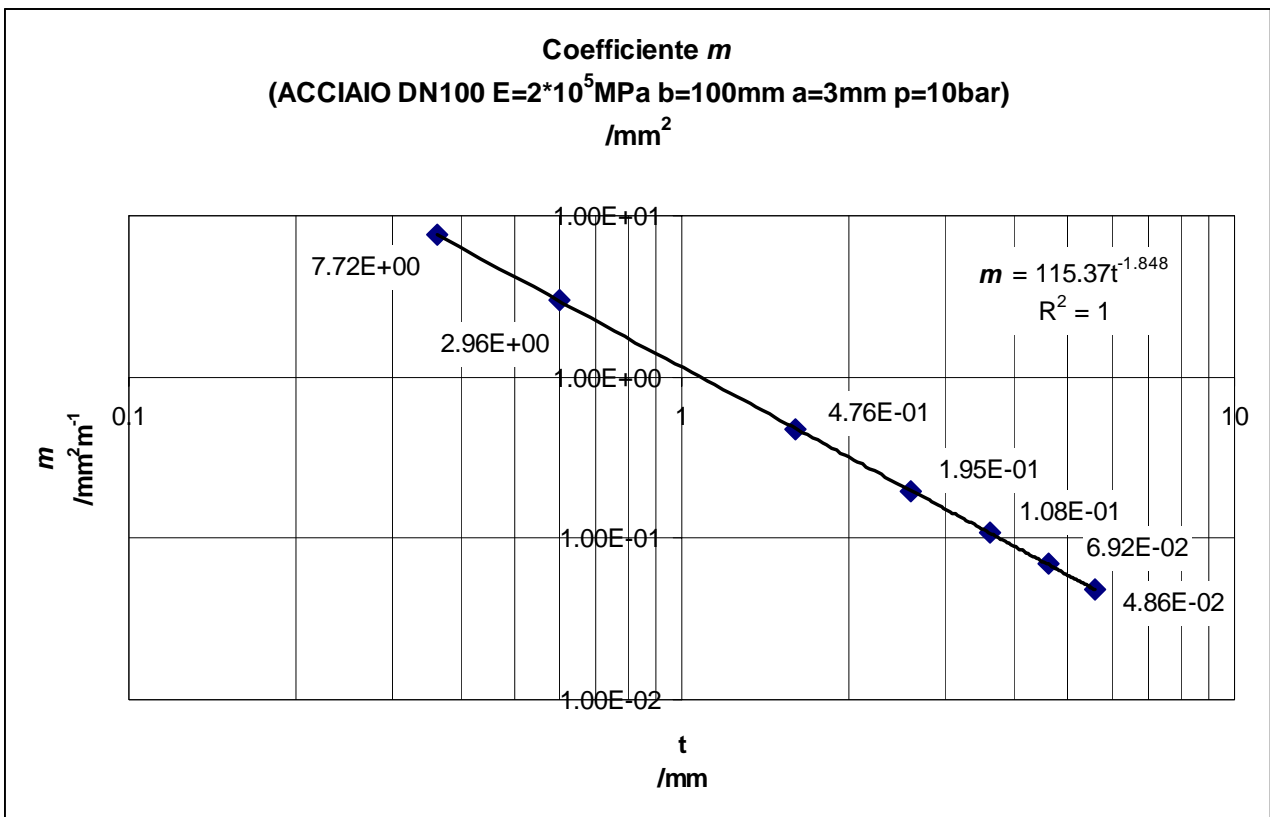


Figura 3 – variazione della deformazione dell'area della lesione a parità di pressione per modelli FEM realizzati con spessore del tubo crescente (fessure)

Foro 10mm

Quadro riassuntivo					
ACCIAIO	DN100	$E=2 \cdot 10^5$	$d=10\text{mm}$	$p=10\text{bar}$	

t	Area foro		Variazione		Coeff.
	iniziale	finale			m
/mm	/mm ²	/mm ²	/mm ²	/%	/mm ² m ⁻¹
3.6	77.644	77.658	0.015	0.019	1.46E-04
2.6	77.644	77.664	0.021	0.027	2.09E-04
1.6	77.644	77.679	0.035	0.045	3.50E-04
0.6	77.644	77.750	0.107	0.138	1.07E-03
0.36	77.644	77.873	0.230	0.296	2.30E-03

Tabella 4 – risultati dei modelli FEM in funzione dello spessore del tubo

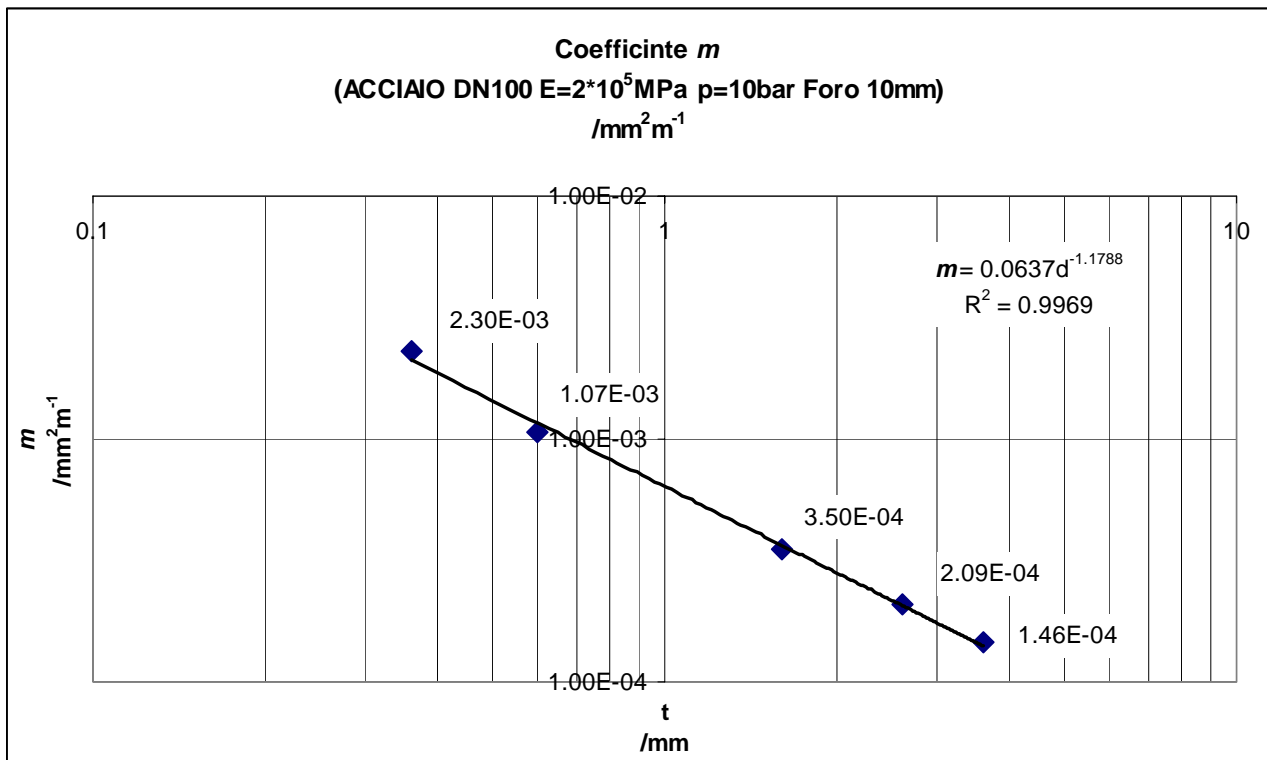


Figura 4 – variazione della deformazione dell’area della lesione a parità di pressione per modelli FEM realizzati con spessore crescente (fori)

I risultati del modello evidenziano che la diminuzione dello spessore comporta un aumento della deformazione. I risultati sono coerenti con analoghe simulazioni numeriche di letteratura [Cassa, Van Zyl (2010)].

Si rileva comunque che la variazione di deformabilità al variare dello spessore dipende anche dal tipo di lesione.

Caratteristiche del vincolo del modello

La tipologia di vincolo e la sua posizione rispetto alla zona di tubo lesionata può avere un effetto significativo sul risultato della simulazione.

Per questo tipo di analisi è stato utilizzato il modello del tubo DN65 in uPVC con due fessure di lunghezza pari a 100mm e 200mm. I risultati sono riportati nelle tabelle e nei grafici seguenti.

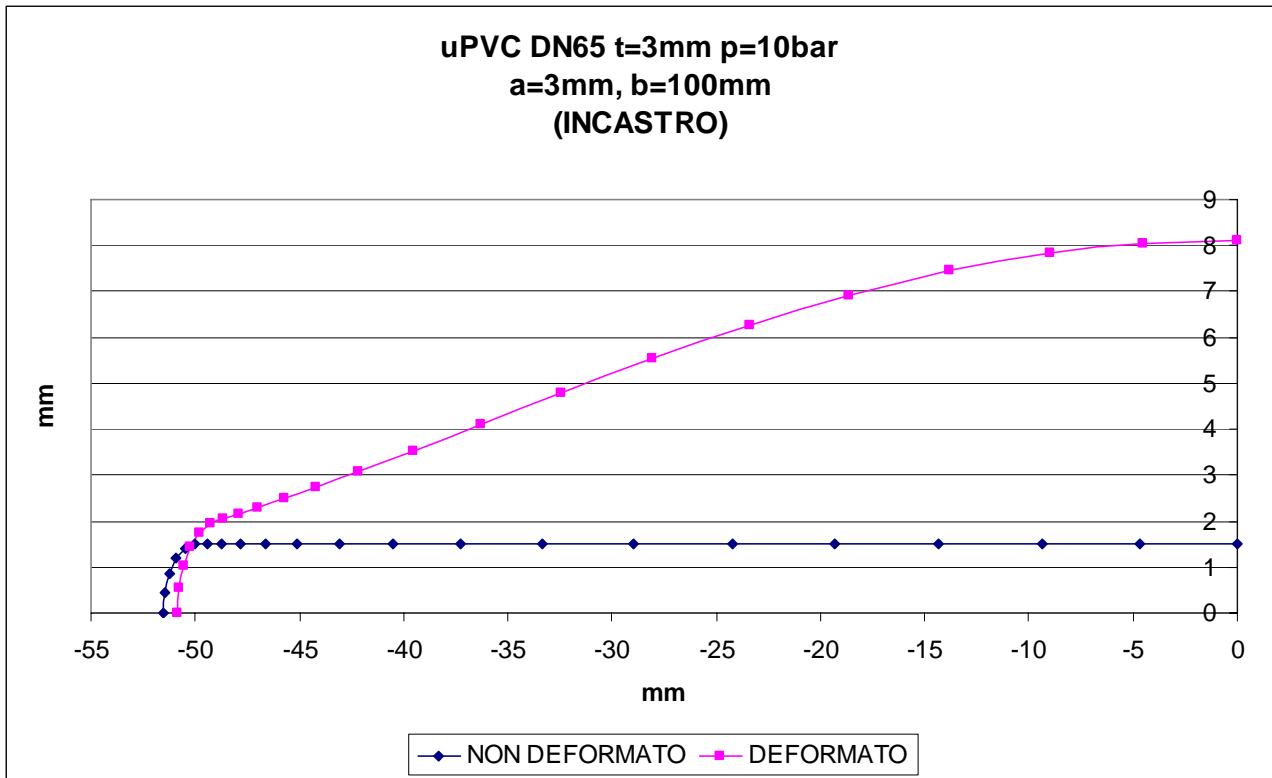


Figura 5 – rappresentazione grafica della lesione indeformata e deformata per modello FEM con vincolo di incastro. La figura rappresenta un quarto dell'intera lesione.

Area fessura		Variazione	
iniziale	finale		
/mm ²	/mm ²	/mm ²	/%
307.0	1133.5	826.5	269

Tabella 5 – risultati dei modelli FEM con vincoli di incastro

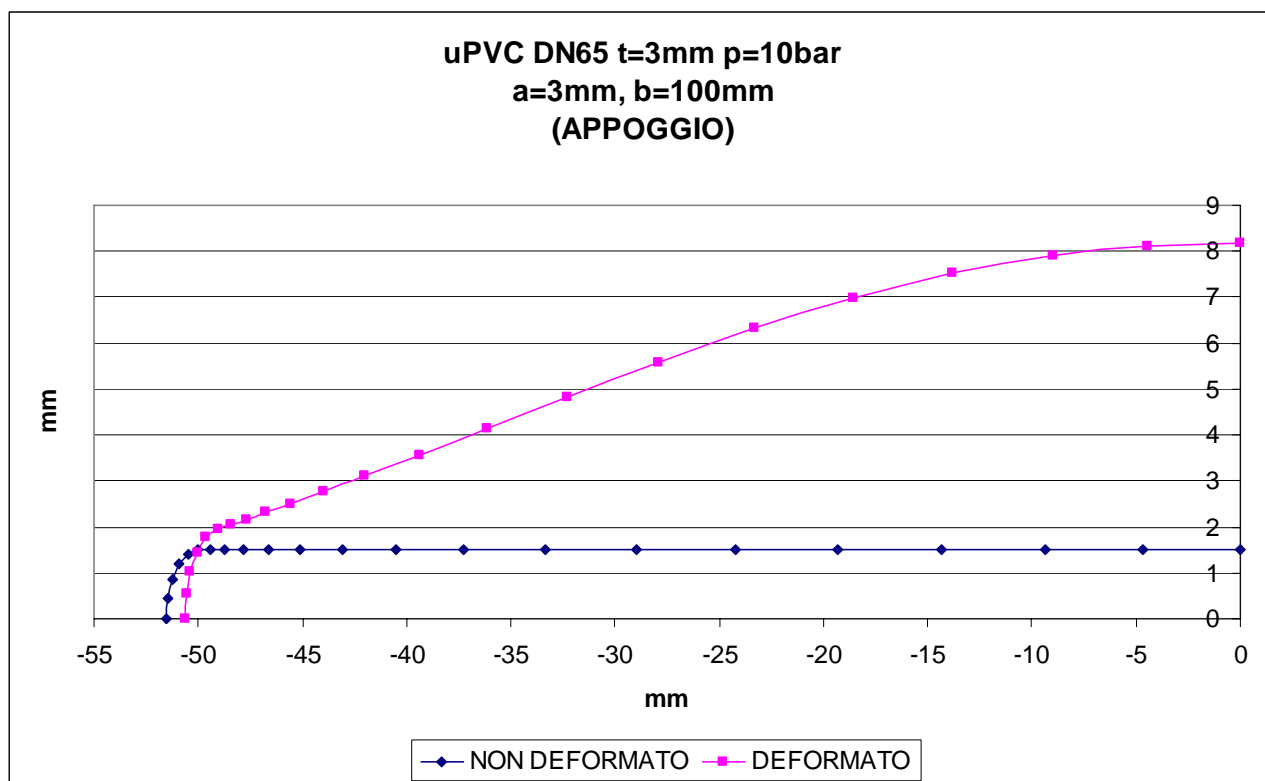


Figura 6 – rappresentazione grafica della lesione indeformata e deformata per modello FEM con vincolo di appoggio. La figura rappresenta un quarto dell’intera lesione.

Area fessura		Variazione	
iniziale	finale		
/mm ²	/mm ²	/mm ²	/%
307.0	1138.6	831.7	271

Tabella 6 – risultati dei modelli FEM con vincoli di appoggio

Il confronto dei risultati riportati nella tabella seguente evidenzia che il tipo di vincolo non modifica sensibilmente il valore di deformazione locale.

vincolo	Area fessura	
	iniziale	finale
	/mm ²	/mm ²
incastro	307.0	1133.5
appoggio	307.0	1138.6

differenza	/mm ²	5.14
differenza	%	0.45

Tabella 7 – risultati dei modelli FEM, confronto delle soluzioni con vincoli di appoggio e incastro

Lo studio dell’effetto che il tipo di vincolo ha sulla deformazione locale della lesione fornisce indicazioni utili per la successiva applicazione in ambito sperimentale ove il vincolo “reale” si discosta sia dall’incastro che dalla cerniera. I risultati di questa analisi consentono ragionevolmente ritenere che l’incremento di area riprodotto in laboratorio non è affetto significativamente dal tipo di vincolo e quindi la sperimentazione è rappresentativa del comportamento locale della deformazione.

APPENDICE

CAPITOLO 3

INDICE

Introduzione.....	152
Risultati delle prove sperimentali.....	152
ACCIAIO DN50 – FORI	153
TUBO PROVA FORO 4MM	154
TUBO PROVA FORO 8MM	155
TUBO PROVA FORO 12MM.....	155
ACCIAIO DN50 – FESSURE	156
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	157
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	157
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	158
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	158
u-PVC DN63 – FORI	159
TUBO PROVA FORO 4MM	160
TUBO PROVA FORO 8MM	160
TUBO PROVA FORO 12MM.....	161
u-PVC DN63 – FESSURE	162
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	163
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	163
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	164
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	164
ACCIAIO DN100 – FORI.....	165
TUBO PROVA FORO 4MM	166
TUBO PROVA FORO 8MM	166
TUBO PROVA FORO 12MM.....	167
ACCIAIO DN100 – FESSURE.....	168
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	169
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	169
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	170
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	170
u-PVC DN110 – FORI	171
TUBO PROVA FORO 4MM	172
TUBO PROVA FORO 8MM	172
TUBO PROVA FORO 12MM.....	173
u-PVC DN110 – FESSURE	174
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	175
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	175
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	176
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	176
Risultati delle misure estensimetriche.....	177
u-PVC DN63 – FESSURE	180
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	180
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	181
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	182
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	183
u-PVC DN110 – FESSURE	185
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM.....	185
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM.....	187
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM.....	188
TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM.....	190
Portata volumetrica della perdita	191
Verifica sperimentale.....	191
Accuratezza del sistema di misura della portata	198

Carico piezometrico nella lesione	199
Stima delle pressioni in prossimità della lesione	203
Accuratezza della stima del carico piezometrico.....	205
Misura della pressione.....	206
Misura delle aree dei tubi	206
Peso specifico dell'acqua di laboratorio.....	206
Massa volumica dell'acqua di laboratorio.....	206
Temperatura	209
Deformazione (misure estensimetriche)	210
Compensazione di temperatura.....	211
Stima del modulo elastico lineare da misure estensimetriche	213
Stato piano di tensione.....	214
Bibliografia	219

Introduzione

Sono riportati per intero i risultati sperimentali dedotti dalle misure sui tubi con fori e fessure longitudinali. Le grandezze acquisite durante le prove sperimentali condotte in laboratorio sono caratterizzate da elaborazioni numeriche dei dati grezzi acquisiti.

Le grandezze misurate non sono direttamente le grandezze del modello. La portata in uscita dalla lesione e il carico piezometrico in prossimità della lesione sono misure indirette che derivano da calcoli svolti sulle misure di portata e pressione in determinate sezioni di misura dell'impianto. La portata in uscita dalla lesione è determinata per differenza delle misure a monte e a valle. Il carico piezometrico in prossimità della lesione è calcolato dalle pressioni misurate a monte e a valle della lesione e dal peso specifico del liquido di prova. Sono di seguito illustrati i metodi di misura delle due grandezze che definiscono la legge di perdita: Portata e carico piezometrico. Oltre a queste è illustrato il metodo per la stima del modulo elastico del materiale nelle condizioni di esercizio da misure di pressione e di deformazione con estensimetri elettrici.

Risultati delle prove sperimentali

Le prove di laboratorio sono state eseguite su spezzoni di tubo in cui è stata realizzata la lesione per mezzo di lavorazioni alla macchina utensile. I tubi utilizzati sono di tipo commerciale in acciaio e in uPVC di lunghezza pari a 120cm. Le caratteristiche geometriche sono riassunte nella seguente tabella:

		Acciaio	Acciaio	PVC-U	PVC-U
Diametro Nominale DN		100	50	110	65
Diametro esterno nominale	mm	114,3	60,3	110,0	63,0
Diametro esterno massimo	mm	113,9	60,2	110,4	63,3
Diametro esterno minimo	mm	113,0	59,6	110,0	63,0
Diametro esterno medio	mm	113,45	59,9	110,2	63,15
Diametro interno	mm	106,25	54,1	101,1	56,55
spessore massimo	mm	3,6	2,9	4,9	3,6
spessore minimo	mm	3,6	2,9	4,2	3,0
spessore medio	mm	3,6	2,9	4,55	3,3

Tabella 1 - Parametri geometrici dei tubi commerciali

Per ogni diametro e materiale sono state eseguite le prove come illustrato nel dettaglio nei punti precedenti. Le tabelle seguenti riassumono le prove eseguite ordinate in due gruppi di diametro nominale:

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori (d)			Spessore Fessure (a)	Lunghezza fessure Longitudinali (b)			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 2 – programma prove su spezzoni DN100/DN110

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori (d)			Spessore Fessure (a)	Lunghezza fessure Longitudinali (b)			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

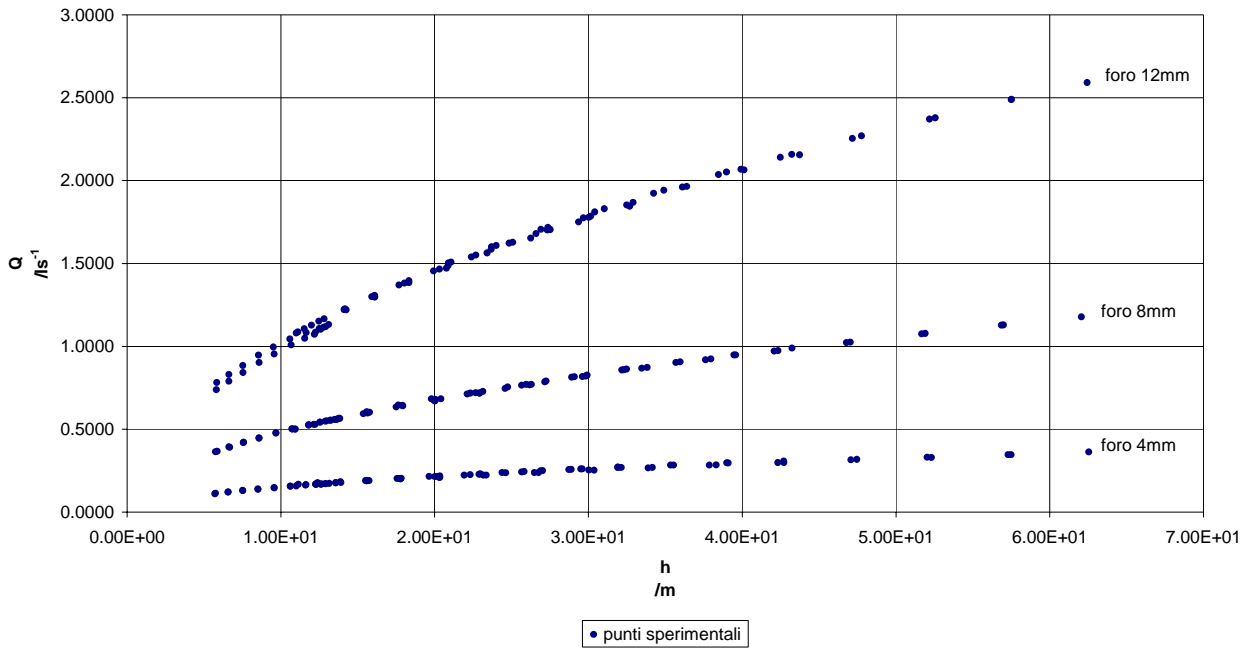
Tabella 3 – programma prove su spezzoni DN50/DN65

ACCIAIO DN50 – FORI

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

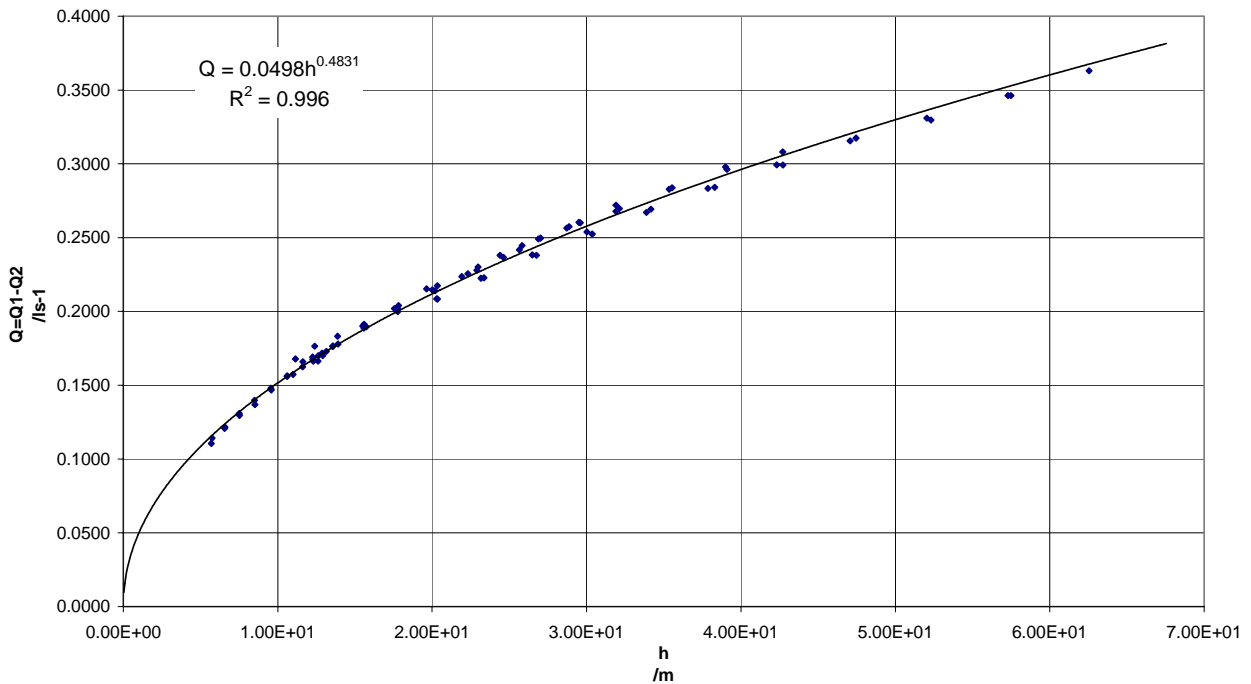
Tabella 4 – prove su tubo in acciaio forato

DATI SPERIMENTALI
ACCIAIO DN50
 Fori



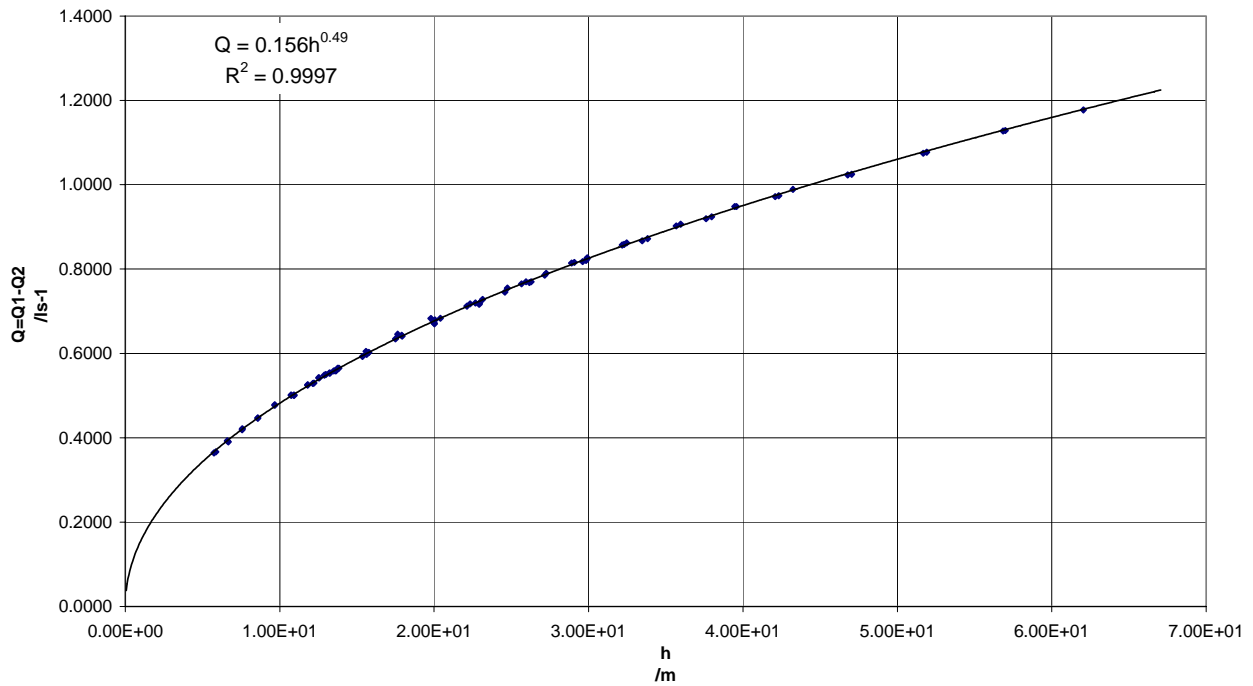
TUBO PROVA FORO 4MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
 Acciaio DN50 foro 4mm
 $Q=Q(h)$



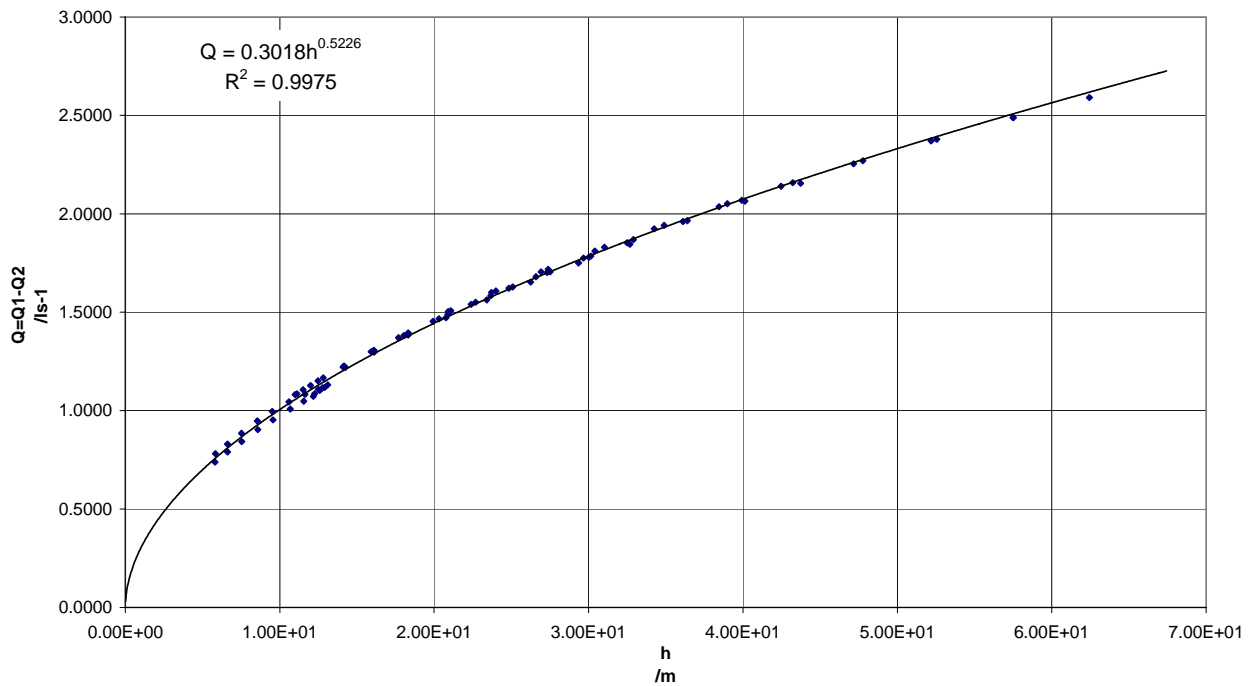
TUBO PROVA FORO 8MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 foro 8mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FORO 12MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 foro 12mm
 $Q=Q(h)$

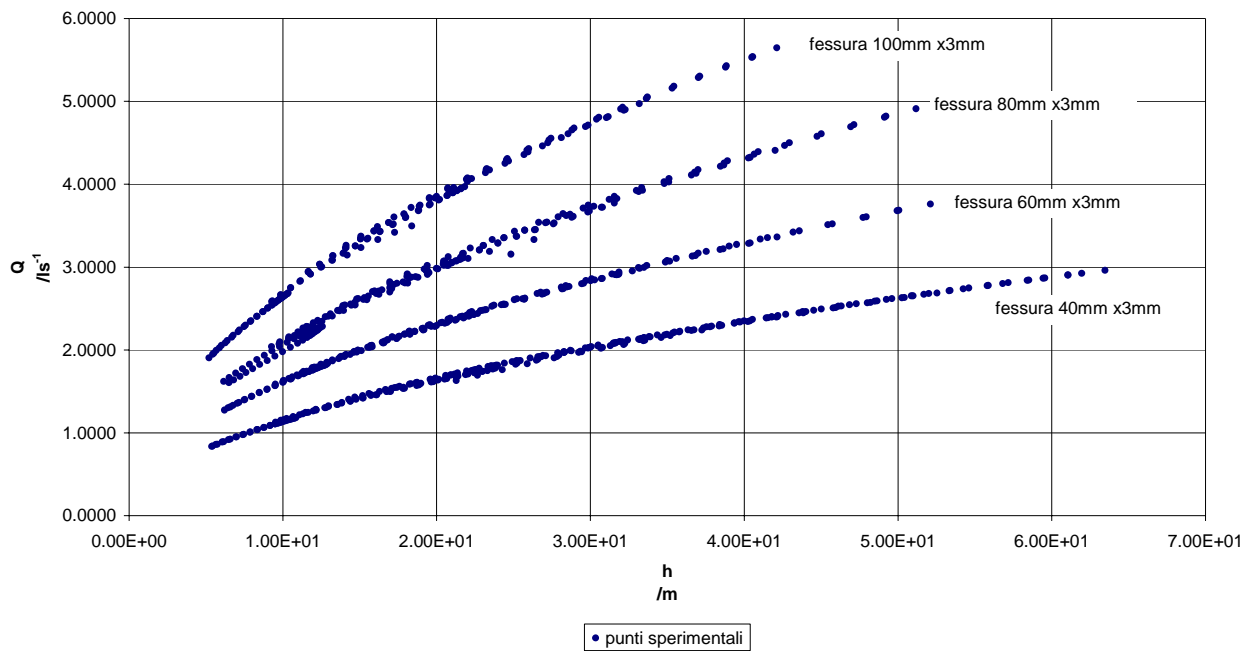


ACCIAIO DN50 – FESSURE

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

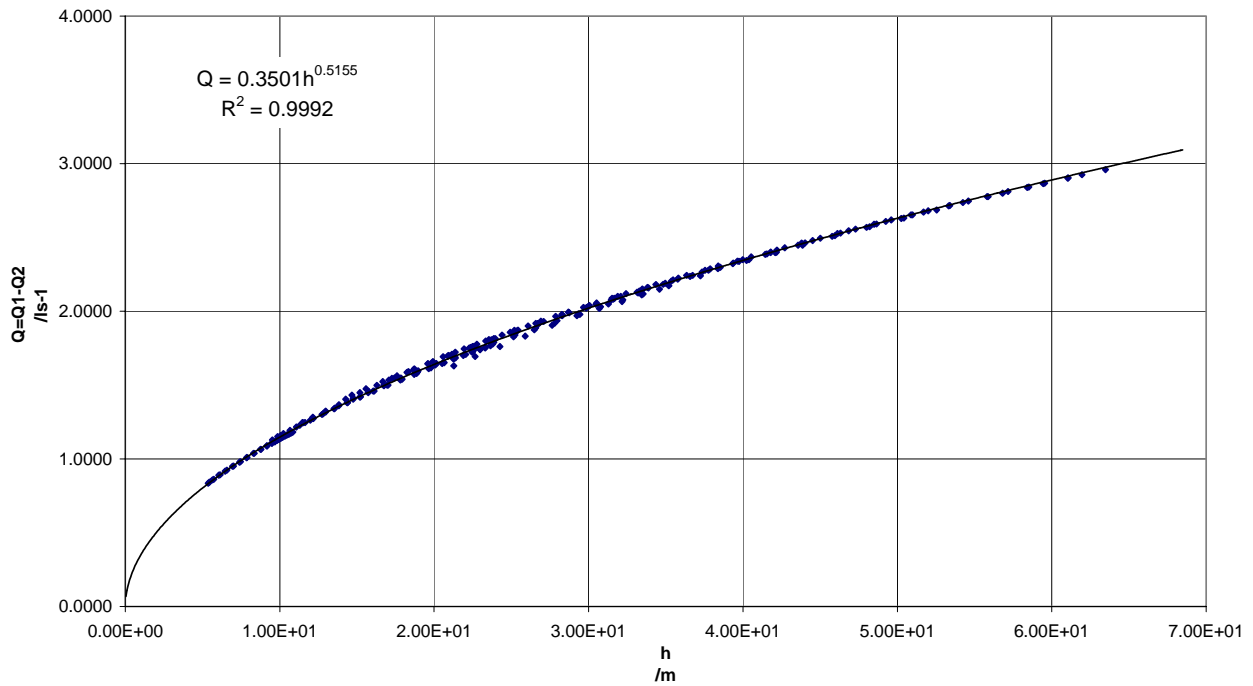
Tabella 5 – prove su tubo in acciaio fessurato

DATI SPERIMENTALI ACCIAIO DN50 Fessure



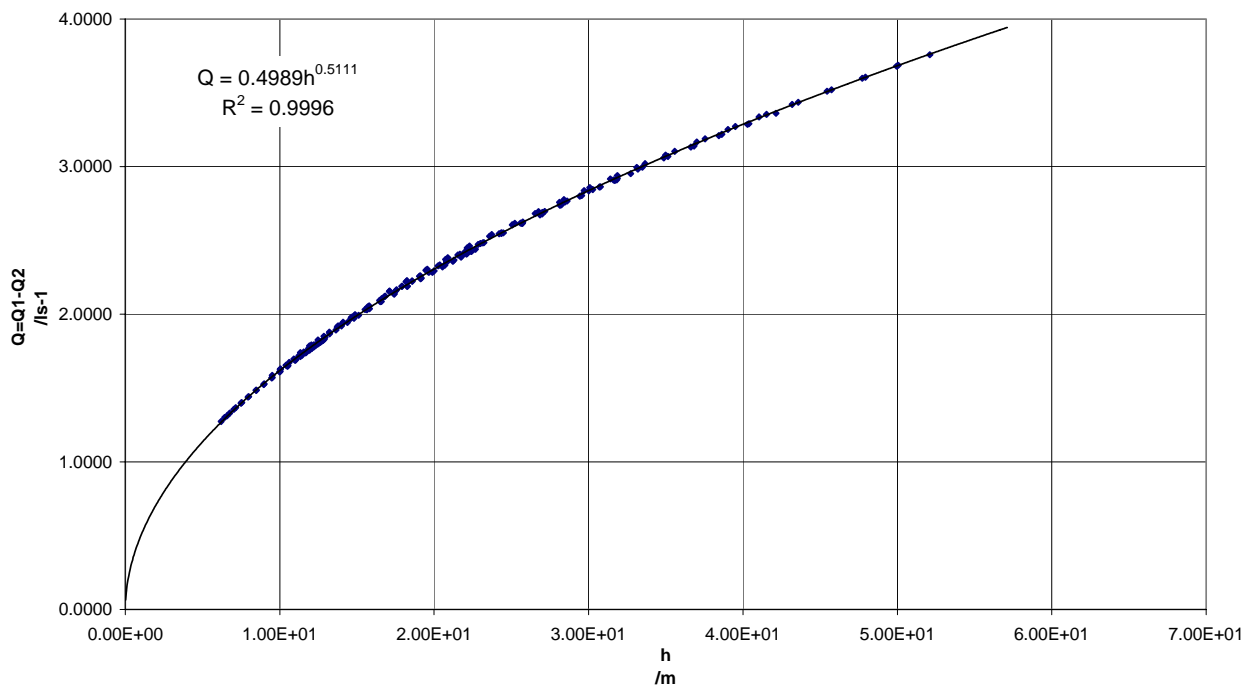
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 fessura 3x40mm
 $Q=Q(h)$



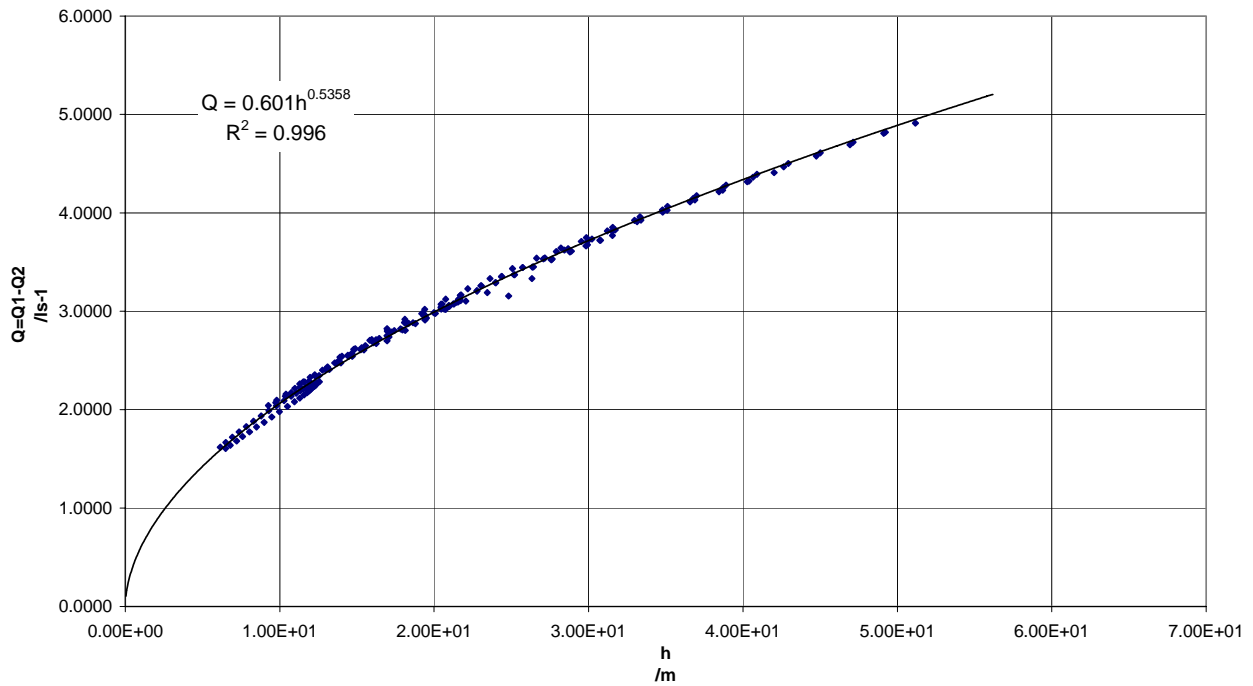
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 fessura 3x60mm
 $Q=Q(h)$



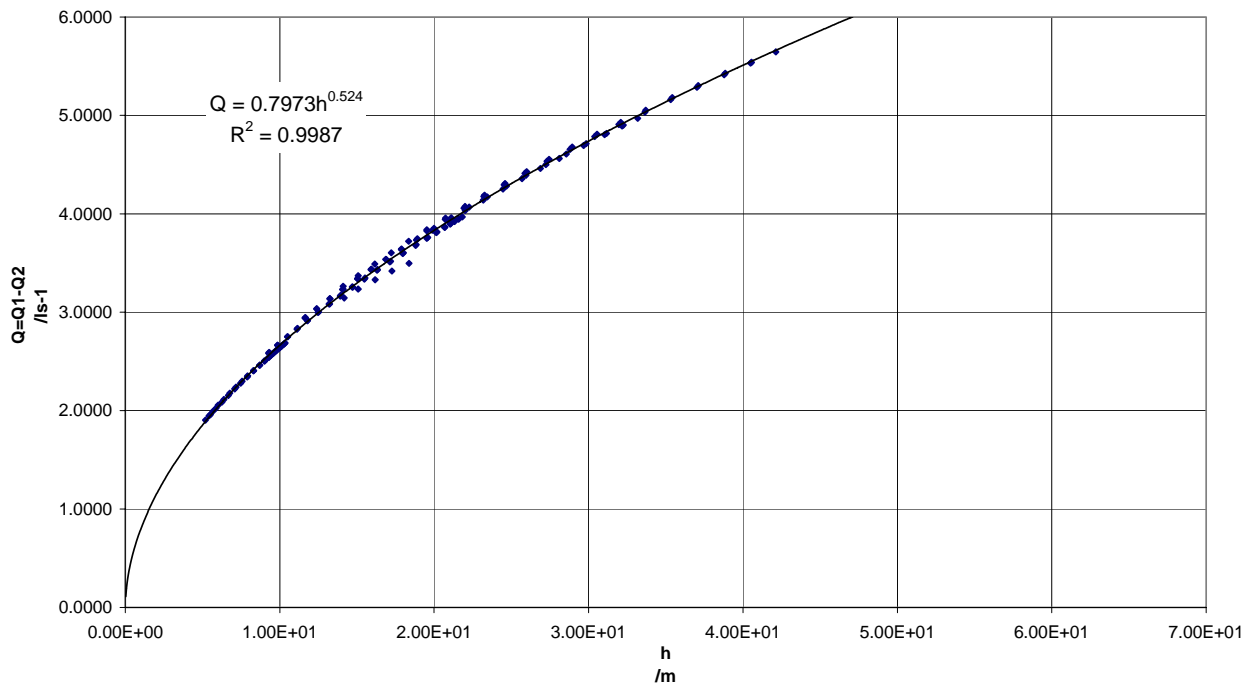
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 fessura 3x80mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN50 fessura 3x100mm
 $Q=Q(h)$

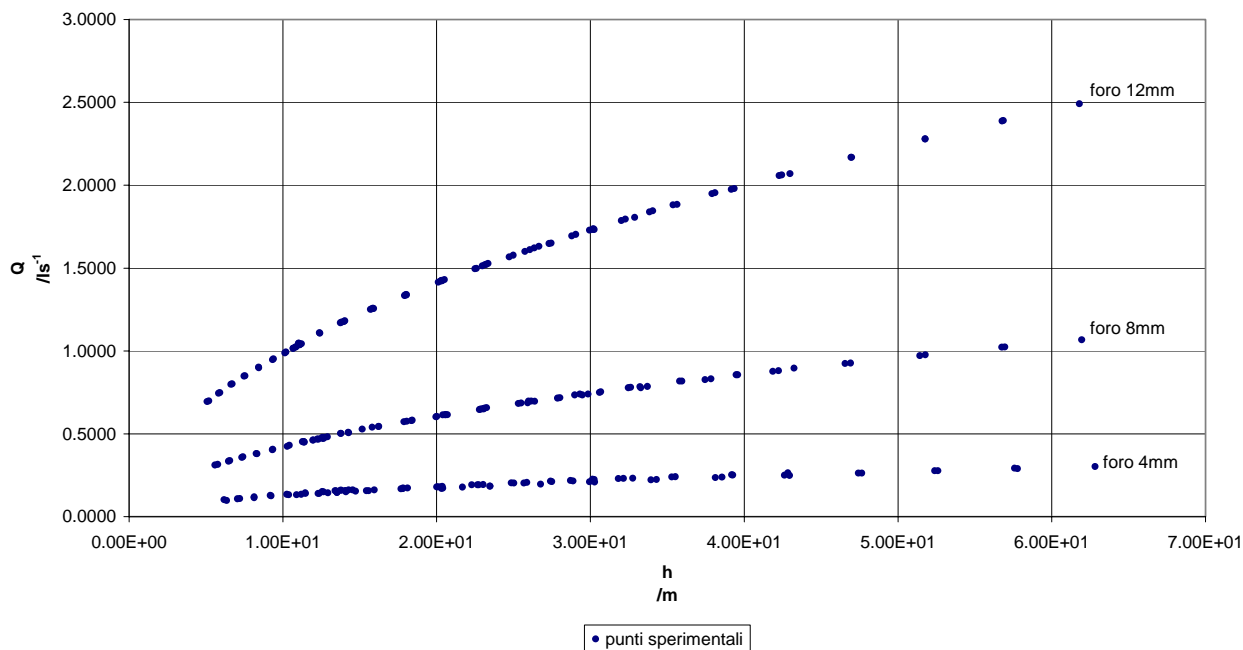


u-PVC DN63 – FORI

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

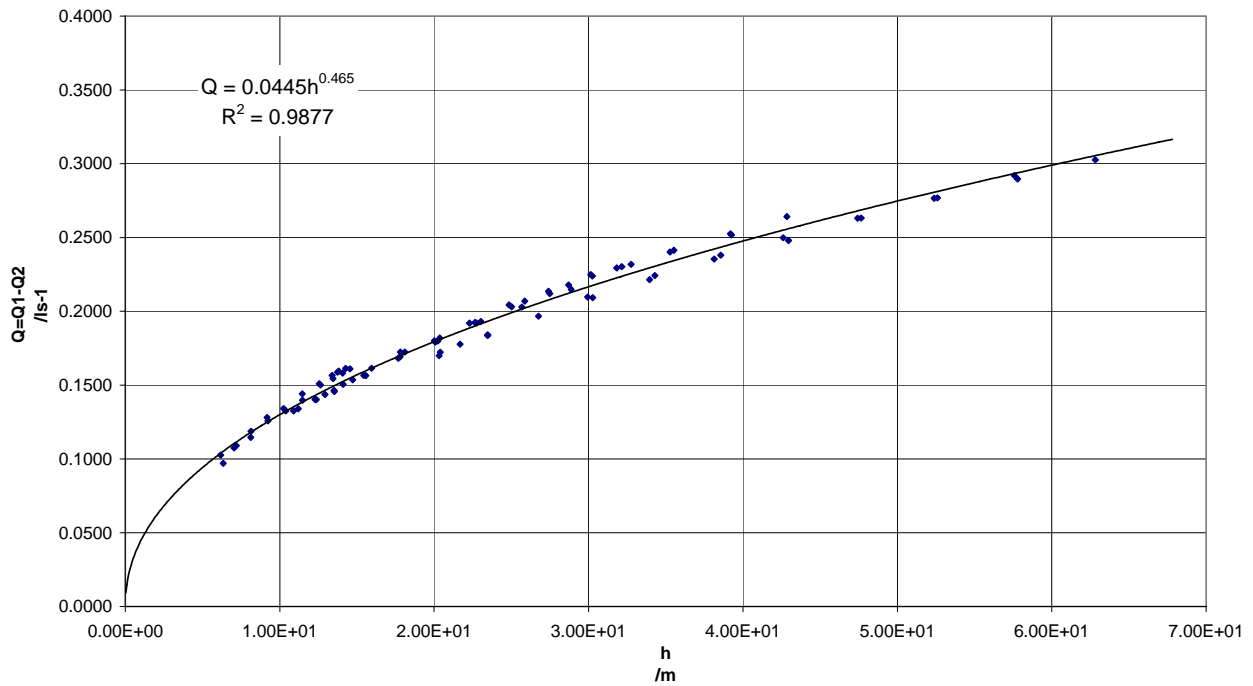
Tabella 6 – prove su tubo in uPVC forato

DATI SPERIMENTALI u-PVC DN63 Fori



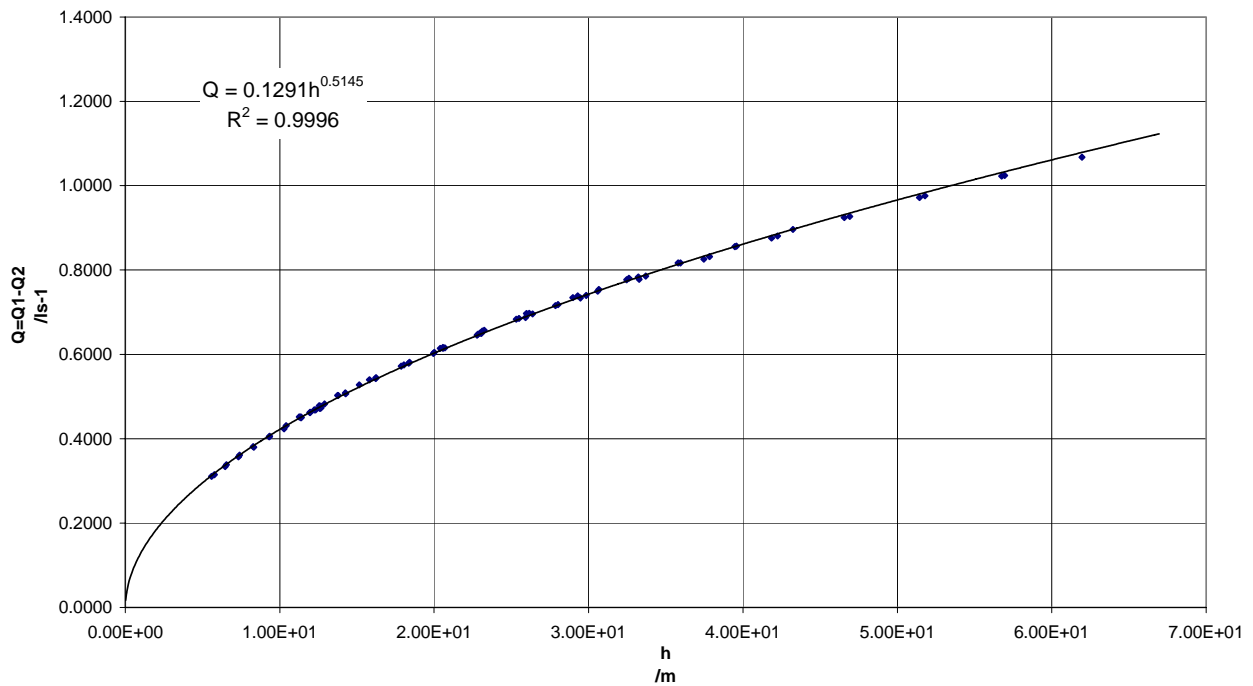
TUBO PROVA FORO 4MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN63 foro 4mm
 $Q=Q(h)$



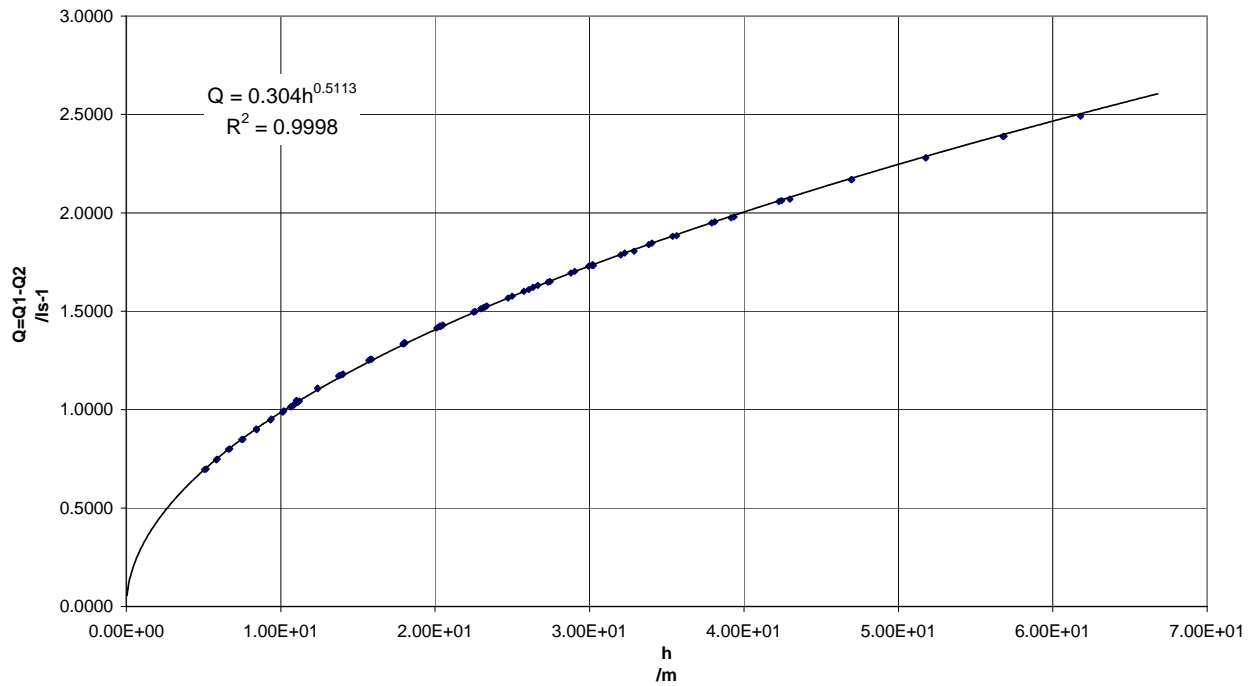
TUBO PROVA FORO 8MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN63 foro 8mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FORO 12MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN63 foro 12mm
 $Q=Q(h)$

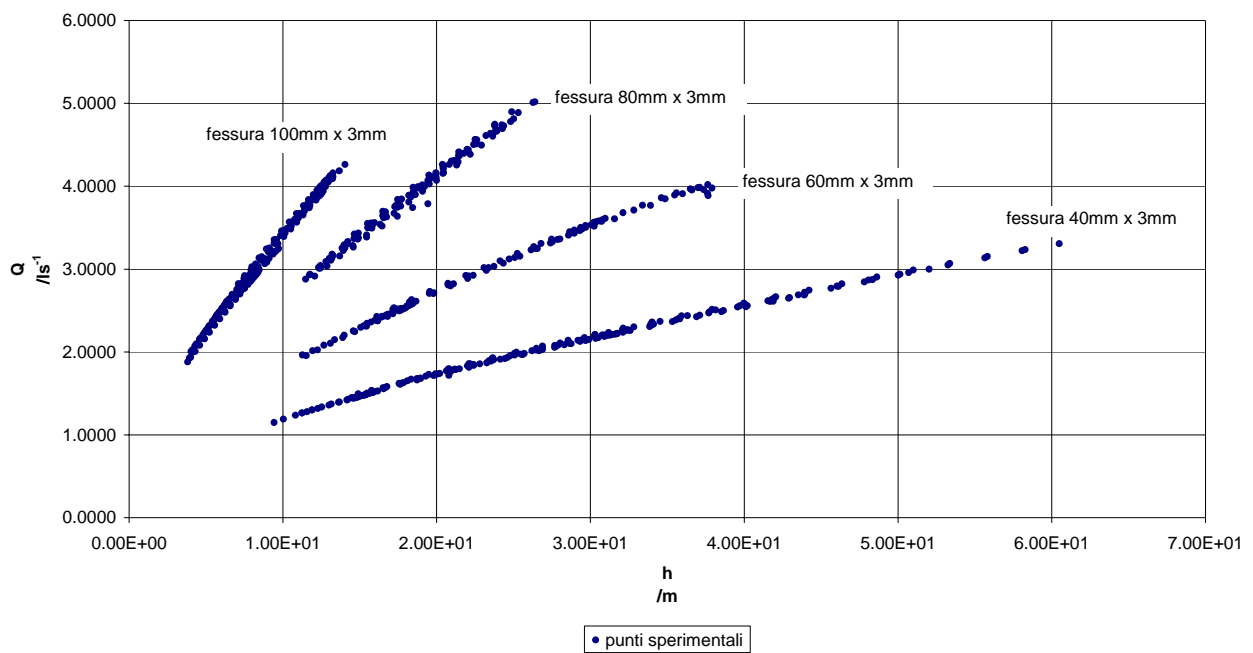


u-PVC DN63 – FESSURE

DN50/DN65								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

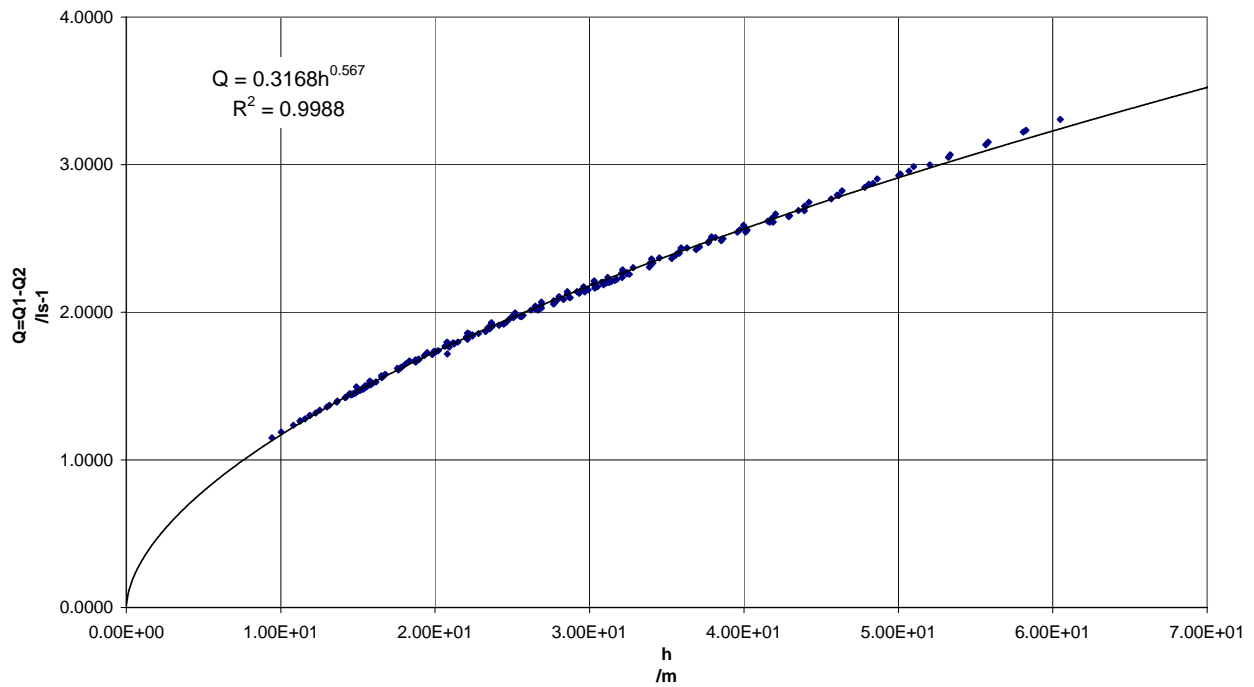
Tabella 7 – prove su tubo in uPVC fessurato

DATI SPERIMENTALI
 u-PVC DN63
 Fessure



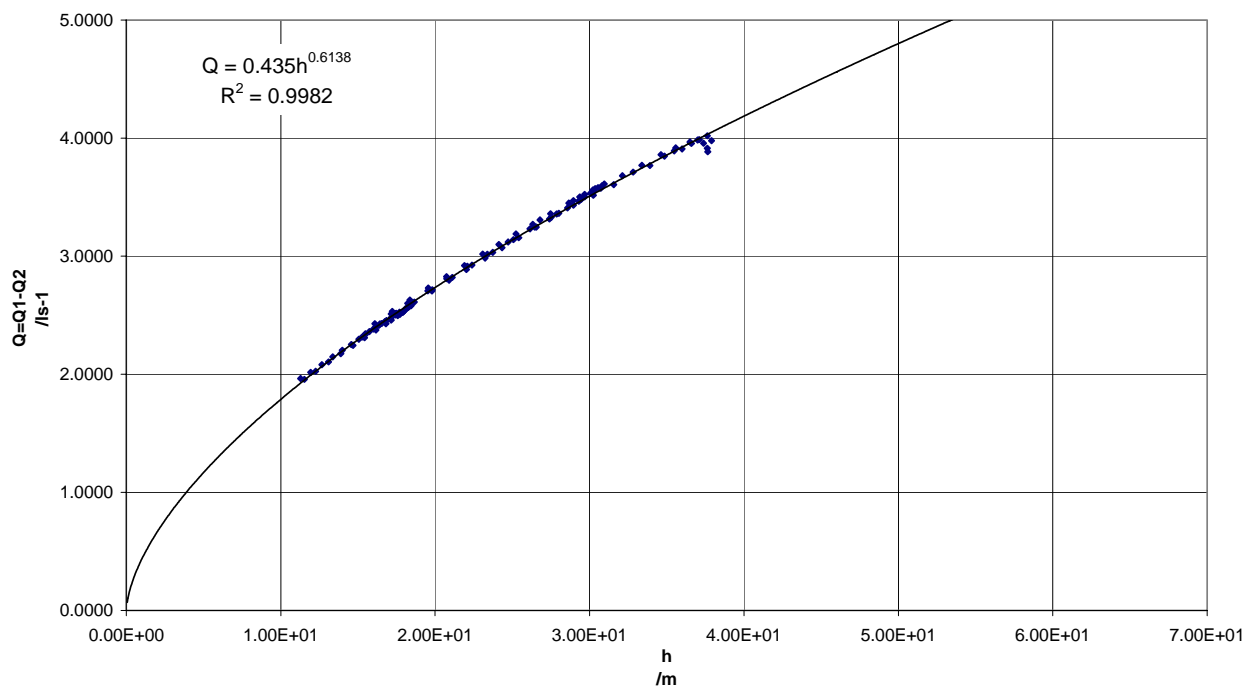
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN63 fessura 3x40mm
 $Q=Q(h)$



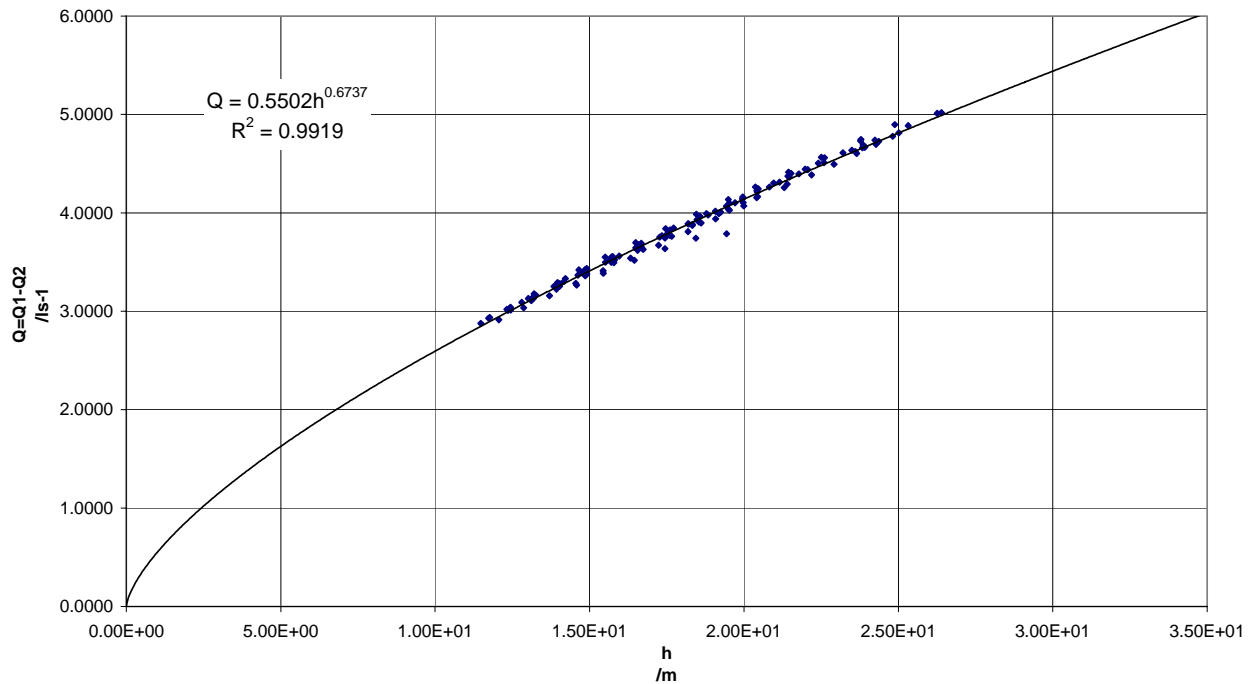
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN63 fessura 3x60mm
 $Q=Q(h)$



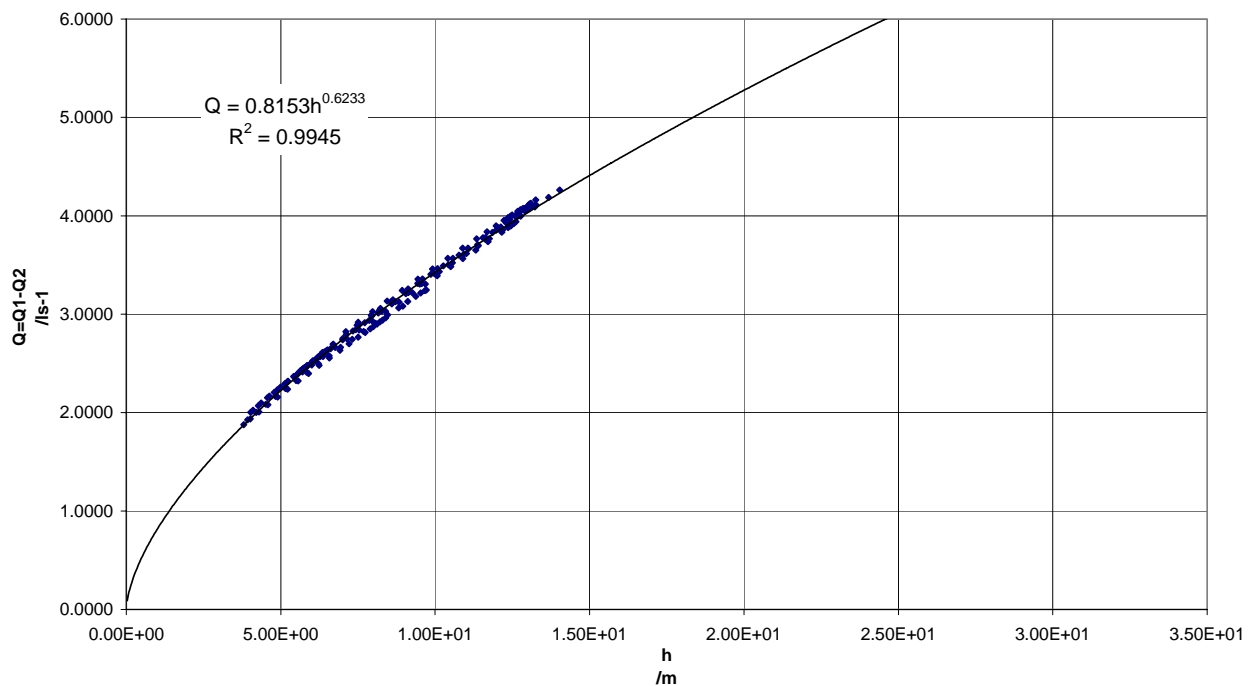
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN63 fessura 3x80mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN63 fessura 3x100mm
 $Q=Q(h)$

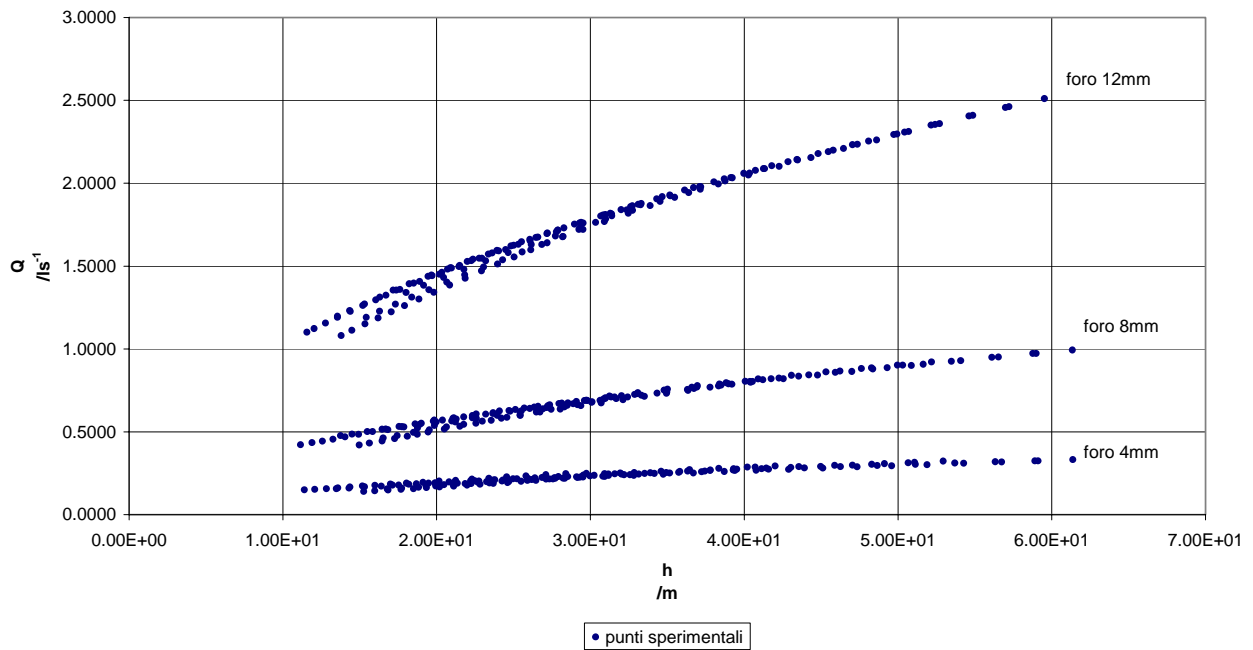


ACCIAIO DN100 – FORI

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

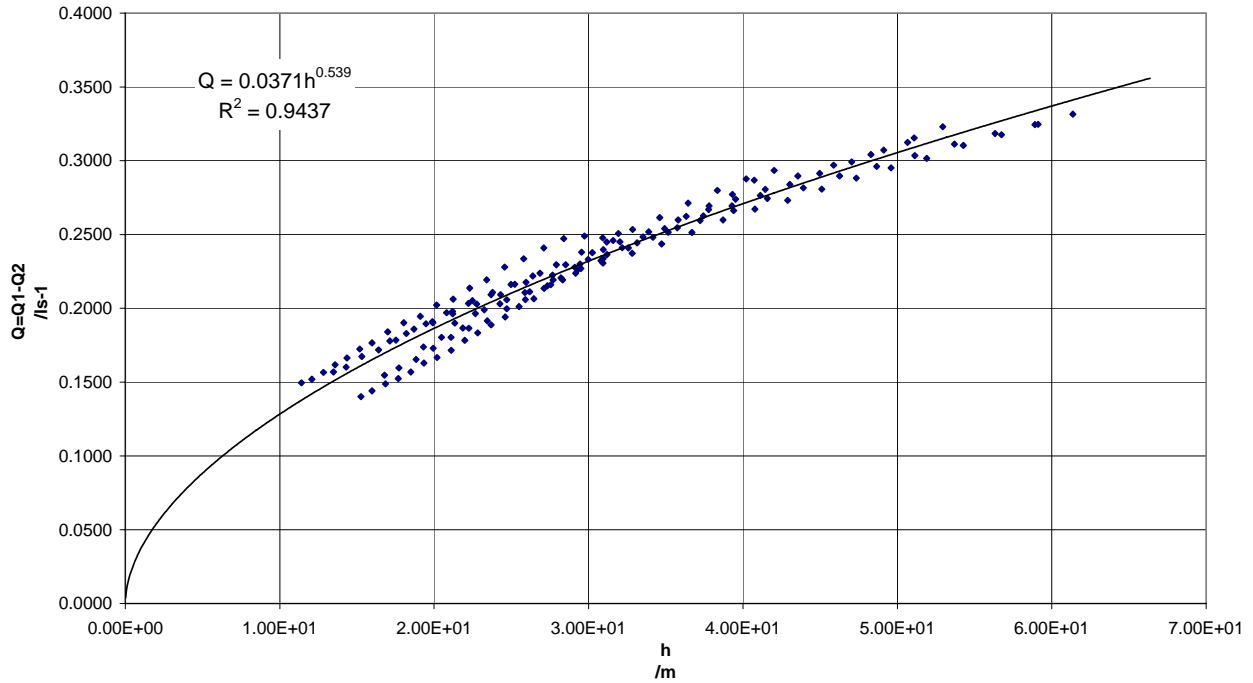
Tabella 8 – prove su tubo in acciaio forato

DATI SPERIMENTALI ACCIAIO DN100 Fori



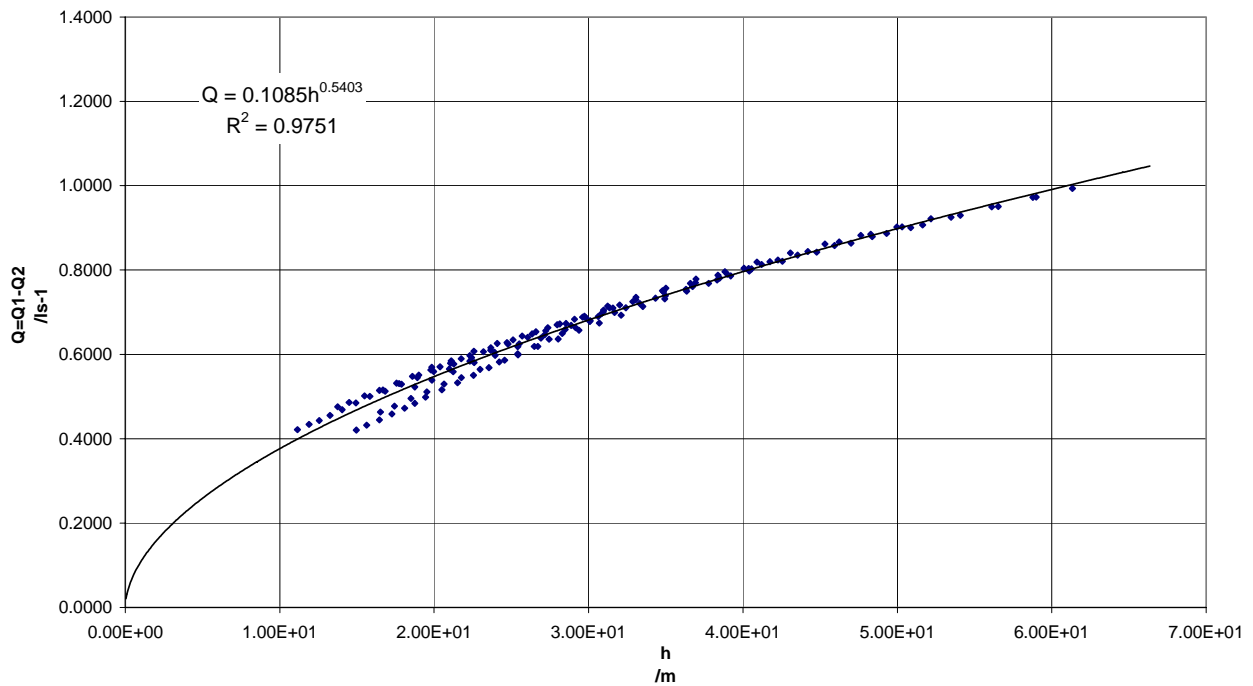
TUBO PROVA FORO 4MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 foro 4mm
 $Q=Q(h)$

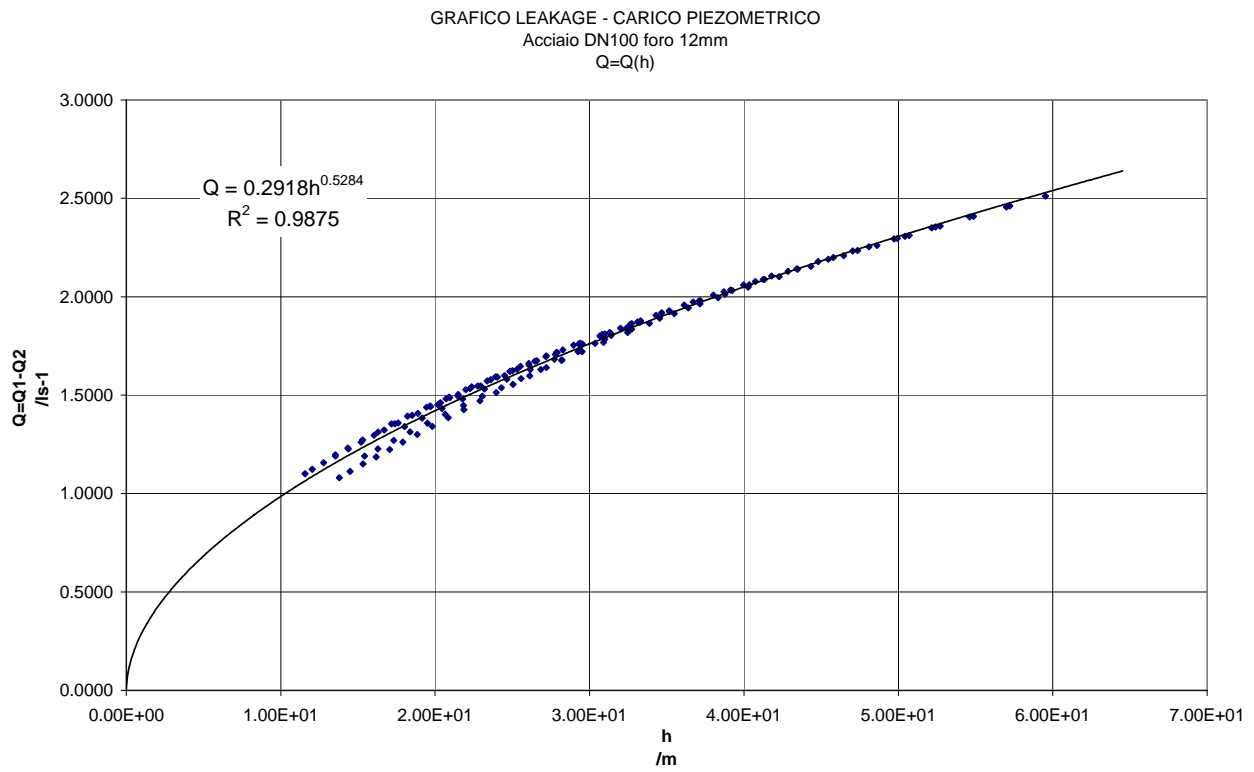


TUBO PROVA FORO 8MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 foro 8mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FORO 12MM

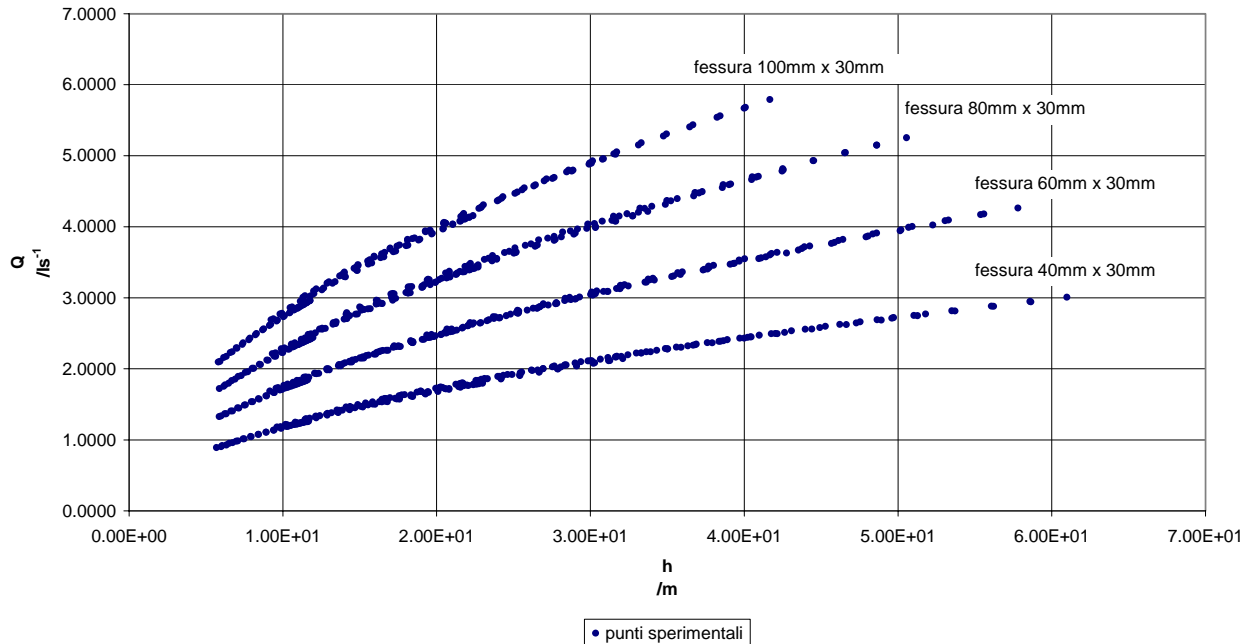


ACCIAIO DN100 – FESSURE

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

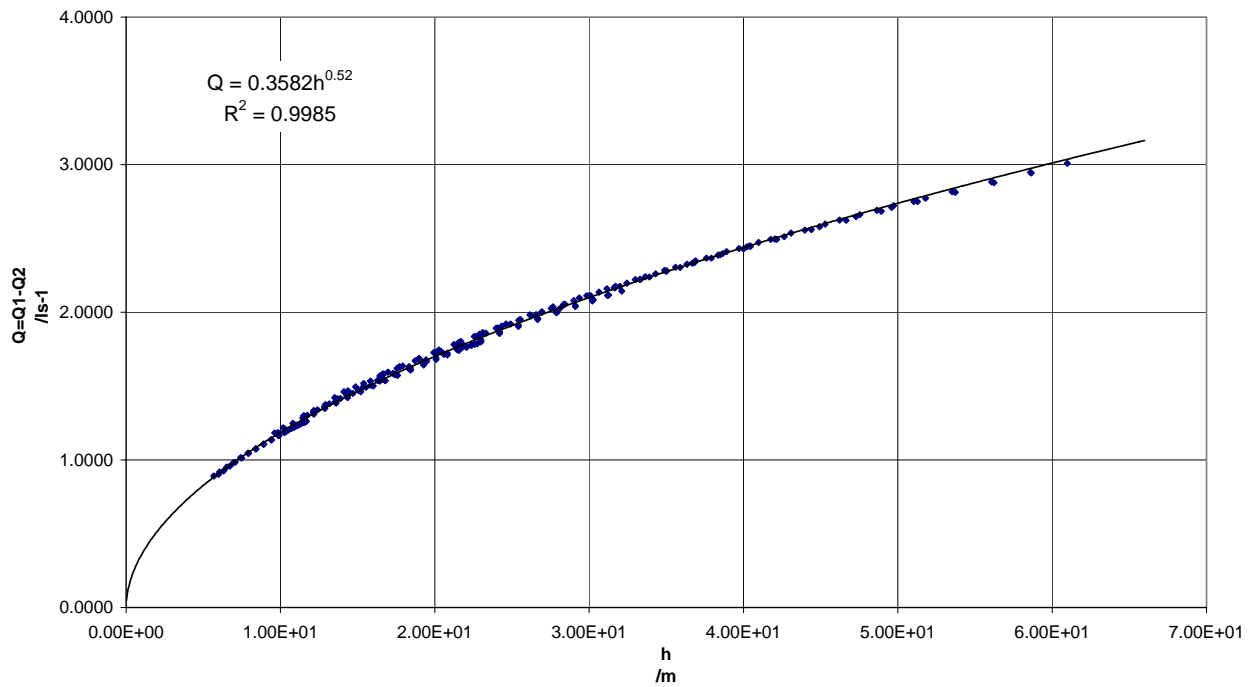
Tabella 9 – prove su tubo in acciaio fessurato

**DATI SPERIMENTALI
 ACCIAIO DN100
 Fessure**



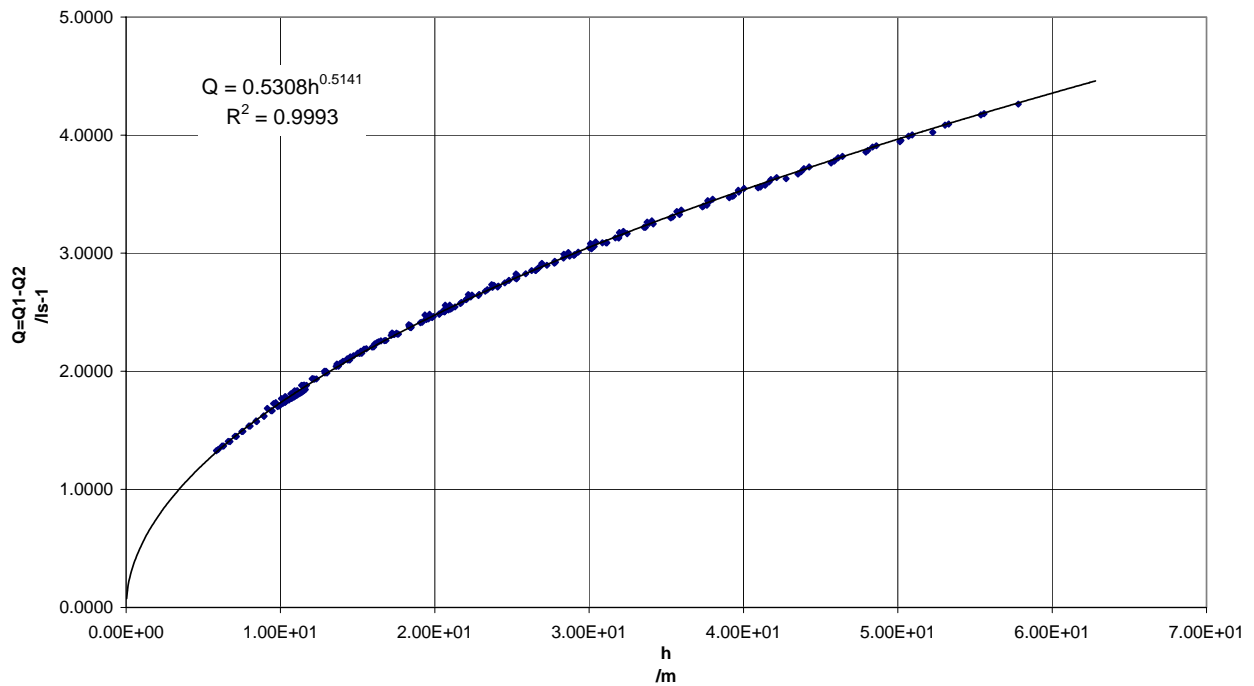
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 fessura 3x40mm
 $Q=Q(h)$



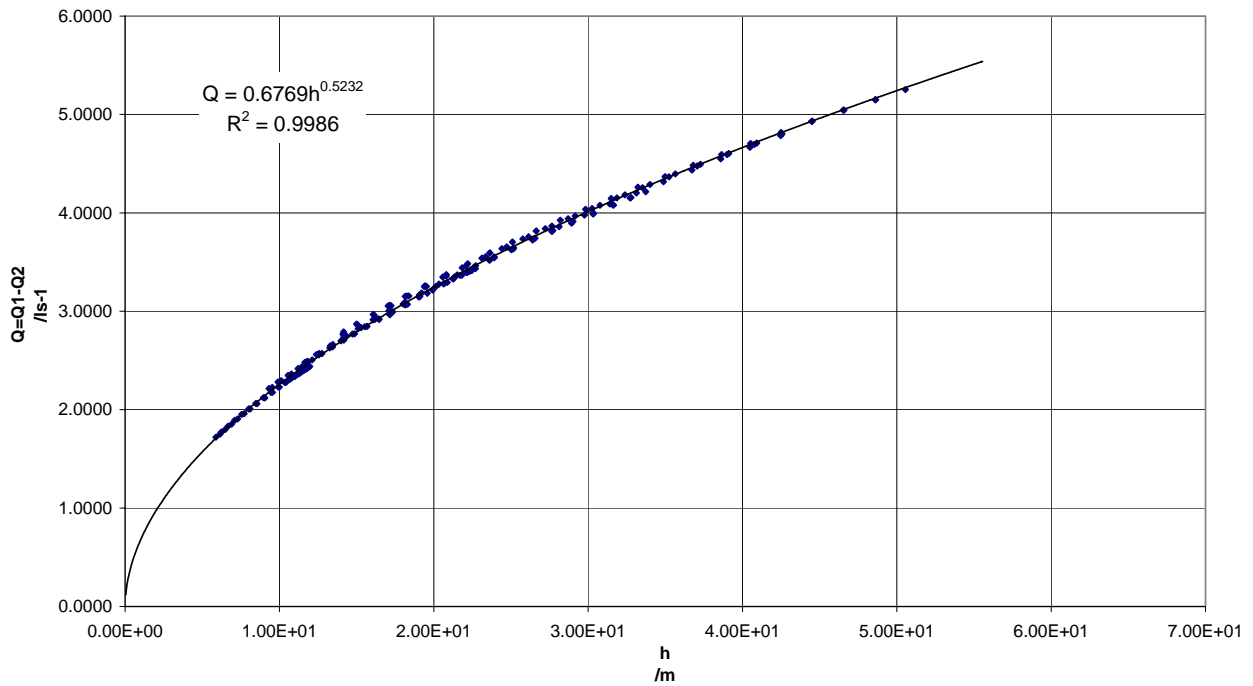
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 fessura 3x60mm
 $Q=Q(h)$



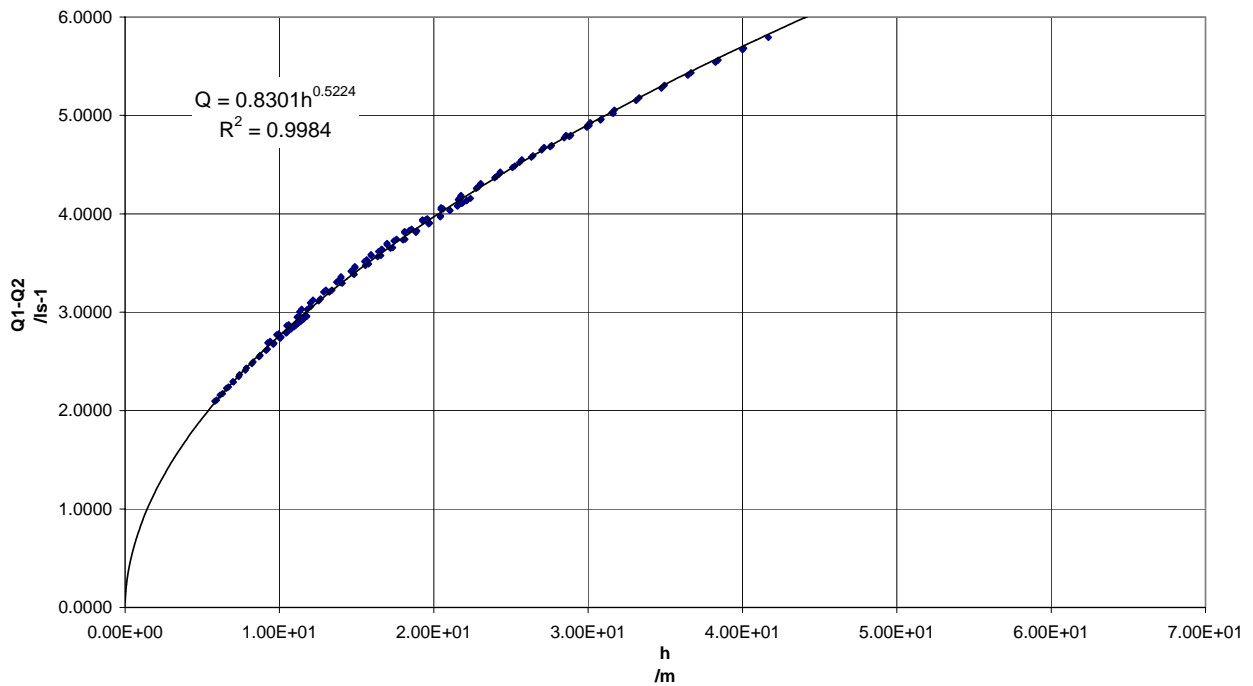
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 fessura 3x80mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
Acciaio DN100 fessura 3x100mm
 $Q=Q(h)$

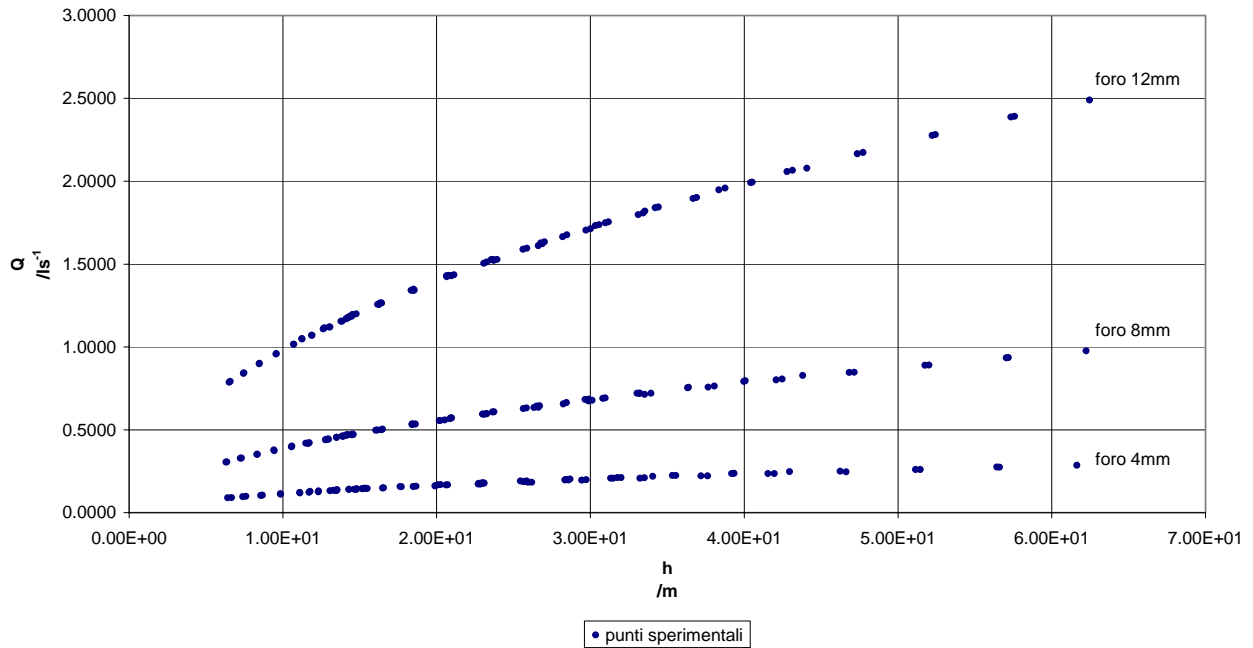


u-PVC DN110 – FORI

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

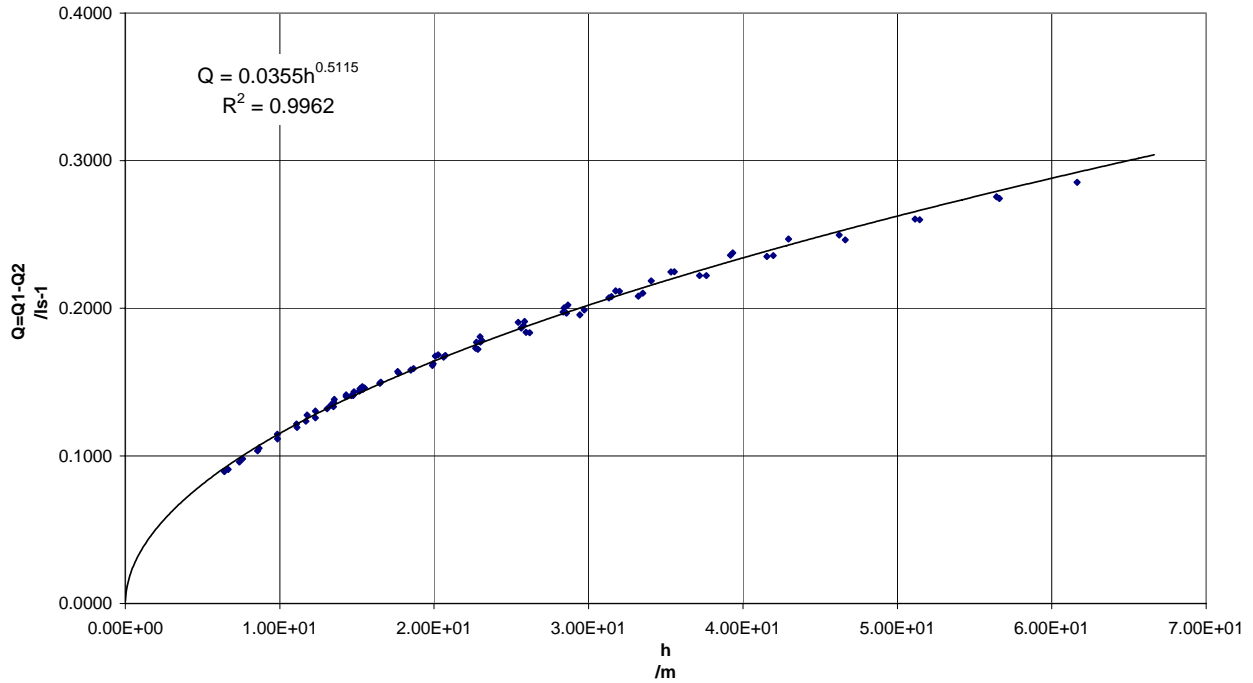
Tabella 10 – prove su tubo in uPVC forato

DATI SPERIMENTAL
 u-PVC DN110
 Fori



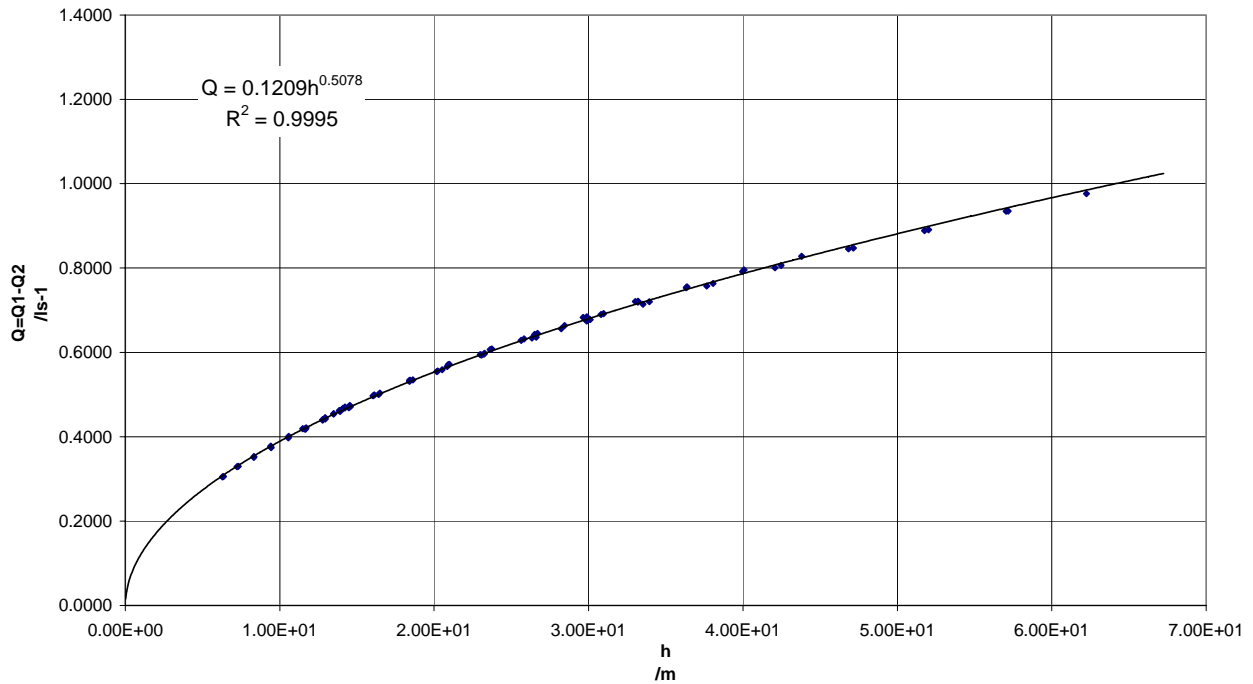
TUBO PROVA FORO 4MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN110 foro 4mm
 $Q=Q(h)$



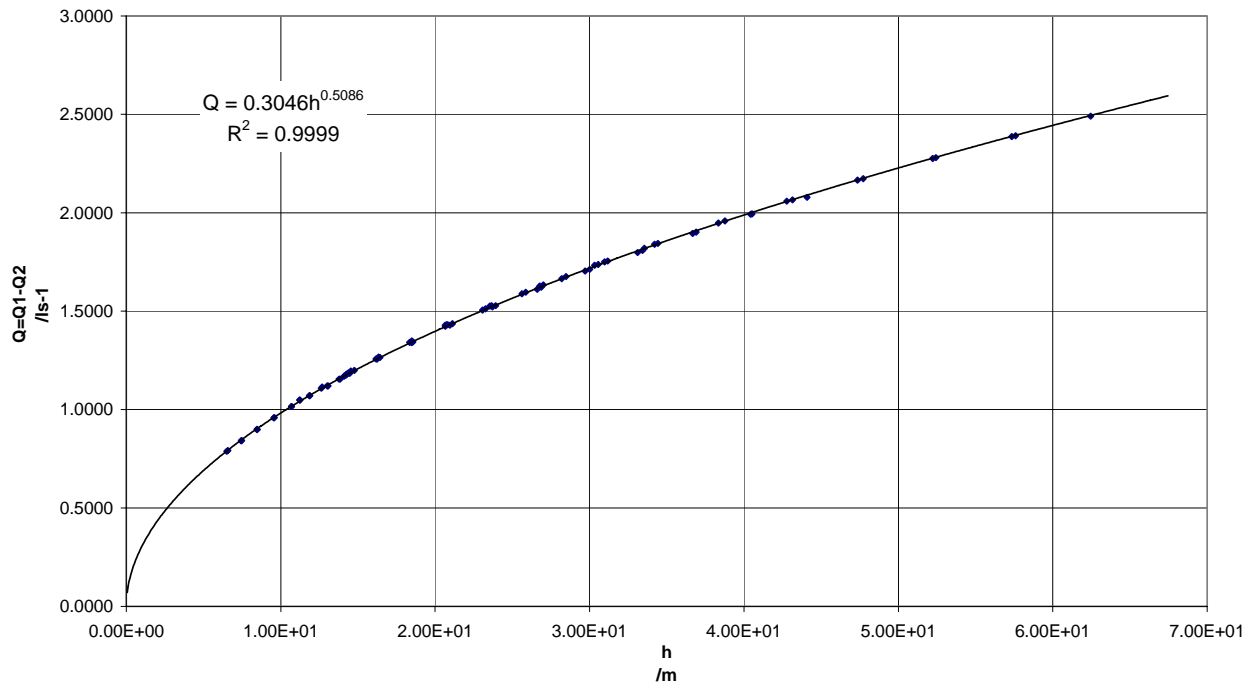
TUBO PROVA FORO 8MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN110 foro 8mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FORO 12MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
u-PVC DN110 foro 12mm
 $Q=Q(h)$

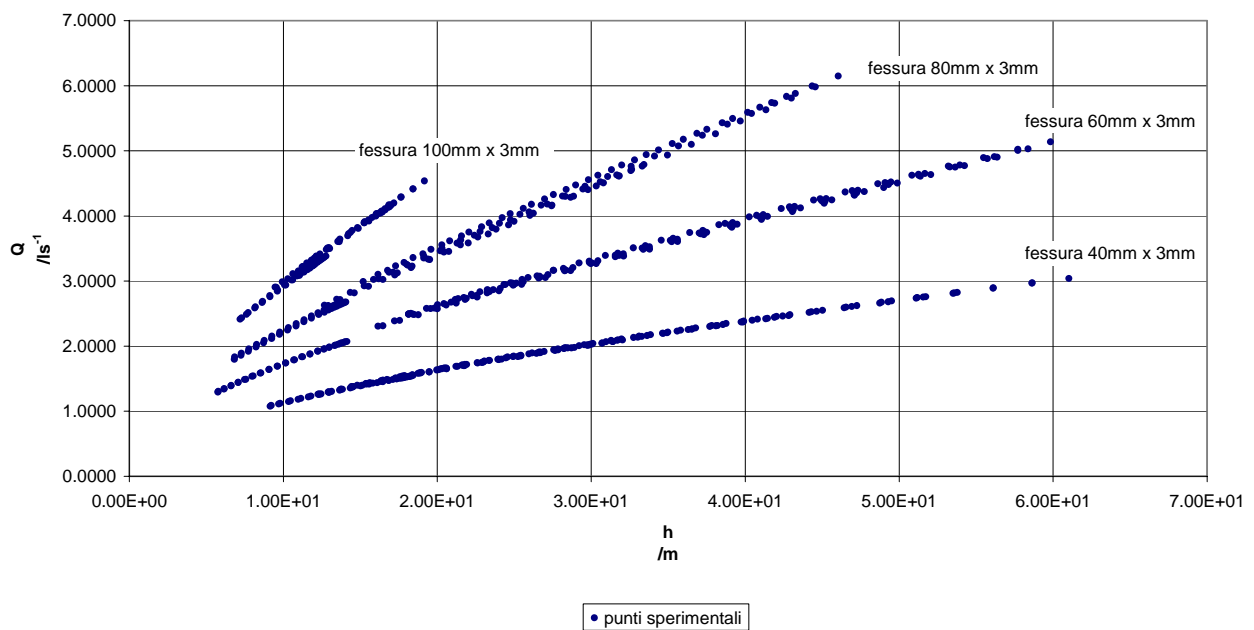


u-PVC DN110 – FESSURE

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

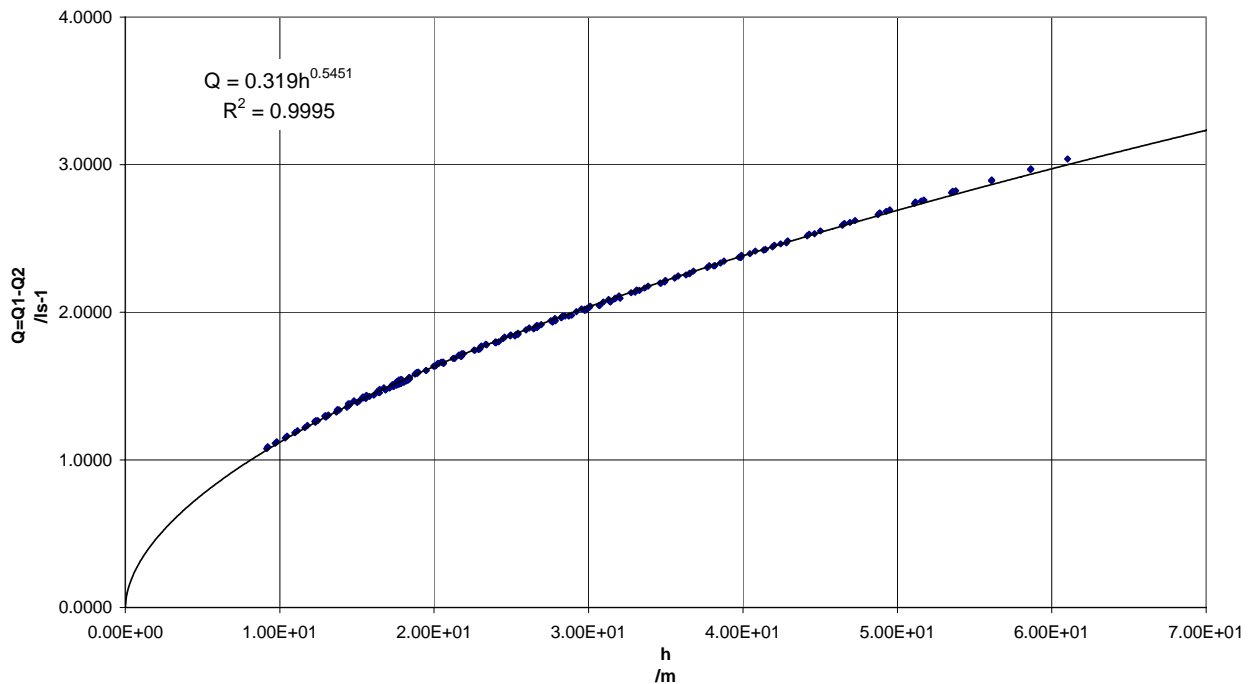
Tabella 11 – prove su tubo in uPVC fessurato

DATI SPERIMENTALI u-PVC DN110 Fessure



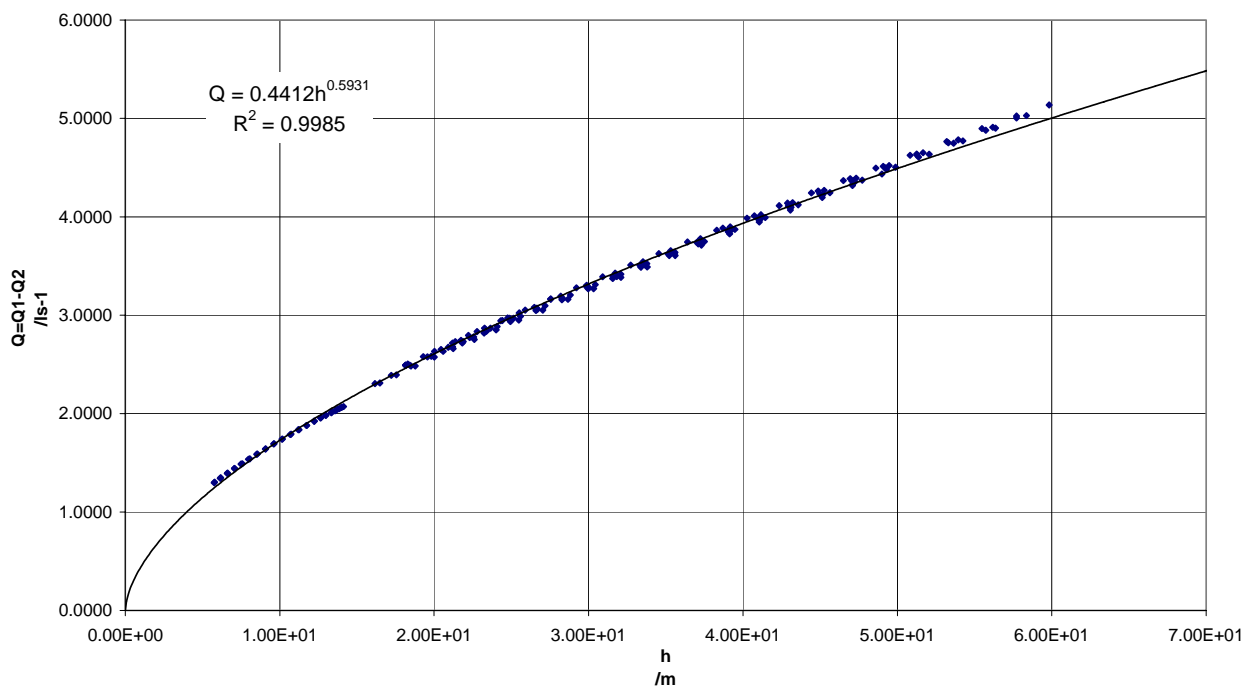
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x40mm
 $Q=Q(h)$



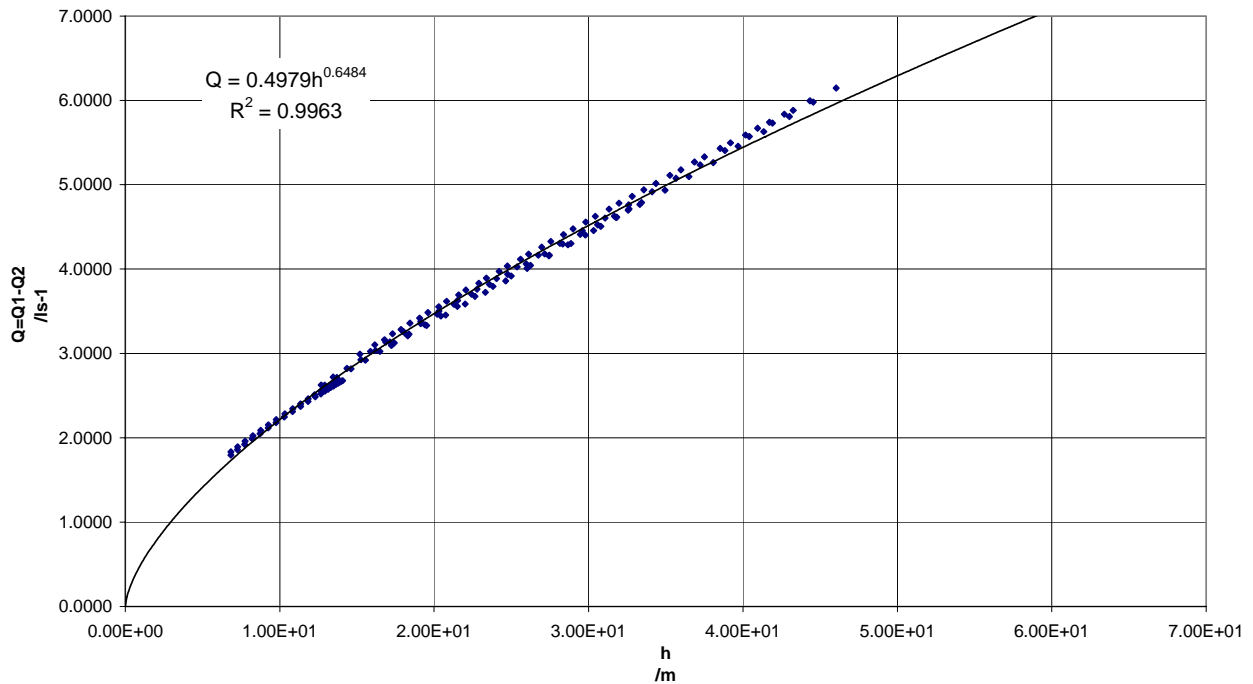
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x60mm
 $Q=Q(h)$



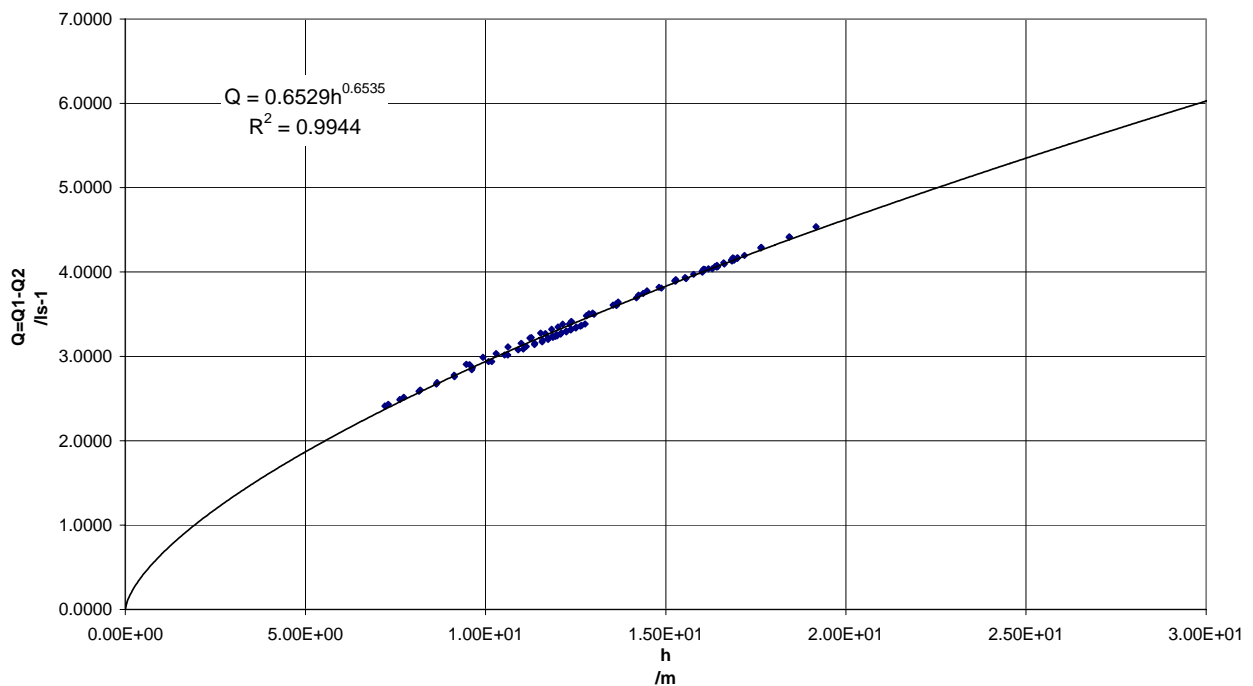
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x80mm
 $Q=Q(h)$



TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

GRAFICO LEAKAGE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x100mm
 $Q=Q(h)$



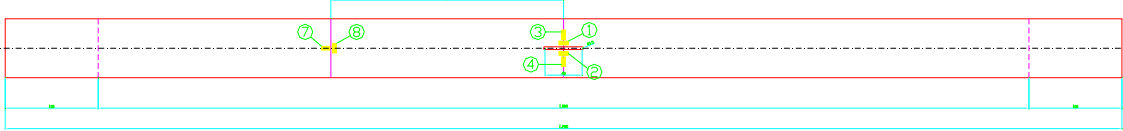
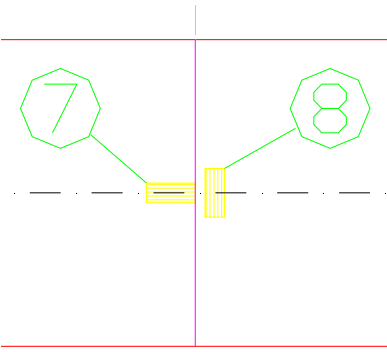
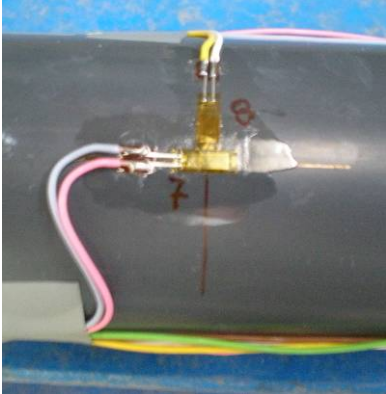
Risultati delle misure estensimetriche

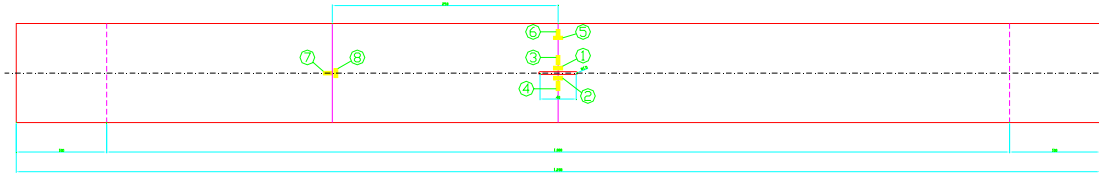
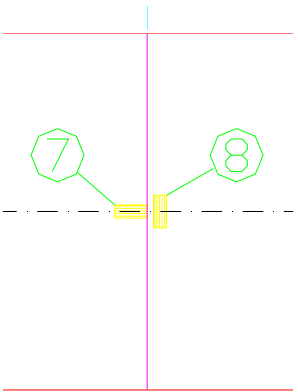
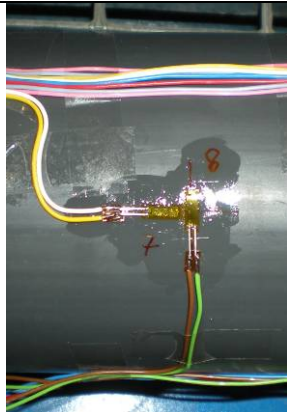
Le misure con estensimetri sono state eseguite sui tubi di prova in materiale plastico fessurate. Sono di seguito confrontati i risultati delle misure di deformazione con i valori attesi dalle simulazioni con modelli ad elementi finiti. Il confronto è una verifica e validazione dei modelli ad elementi finiti utilizzati nello studio. Le posizioni in cui sono stati installati gli estensimetri sono riportate nelle seguenti figure in funzione del diametro nominale.

fessura	Tubo u-PVC DN65	Foto dei punti di misura
40x3mm		
60x3mm		
80x3mm		
100x3mm		

fessura	Tubo u-PVC DN110	Foto dei punti di misura
40x3mm		
60x3mm		
80x3mm		
100x3mm		

Oltre agli estensimetri in prossimità della lesione sono stati disposti estensimetri di controllo a 250mm dall'asse della lesione come illustrato nelle seguenti tabelle:

fessura	Tubo u-PVC DN63	Foto dei punti di misura
		
Tutte le fessure		

fessura	Tubo u-PVC DN110	Foto dei punti di misura
		
Tutte le fessure		

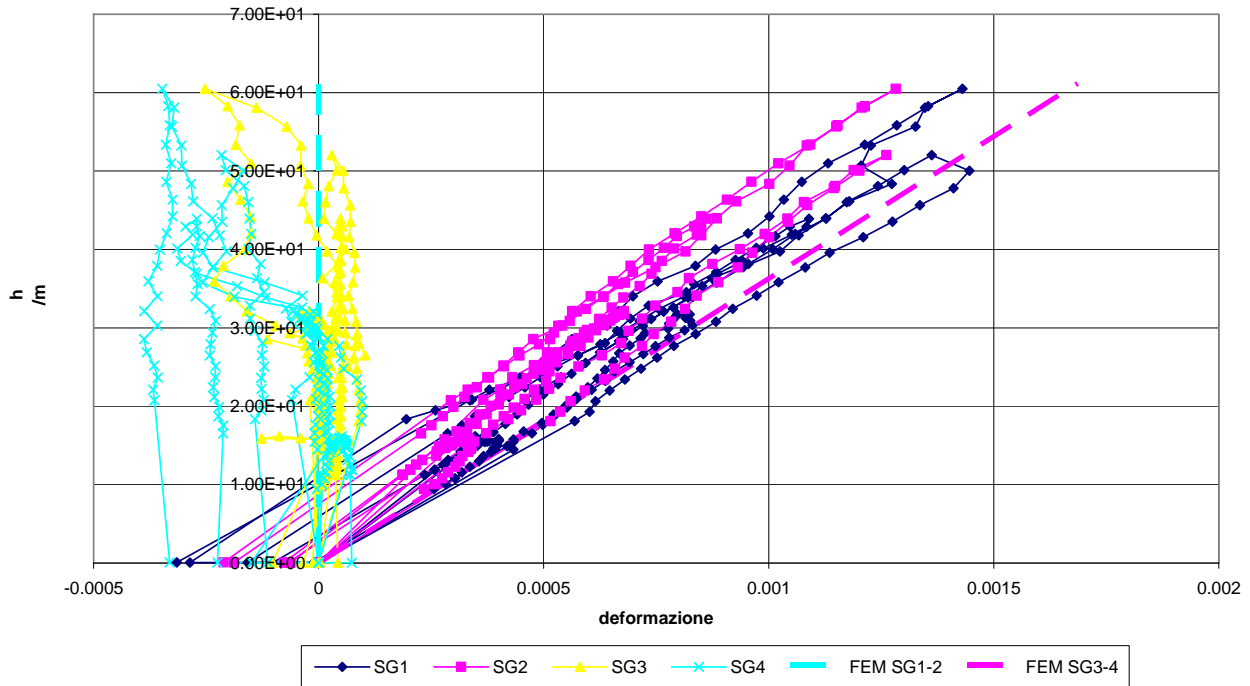
u-PVC DN63 – FESSURE

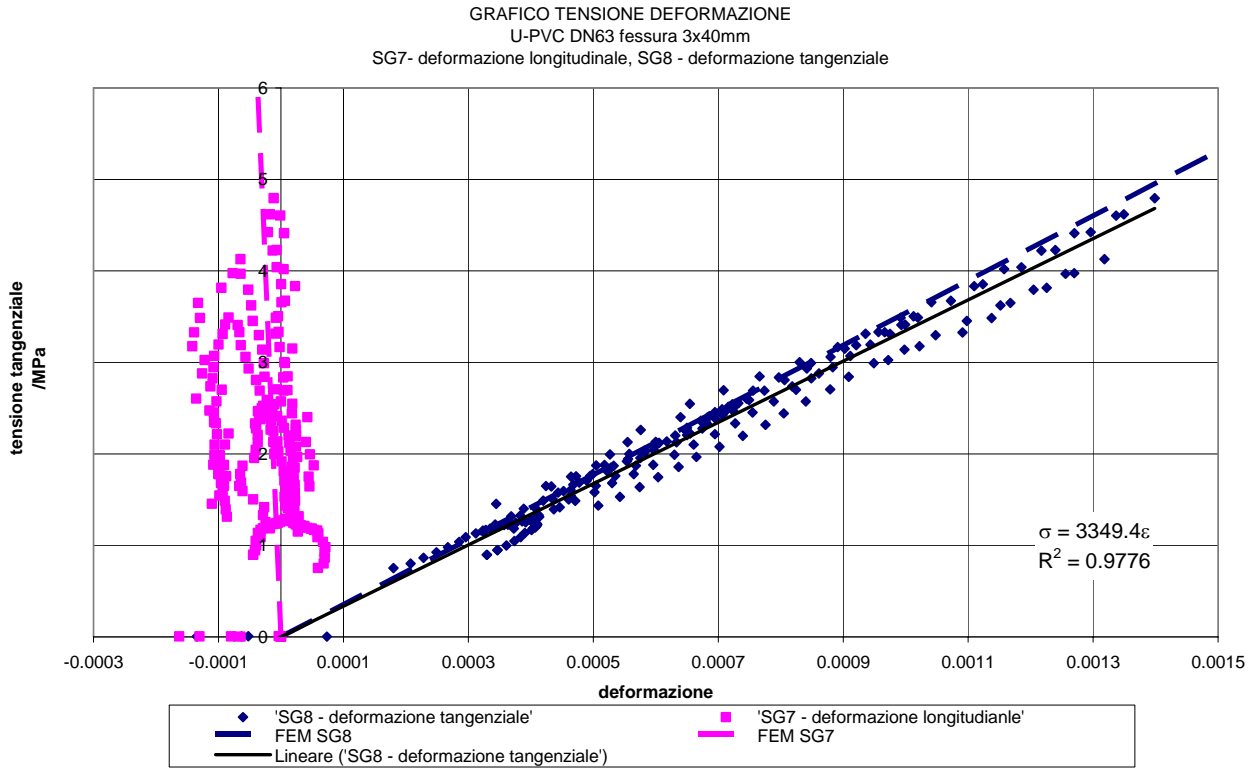
DN50/DN65								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 12 – prove su tubo in uPVC fessurato

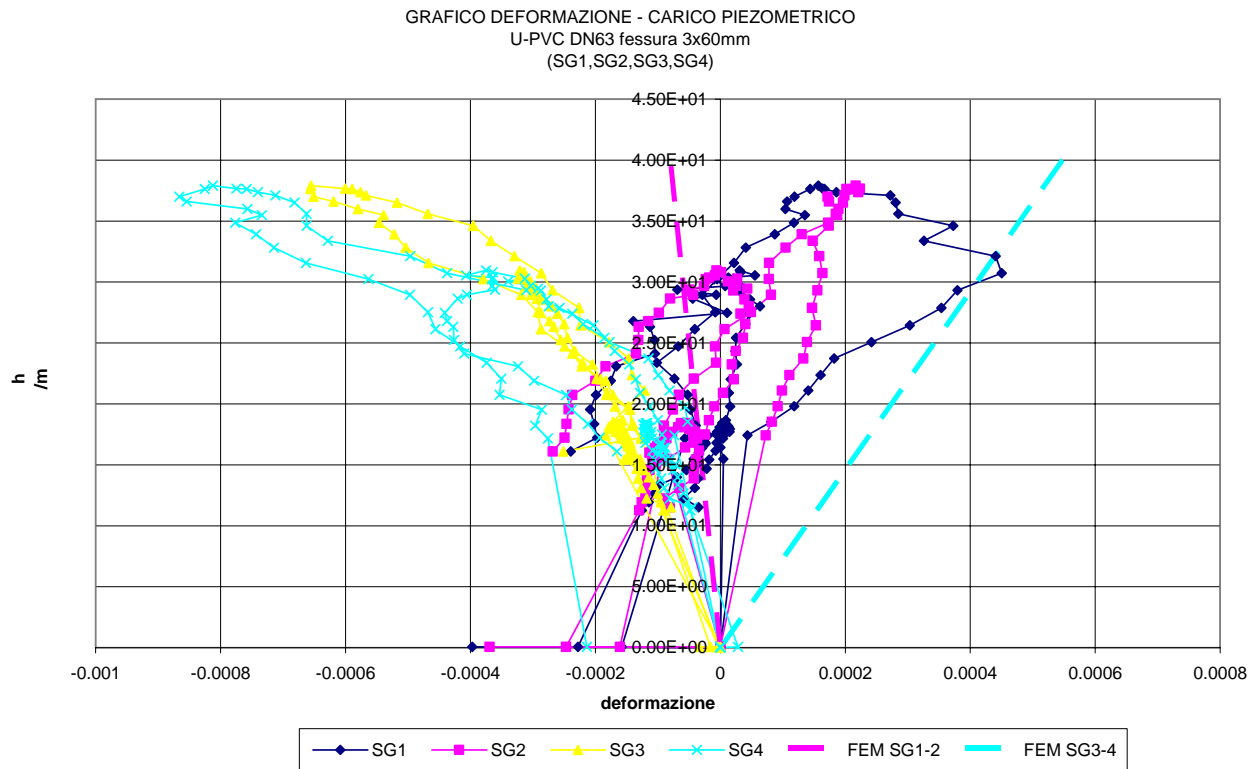
TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

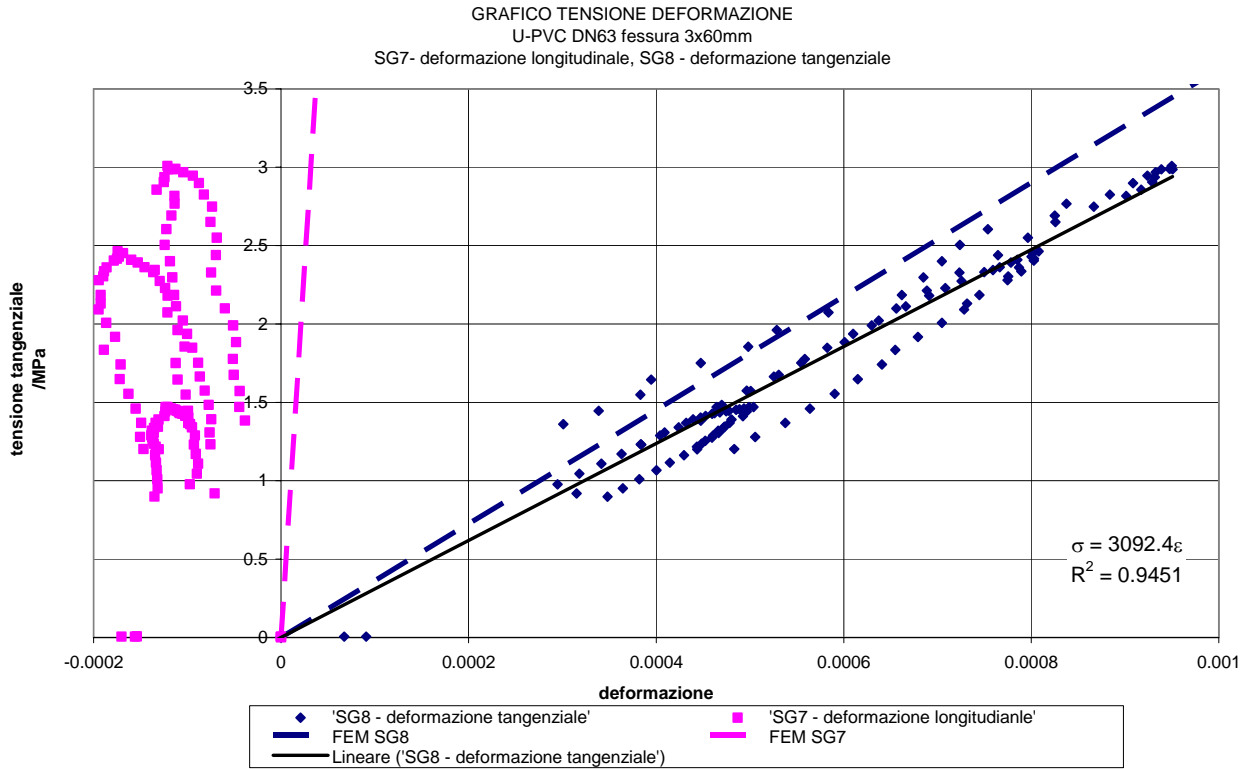
GRAFICO DEFORMAZIONE - CARICO PIEZOMETRICO
 U-PVC DN63 fessura 3x40mm
 (SG1,SG2,SG3,SG4)



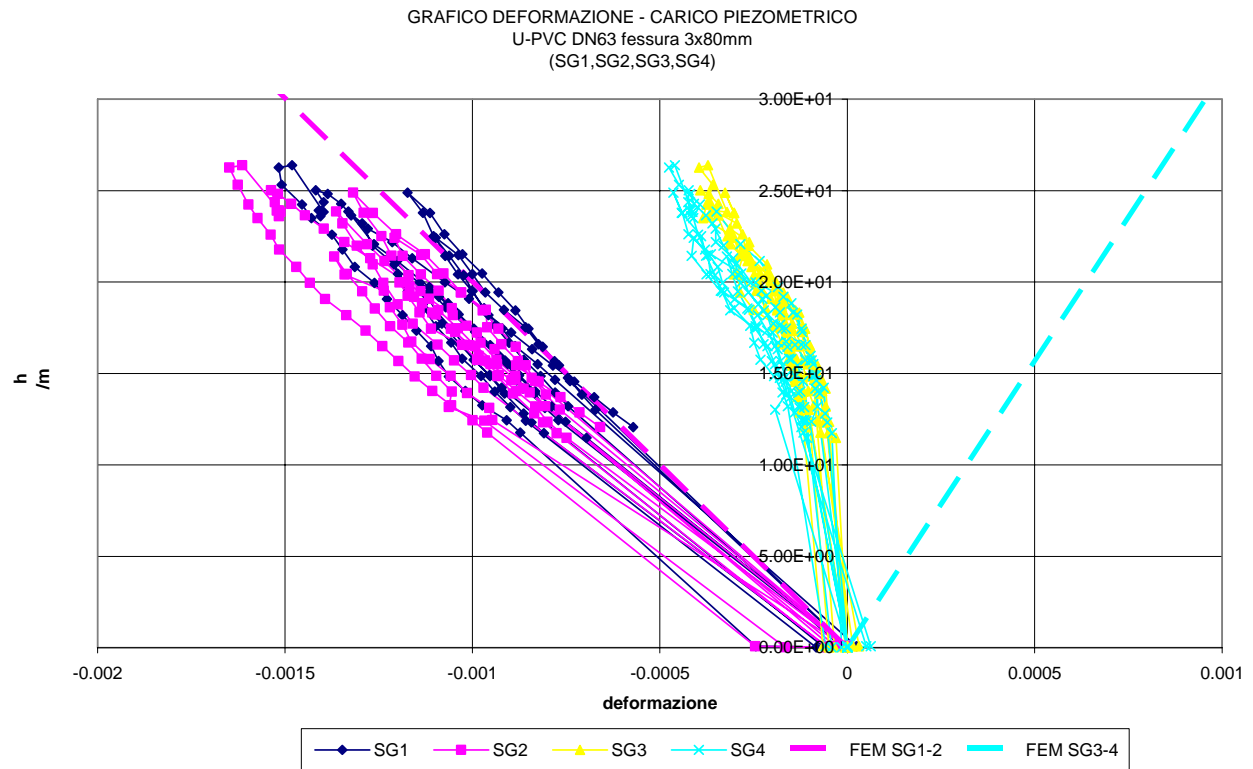


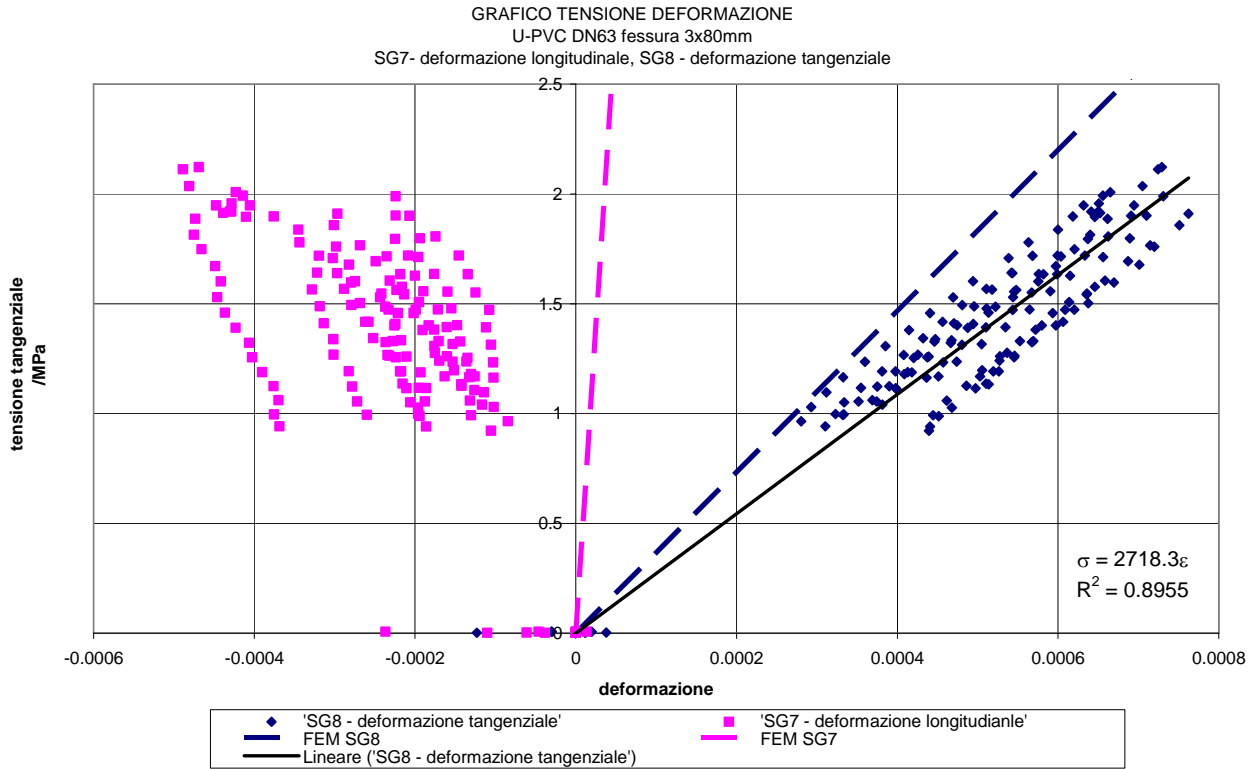
TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM



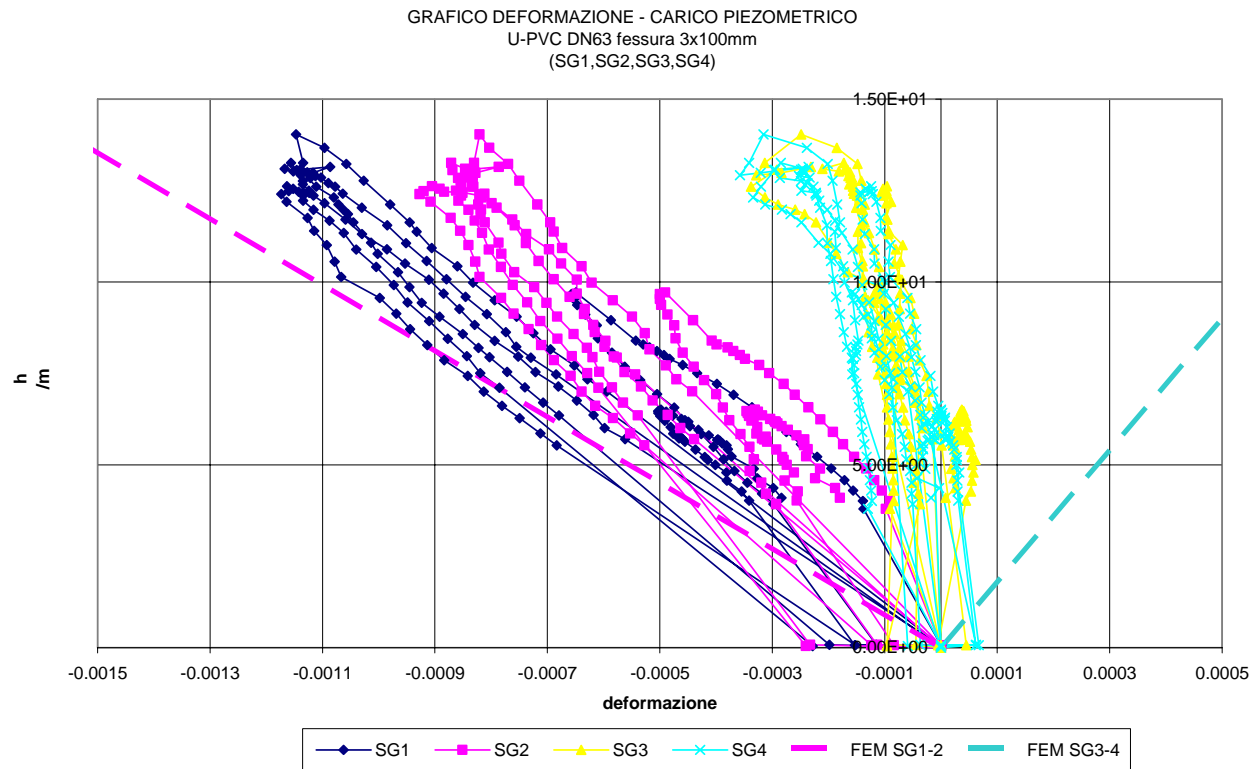


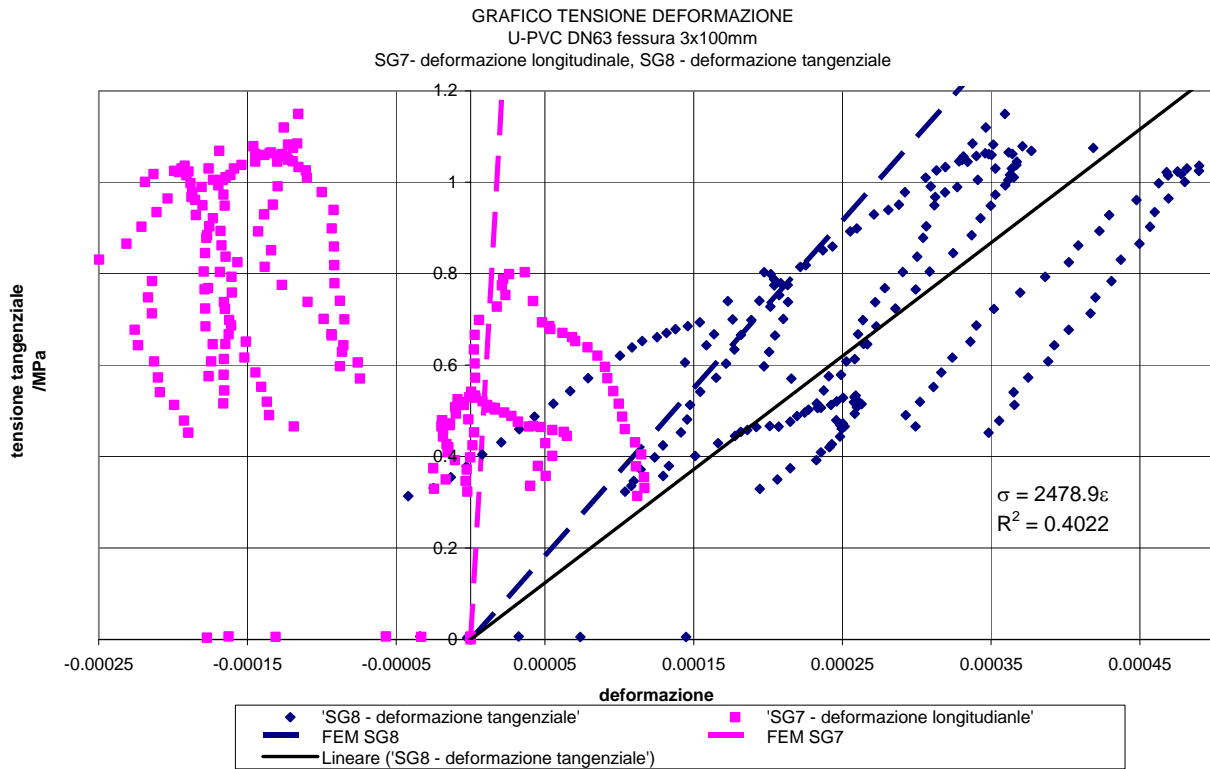
TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM





TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM





u-PVC DN110 – FESSURE

DN100/DN110								
materiale	Diametro fori			Spessore fessure	Lunghezza fessure longitudinali			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
acciaio	4	8	12	3	40	60	80	100
u-PVC	4	8	12	3	40	60	80	100

Tabella 13 – prove su tubo in uPVC fessurato

TUBO PROVA FESSURA 40MM X 3MM

GRAFICO DEFORMAZIONE - CARICO PIEZOMETRICO
 U-PVC DN110 fessura 3x40mm
 (SG1,SG2,SG3,SG4)

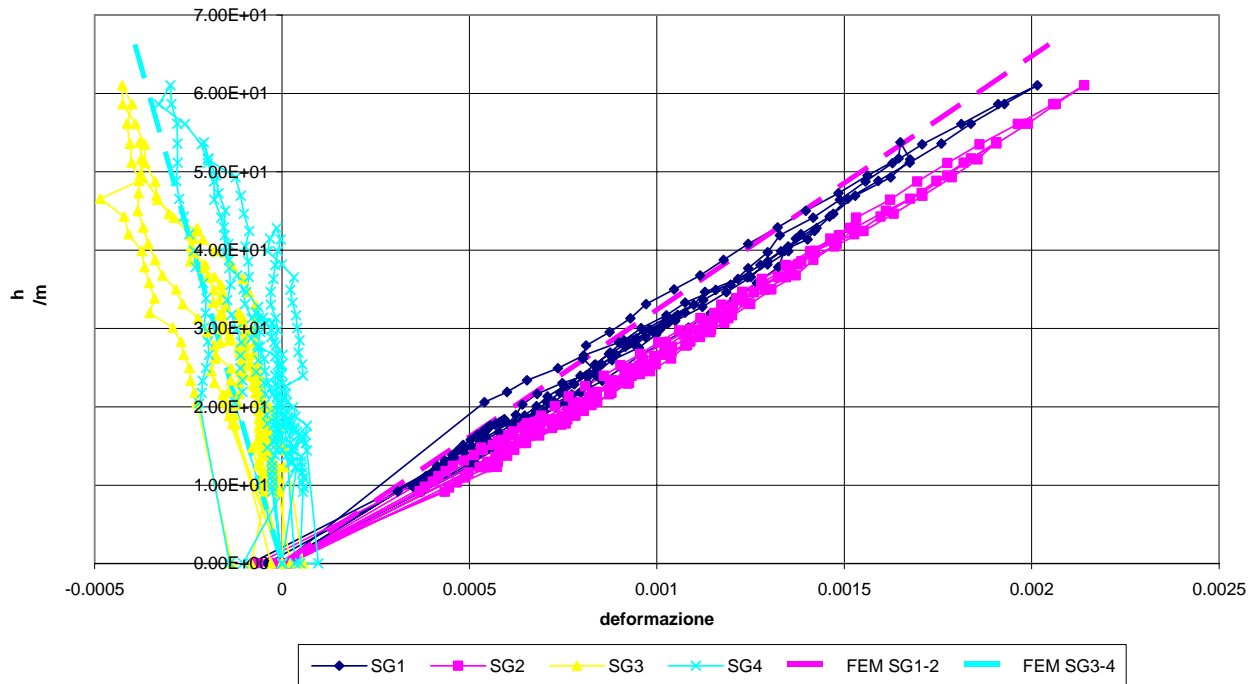


GRAFICO DEFORMAZIONE CARICO PIEZOMETRICO
 U-PVC DN110 fessura 3x40mm
 SG5- deformazione longitudinale, SG6 - deformazione tangenziale

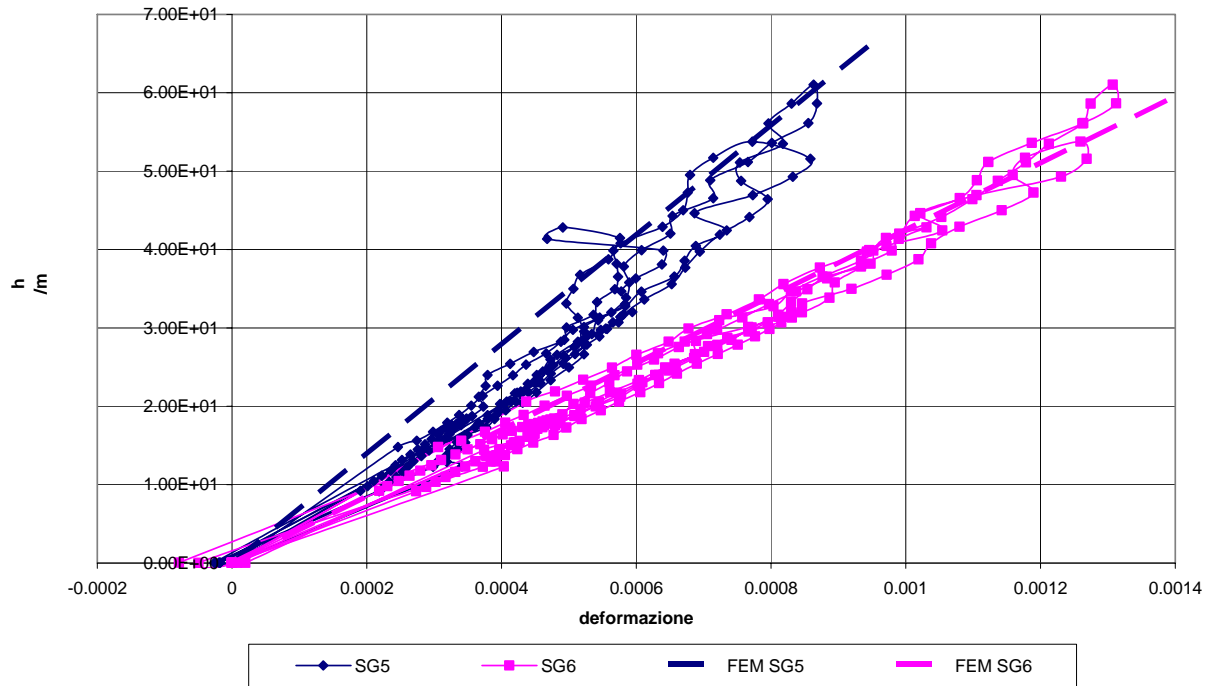
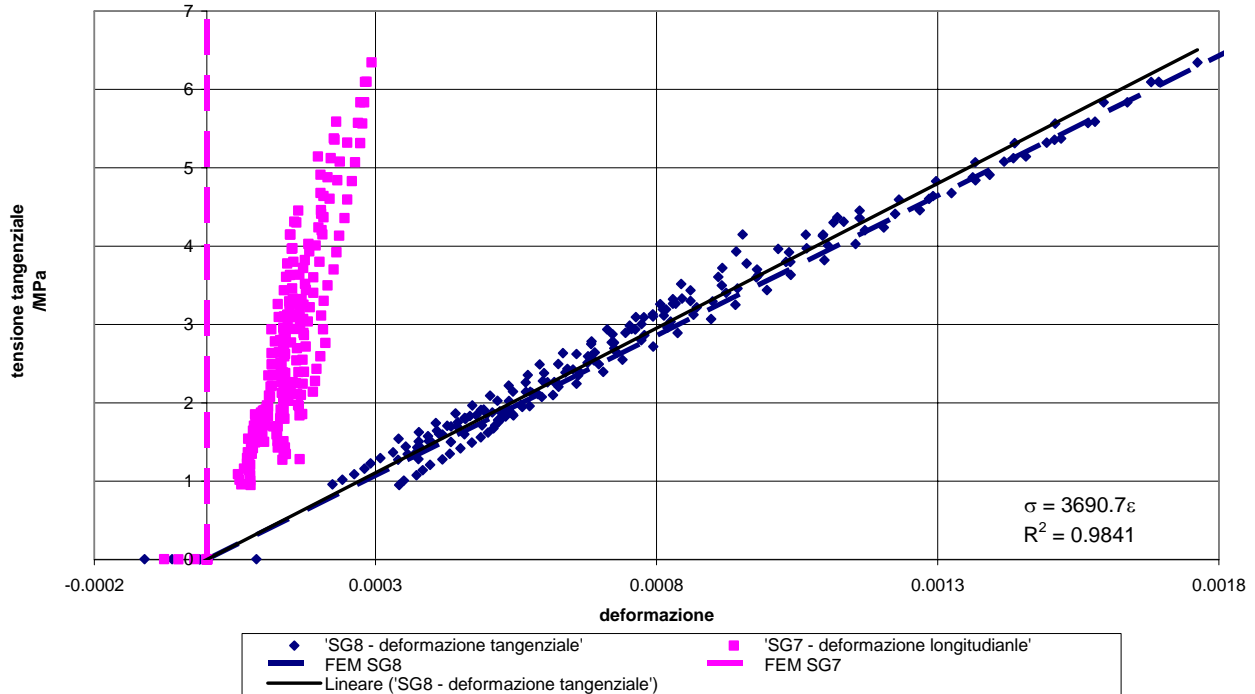


GRAFICO TENSIONE DEFORMAZIONE
 U-PVC DN110 fessura 3x40mm
 SG7- deformazione longitudinale, SG8 - deformazione tangenziale



TUBO PROVA FESSURA 60MM X 3MM

GRAFICO DEFORMAZIONE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x60mm
(SG1,SG2,SG3,SG4)

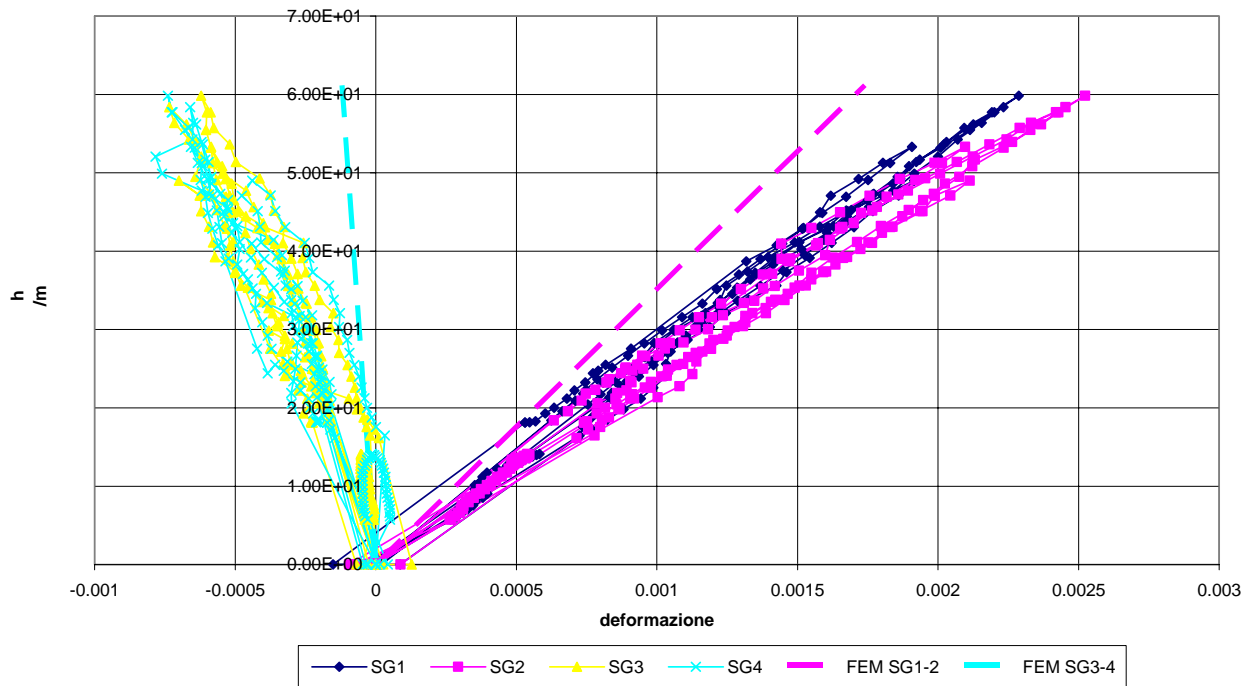
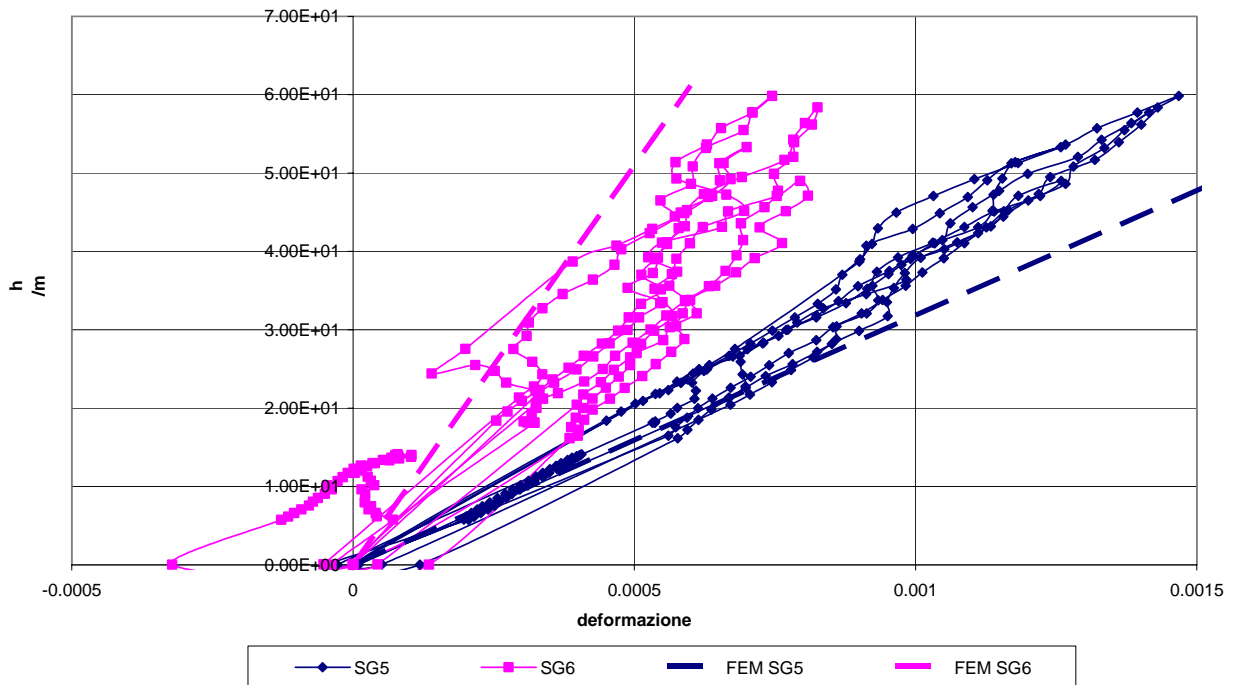
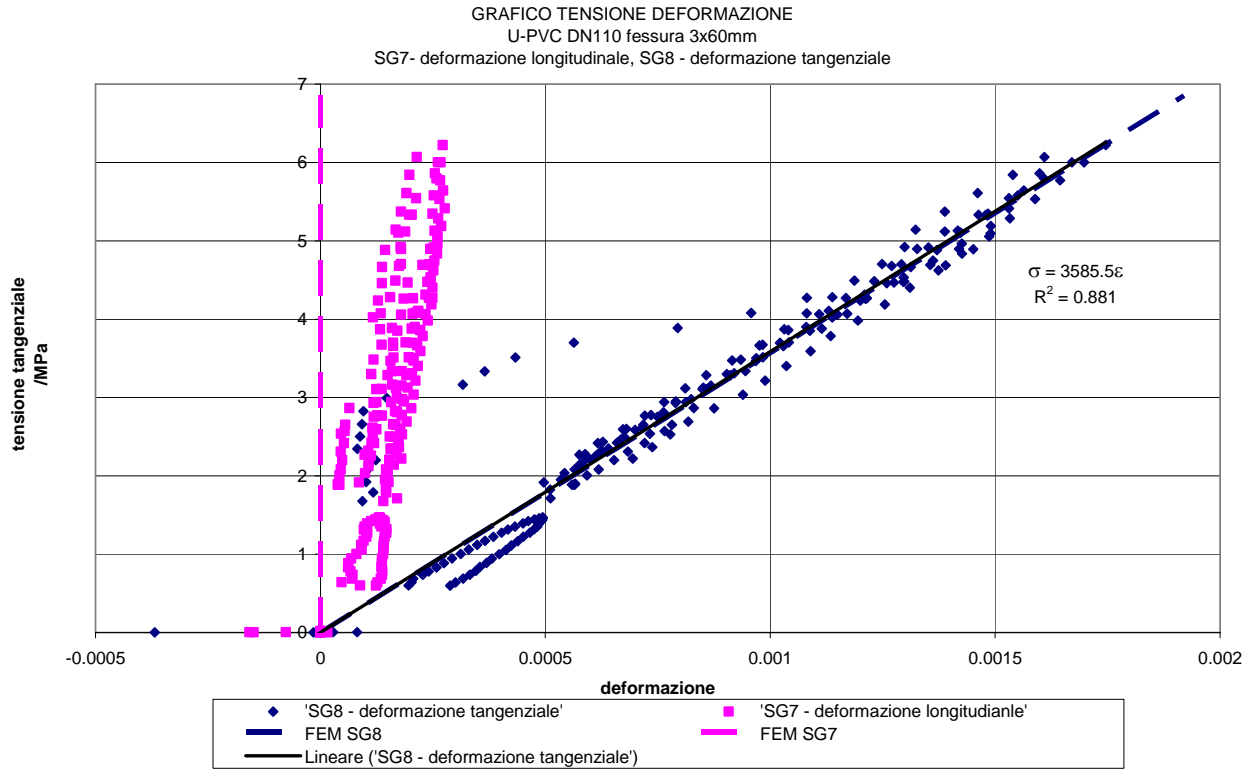


GRAFICO DEFORMAZIONE CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x60mm
SG5 - deformazione longitudinale, SG6 - deformazione tangenziale





TUBO PROVA FESSURA 80MM X 3MM

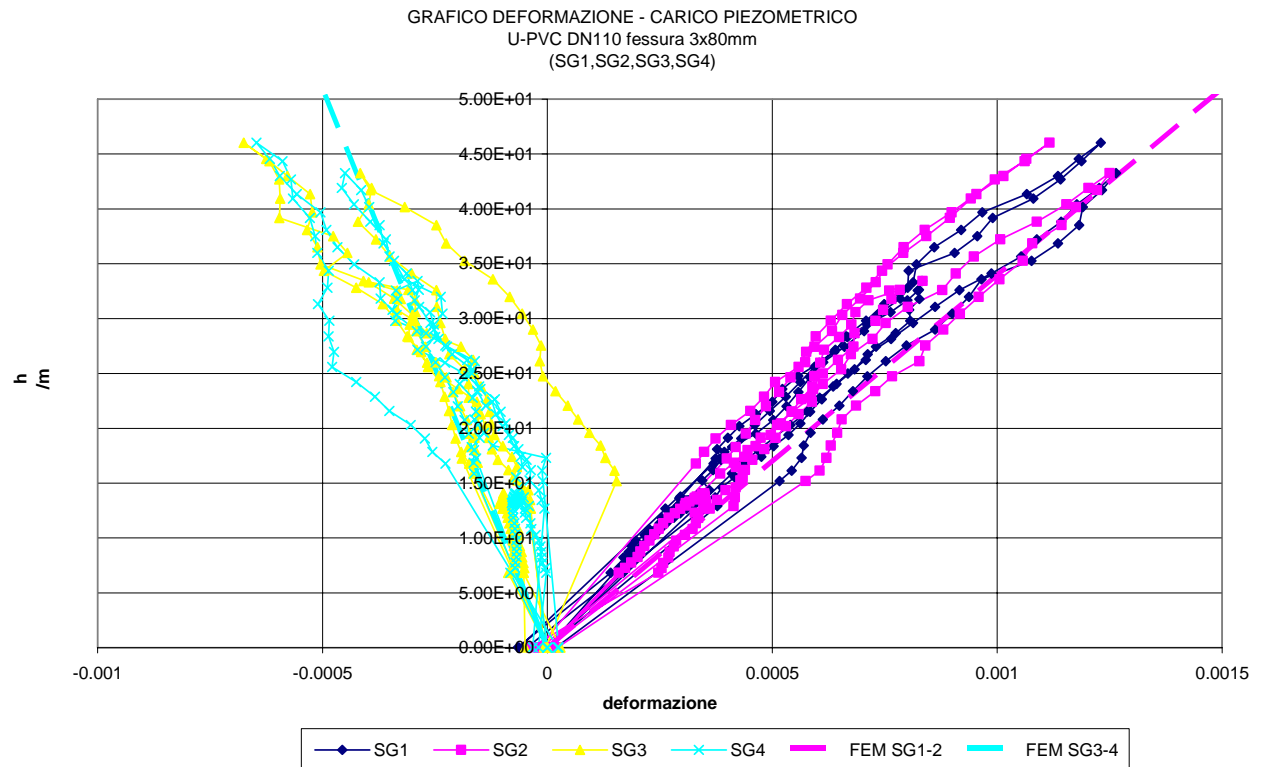


GRAFICO DEFORMAZIONE CARICO PIEZOMETRICO
 U-PVC DN110 fessura 3x80mm
 SG5- deformazione longitudinale, SG6 - deformazione tangenziale

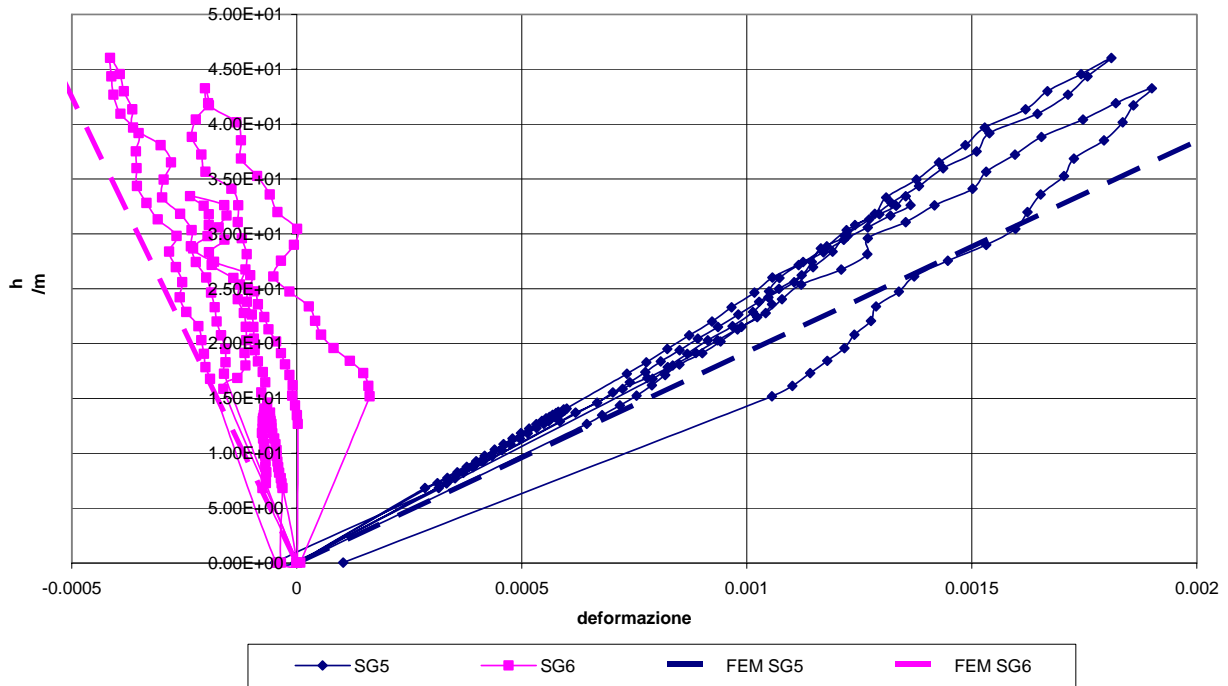
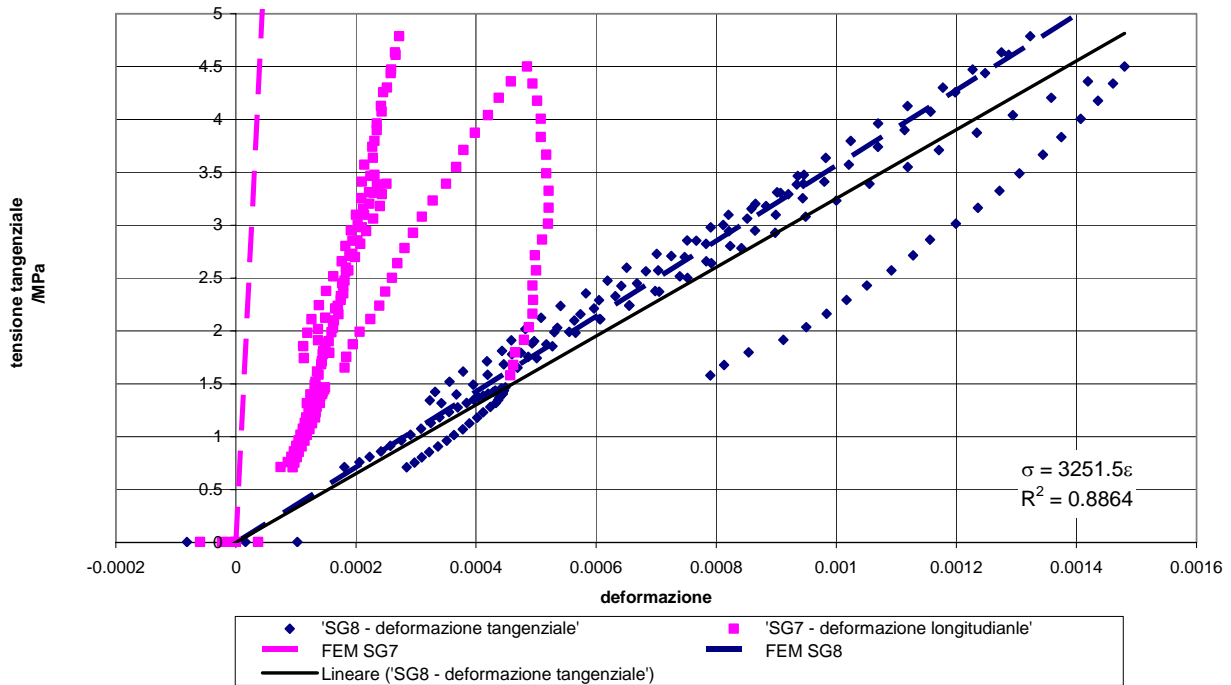


GRAFICO TENSIONE DEFORMAZIONE
 U-PVC DN110 fessura 3x80mm
 SG7- deformazione longitudinale, SG8 - deformazione tangenziale



TUBO PROVA FESSURA 100MM X 3MM

GRAFICO DEFORMAZIONE - CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x100mm
(SG1,SG2,SG3,SG4)

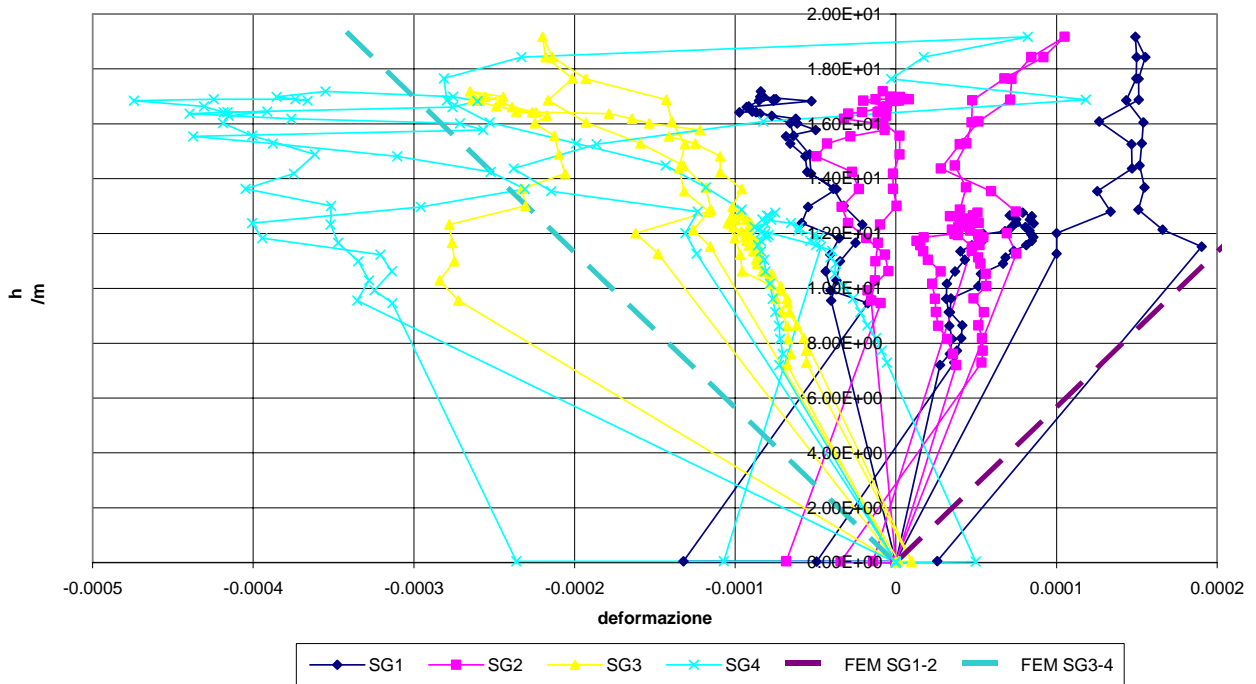
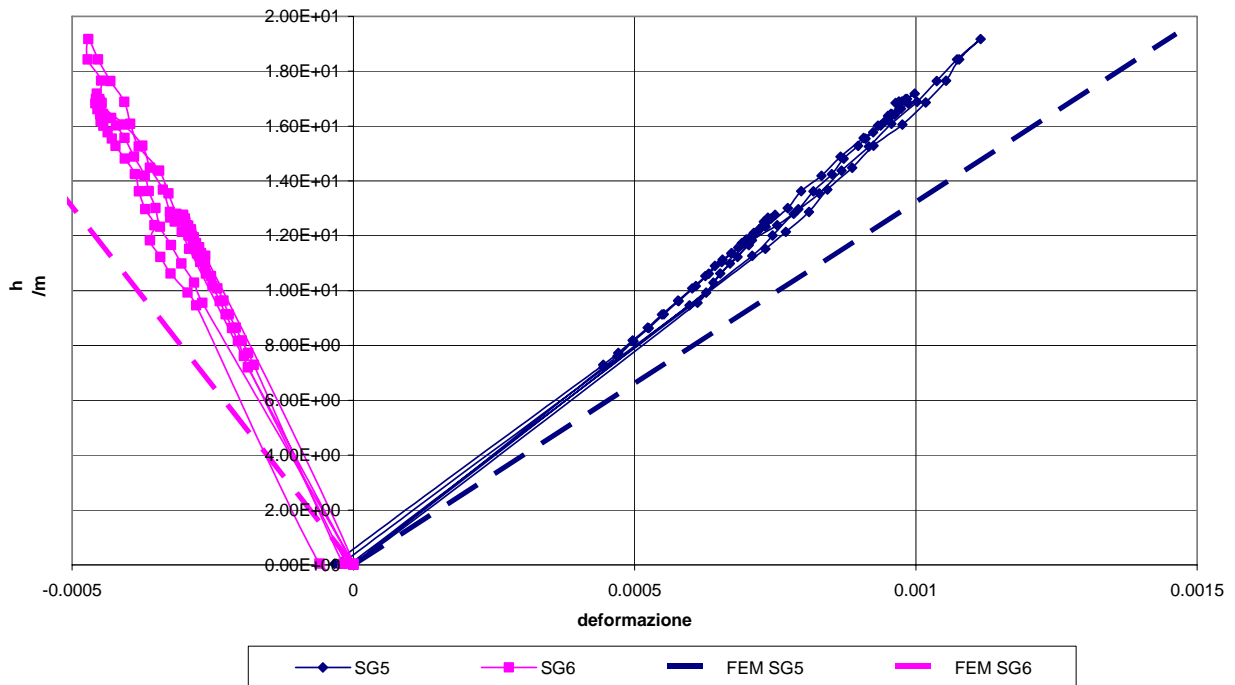
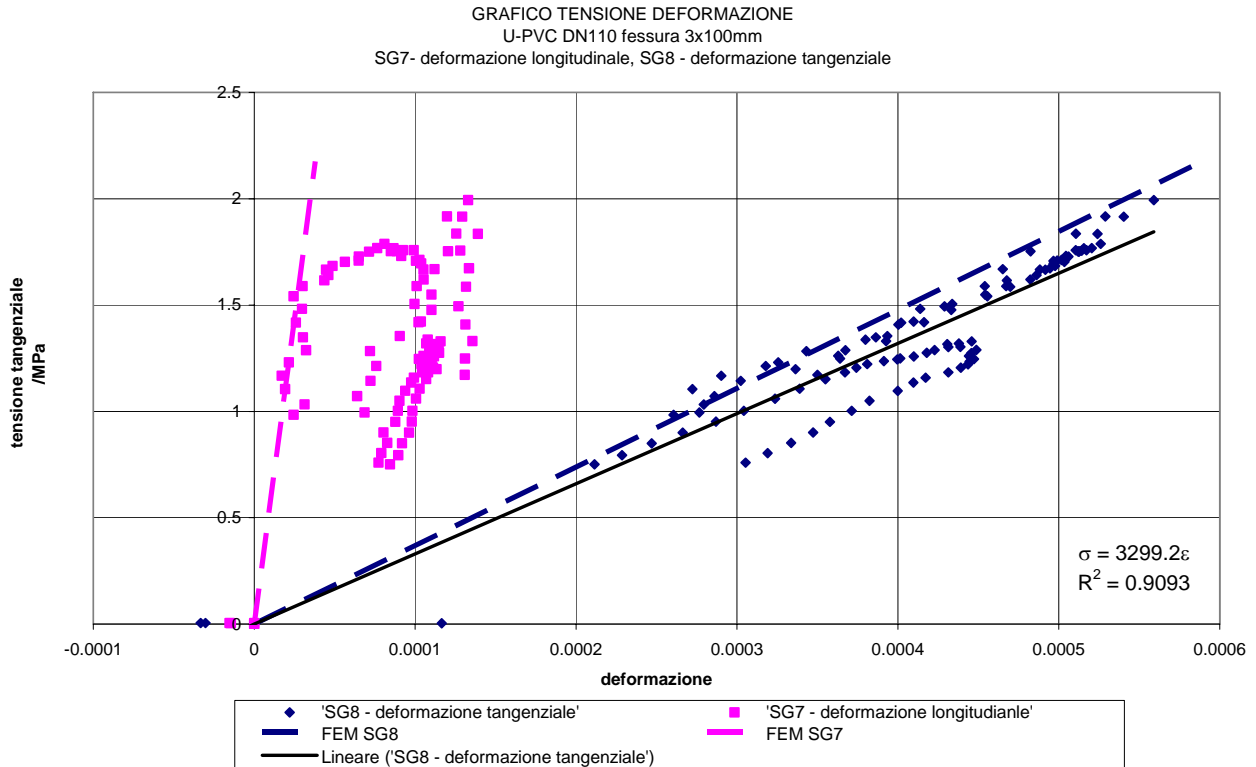


GRAFICO DEFORMAZIONE CARICO PIEZOMETRICO
U-PVC DN110 fessura 3x100mm
SG5 - deformazione longitudinale, SG6 - deformazione tangenziale





Portata volumetrica della perdita

La portata uscente dalla lesione è una grandezza che viene misurata per differenza delle misure di due strumenti per misurazione della portata disposti a monte e a valle della lesione.

La relazione che determina la portata uscente dalla lesione è data da:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2$$

Equazione 1

Con:

- ΔQ Portata uscente / $l s^{-1}$
- Q_1 Portata a monte della lesione / $l s^{-1}$
- Q_2 Portata a valle della lesione / $l s^{-1}$

Verifica sperimentale

Per verificare la presenza di eventuali effetti sistematici sulla misura della portata sono state seguite numerose prove a perdita nulla (tubo test integro). In questo modo l'equazione di continuità pone:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = 0$$

Equazione 2

Il valore atteso della differenza rilevata sperimentalmente è la portata nulla. Le prove sperimentali illustrano, nel seguente grafico, la differenza di portata misurata fra i due strumenti in funzione della portata misurata dal misuratore posto a monte.

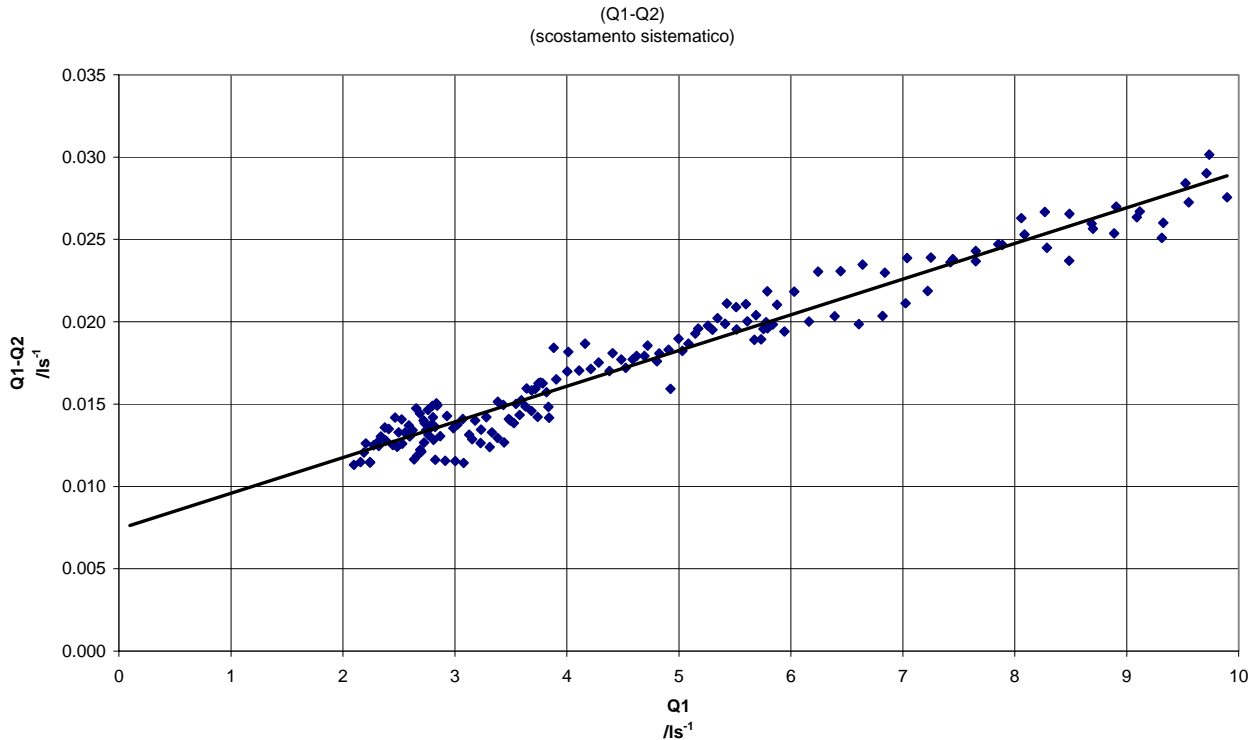


Figura 1 – diagramma di taratura

Si rileva scostamento sistematico proporzionalmente crescente con la portata. La natura di questo scostamento è da imputare prevalentemente ai seguenti motivi:

- Campo di moto asimmetrico dovuto a ostacoli come curve e valvole presenti nell'impianto
- Non perfetto allineamento dell'asse del condotto con l'asse del tubo di misura degli strumenti
- Disturbo localizzato dovuto alle guarnizioni di tenuta che possono debordare all'interno del condotto
- Differenza fra il diametro interno dello strumento e dell'impianto
- Disallineamenti fra i pezzi flangiati che compongono il sistema
- Pulsazioni presenti nel flusso dovute alla tipologia di controllo della pompa.
- Accuratezza del sistema di digitalizzazione e acquisizione dati.
- Accuratezza nominale degli strumenti di misura
- Altri fattori qui non elencati.

Sono state eseguite alcune prove per determinare l'effetto della temperatura del fluido sulla misura. Si rileva sperimentalmente che la temperatura del fluido di prova non è un parametro che influenza significativamente la misura della portata. Analoghe conclusioni si traggono per la pressione di esercizio. Lo scostamento sistematico è strettamente correlato alla portata in transito. Oltre alle ipotesi elencate in precedenza lo scostamento rilevato a perdita nulla sono anche le diverse condizioni di installazione dei due strumenti di misura della portata. Il primo (Q_1) è posto a valle di una stretta curva a 90° . Entrambi gli strumenti risentono dell'effetto del disallineamento di montaggio e del disturbo introdotto dalle guarnizioni di tenuta.

Dall'analisi svolta risulta che l'effetto è di natura sistematica e proporzionale alla portata in transito. Al fine di aumentare l'accuratezza della misura della portata uscente dalla lesione è possibile apportare delle correzioni ai valori misurati come espresso dalla seguente relazione:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 - f(Q_1, Q_2)$$

Equazione 3

Con:

ΔQ	Portata uscente / ls^{-1}
Q_1	Portata a monte della lesione / ls^{-1}
Q_2	Portata a valle della lesione / ls^{-1}
$-f(Q_1, Q_2)$	Correzione dello scostamento sistematico / ls^{-1}

Per determinare lo scostamento è stata eseguita una prova con perdita nulla al variare della portata in transito.

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 - f(Q_1, Q_2) = 0 \Rightarrow f(Q_1, Q_2) = Q_1 - Q_2$$

Equazione 4

la funzione di scostamento è data dalla seguente espressione:

$$f(Q_1, Q_2) = a + b(Q_1 + Q_2)$$

Equazione 5

I coefficienti a, b sono calcolati con la regressione lineare ai minimi quadrati dello scostamento in funzione della somma delle portate misurate.

Ponendo:

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

Equazione 6

Si ottiene:

$$f(Q_1, Q_2) = a + bQ_T$$

Equazione 7

Il seguente grafico riporta lo scostamento misurato:

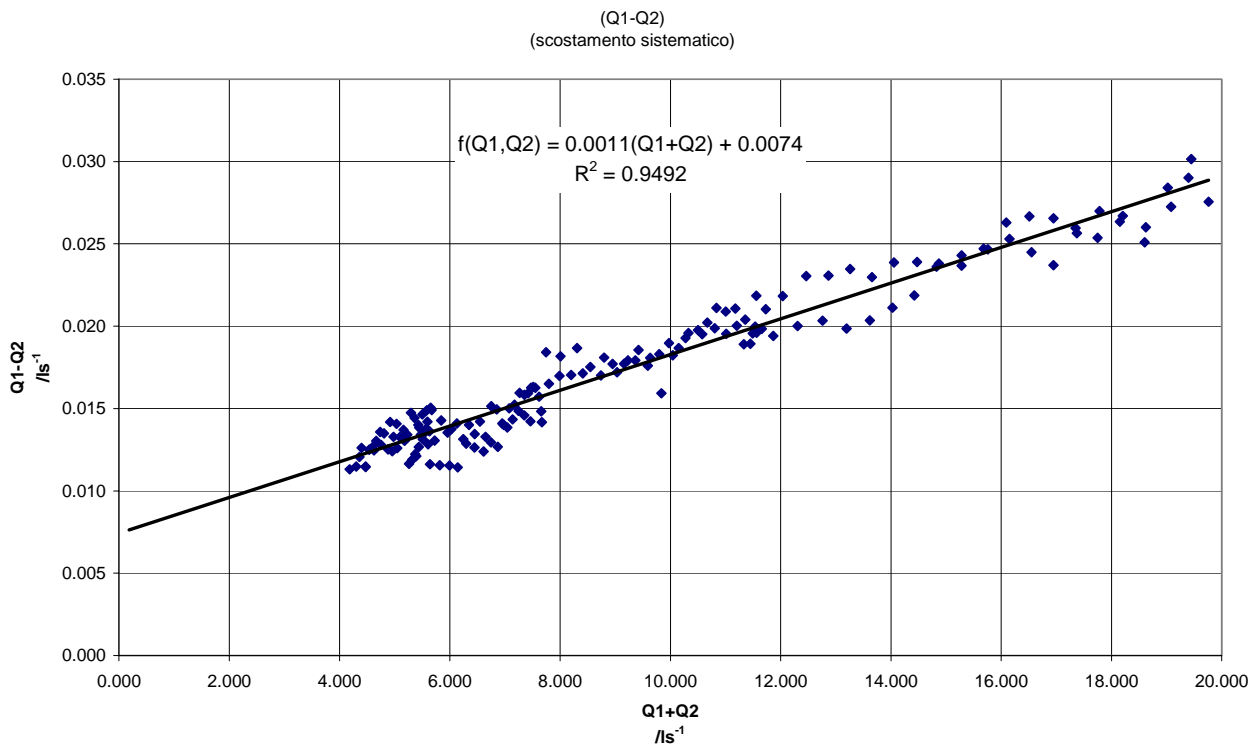


Figura 2 – scostamento sistematico

I coefficienti della funzione di scostamento determinati dalla regressione ai minimi quadrati sono riassunti nella seguente tabella:

a	/ls ⁻¹	0,0074
b		0,0011

L'applicazione della correzione è illustrata nel grafico seguente:

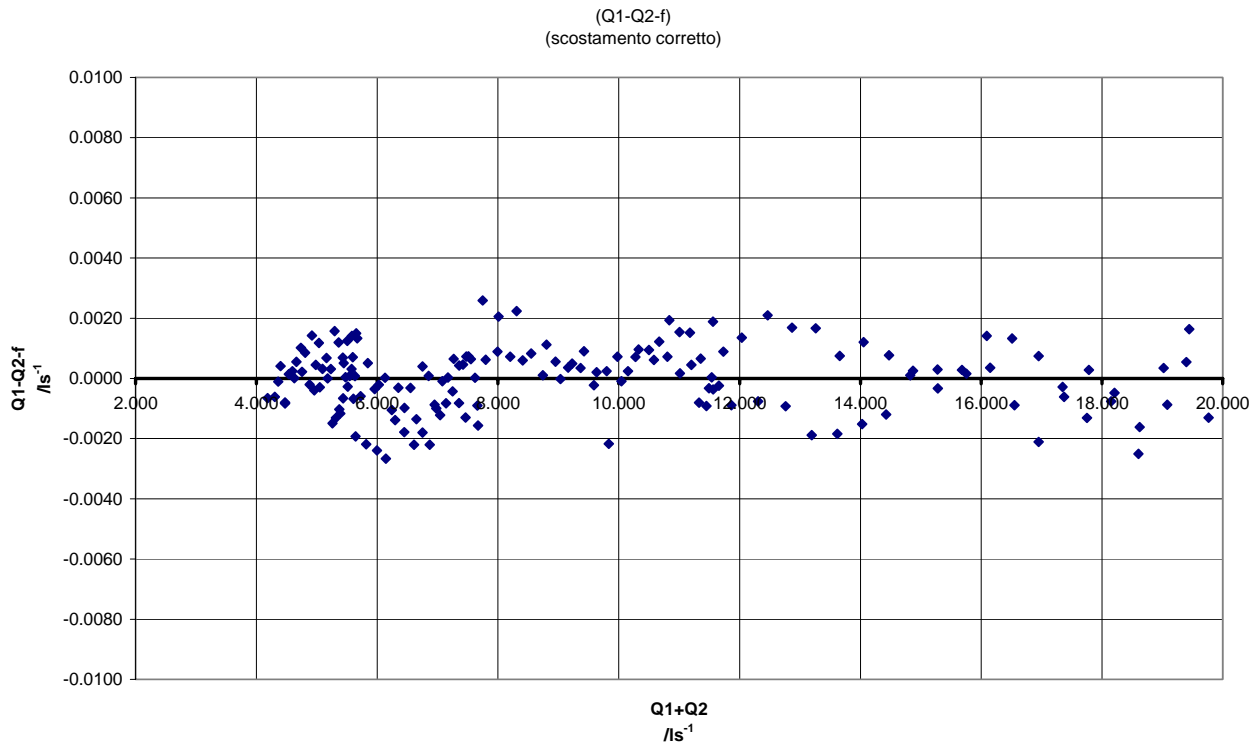


Figura 3 – applicazione della correzione ai dati sperimentali

La correzione dello scostamento sistematico è stata applicata a tutte le misure eseguite. Ad intervalli di tempo circa regolari è stata ripetuta la prova con perdita nulla per confermare la validità della funzione di scostamento determinata inizialmente.

I grafici seguenti riportano i risultati delle prove di controllo eseguite.

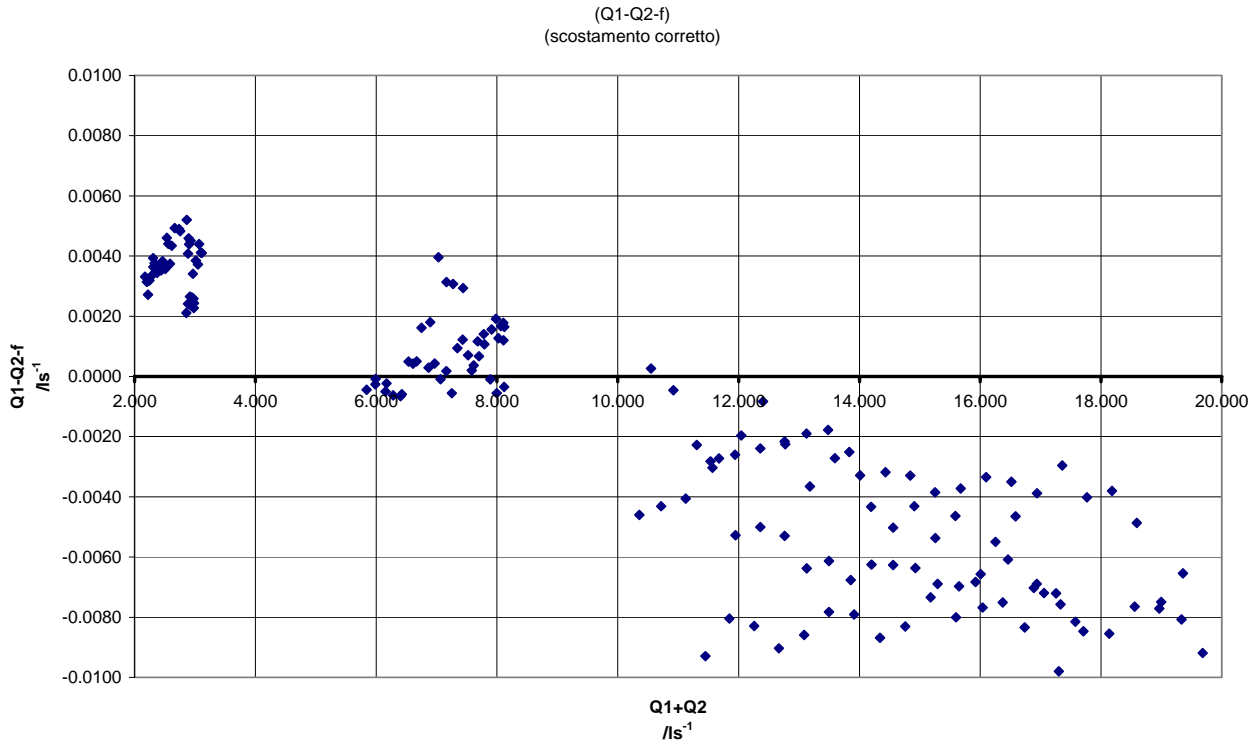


Figura 4 – curva di taratura 25-28 gennaio 2010

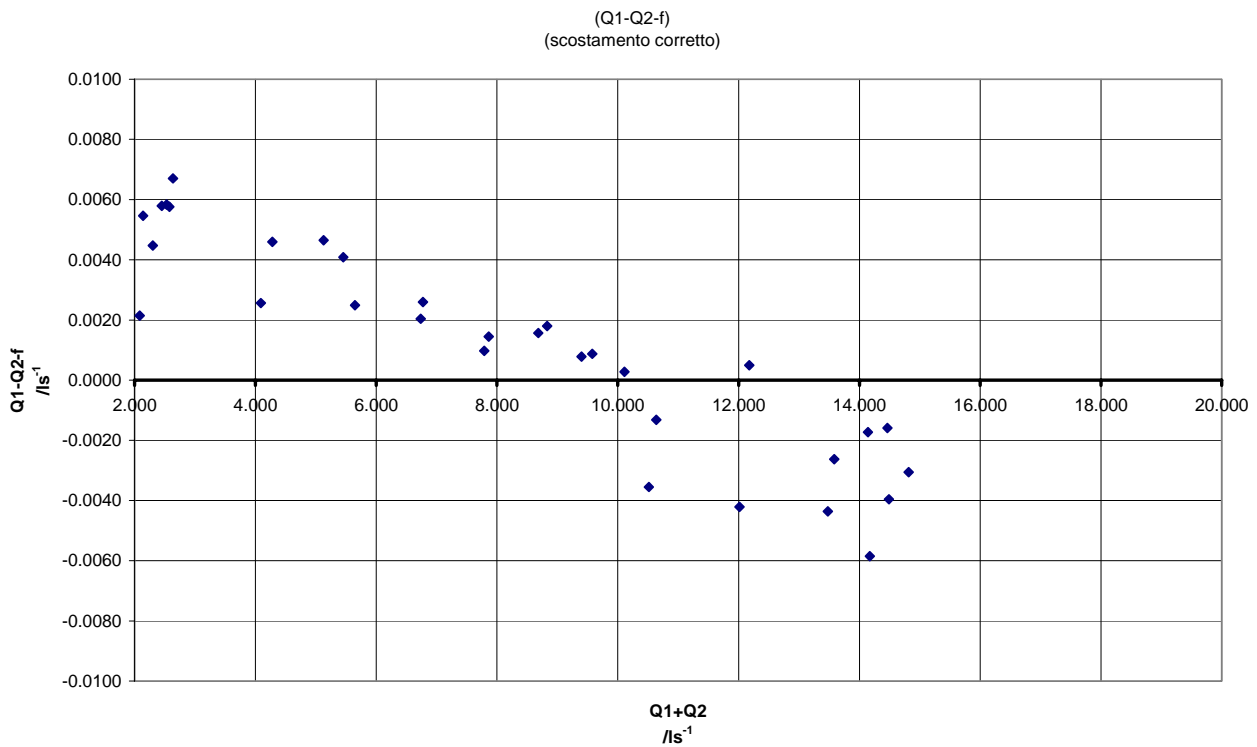


Figura 5 – curva di taratura 27-28 luglio 2010

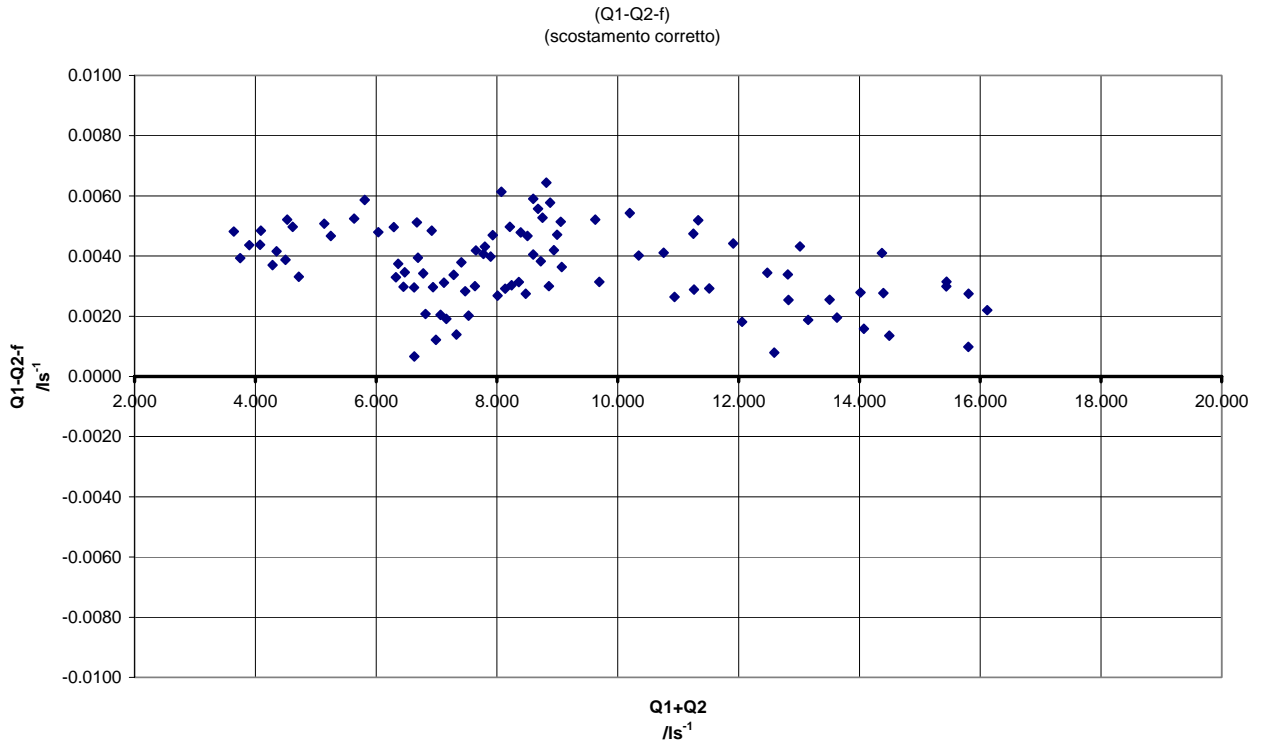


Figura 6 – curva di taratura 25-26 ottobre 2010

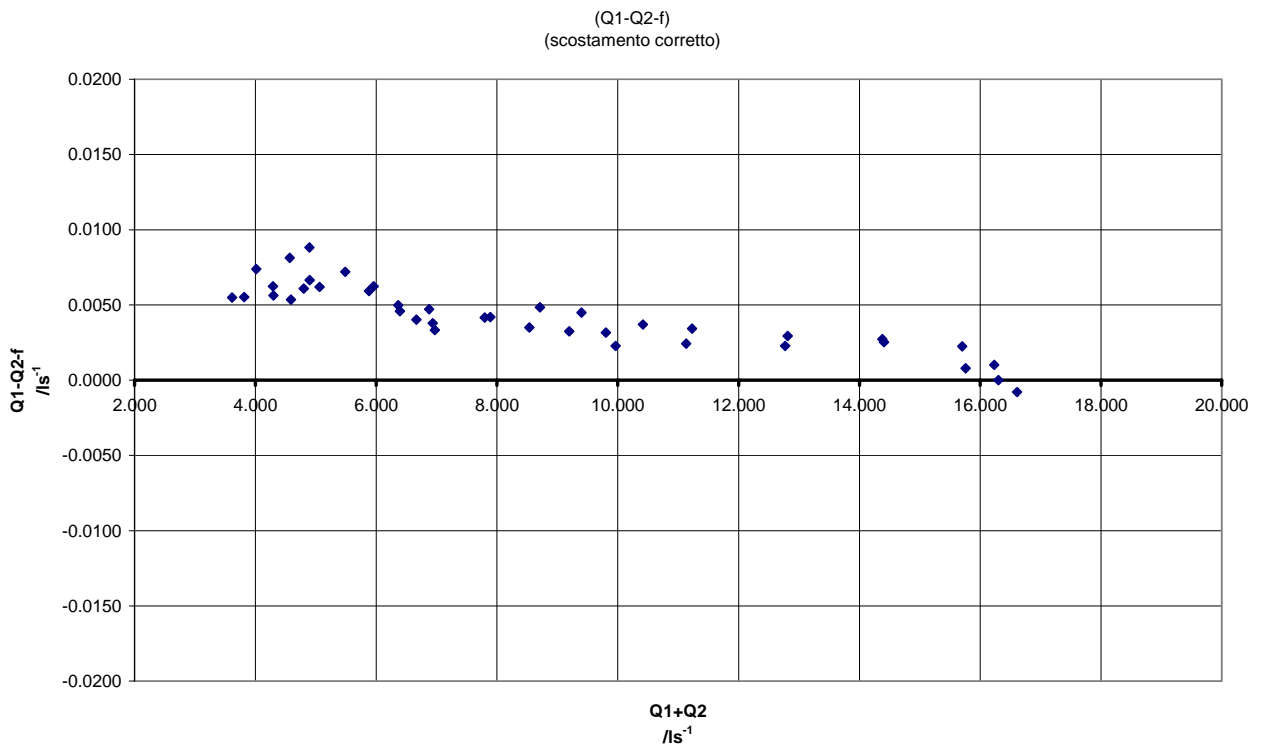


Figura 7 – curva di taratura 28 febbraio 2011-07 marzo 2011

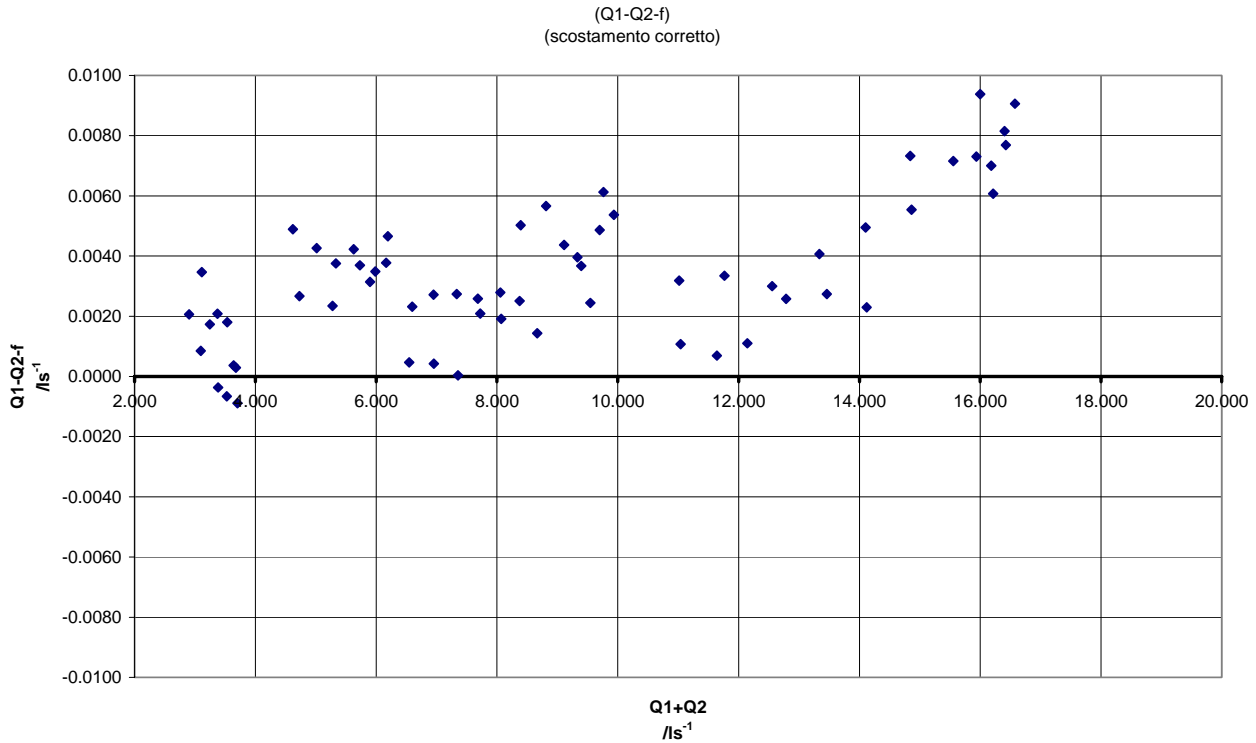


Figura 8 – curva di taratura 10 agosto 2011

L'analisi delle variazioni nel tempo della curva di taratura del sistema di misura della portata in uscita dalla lesione per differenza delle misure dei due strumenti elettromagnetici indica una elevata stabilità strumentale.

La regolazione valutata all'inizio delle prove è pertanto valida per tutto il periodo di test eseguiti che si è protratto per circa due anni.

Accuratezza del sistema di misura della portata

La portata misurata dal singolo strumento è valutata come media di un numero cospicuo di osservazioni statisticamente indipendenti per le quali è possibile ipotizzare una distribuzione di probabilità normale e calcolare il valore medio:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{N}$$

L'incertezza di misura associata alla portata del singolo misuratore è pari allo scarto tipo sperimentale della media e può essere ritenuto un contributo trascurabile per le misure eseguite.

L'accuratezza nominale dedotta dal rapporto di prova fornito dal produttore dello strumento è pari a $\pm 0,20\%$ del valore misurato.

Una stima ragionevole dell'incertezza della stima della portata in uscita dalla lesione può essere fatta cumulando l'incertezza delle singole misure di portata. Per ogni strumento di misura è ragionevole assumere che le letture siano caratterizzate da una distribuzione rettangolare di probabilità di ampiezza pari

all'intervallo di accuratezza. I due misuratori hanno la medesima accuratezza, pertanto l'incertezza estesa associata alla portata uscente dalla lesione può essere calcolata come segue:

$$U_{(Q_1-Q_2)} = k \sqrt{\left(\frac{0,20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,20}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

Assumendo un coefficiente di copertura $k=2$ che per una distribuzione normale equivale ad un livello di probabilità pari a circa il 95% si ottiene una incertezza della portata in uscita dalla lesione pari a:

$$U_{(Q_1-Q_2)} = 2 \sqrt{\left(\frac{0,20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0,20}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0,33\%$$

In questa stima sono stati trascurati i contributi casuali di incertezza delle singole misure e il contributo di incertezza della correzione dell'errore sistematico.

Carico piezometrico nella lesione

Il carico piezometrico è calcolato dal rapporto fra la pressione e il peso specifico del liquido.

Le pressioni sono misurate per mezzo di due trasduttori di pressione posti nell'impianto sia a monte che a valle del tubo di prova lesionato. A causa del differente diametro effettivo interno del tubo test rispetto al diametro dell'impianto è necessario, al fine di valutare correttamente la pressione in prossimità della lesione, apportare una correzione.

In generale è possibile scrivere l'equazione di bilancio energetico e di conservazione della massa (eq. di continuità) in termini di valori medi sulla sezione retta del condotto lungo una linea di corrente che collega le due sezioni di calcolo. La figura seguente illustra il problema in esame:

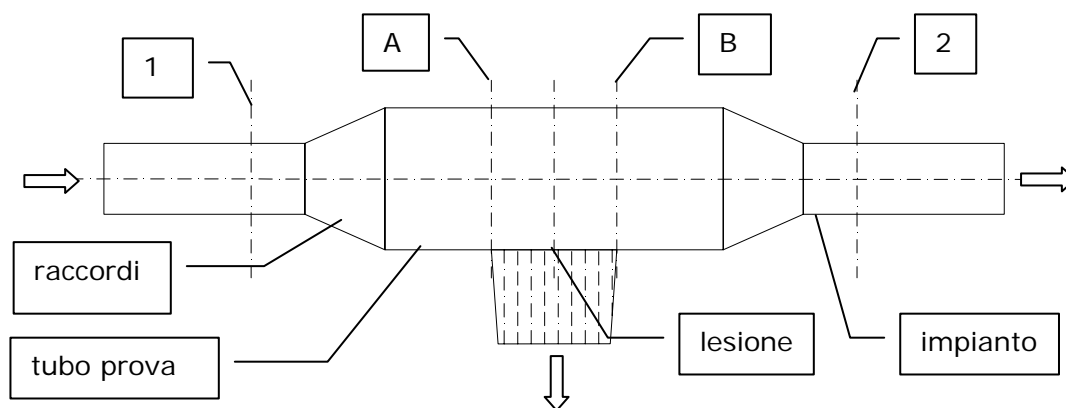


Figura 9

Il sistema di equazioni per una linea di corrente che parte dalla sezione (1) e termina nella sezione (A) risulta:

$$\begin{cases} Q_1 - Q_A = 0 \\ H_1 - \Delta H_{1-A} - H_A = 0 \end{cases}$$

Sistema 1

Analogamente per la linea di corrente che parte dalla sezione (B) e termina nella sezione (2) risulta:

$$\begin{cases} Q_B - Q_2 = 0 \\ H_B - \Delta H_{B-2} - H_2 = 0 \end{cases}$$

Sistema 2

Per il volume di controllo Vc limitato dalle sezioni (A), (B) e dalla parete del tubo lesionato è possibile scrivere l'equazione di conservazione della massa e l'equazione di conservazione della quantità di moto come illustrato nel sistema seguente.

$$\begin{cases} Q_A - Q_B = Q_{out} \\ \bar{G} + \bar{\Pi} = \bar{Q}_{me} - \bar{Q}_{mu} + \bar{I} \end{cases}$$

Sistema 3

La seconda equazione del sistema è una equazione vettoriale che può essere scritta per componenti lungo due direzioni, l'una lungo l'asse del condotto che indicheremo con x e la seconda lungo l'asse verticale che chiameremo y, passante per il baricentro della lesione e ortogonale all'asse del condotto. (vedi figura)

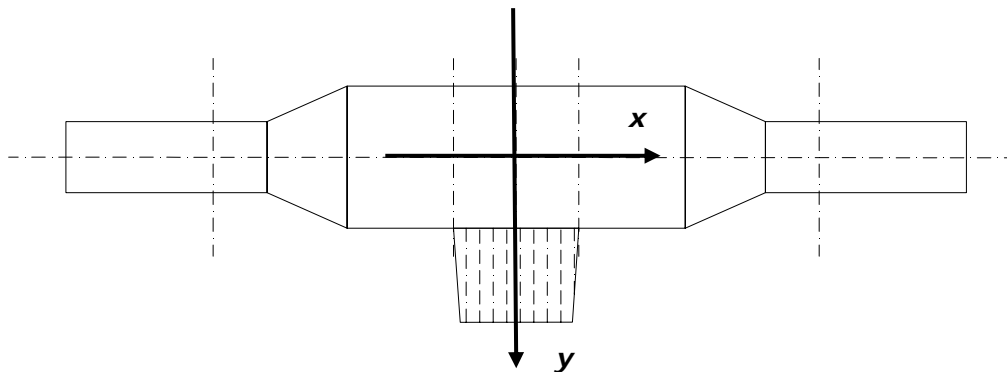


Figura 10

Nel presente calcolo non viene presa in considerazione, e quindi si ipotizza trascurabile, la componente di quantità di moto dovuta ad una diversa inclinazione del getto in uscita dalla lesione.

Per comodità indicheremo con:

- ω La sezione del tubo dell'impianto /m²
- Ω La sezione del tubo del tubo test /m²

La seconda equazione del Sistema 3 scritta per la direzione x risulta:

$$\bar{G}_x + \bar{\Pi}_x = \bar{Q}_{mex} - \bar{Q}_{mux} + \bar{I}_x$$

Equazione 8

$$p_A \Omega - p_B \Omega = \rho U_A Q_A - \rho U_B Q_B$$

Equazione 9

Da cui risulta:

$$p_A - p_B = \frac{\rho}{\Omega} (U_A Q_A - U_B Q_B) = \rho (U_A \frac{Q_A}{\Omega} - U_B \frac{Q_B}{\Omega}) = \rho (U_A^2 - U_B^2)$$

o, in maniera equivalente:

$$p_A - p_B = \frac{\rho}{\Omega^2} (Q_A^2 - Q_B^2)$$

Equazione 10

Concettualmente il volume di controllo deve estendersi oltre le sezioni indicate in figura per un tratto a monte e a valle della lesione tali da non risentire della perturbazione locale dovuta alla lesione stessa. Ad una distanza dalla lesione dell'ordine di qualche diametro del tubo si può ritenere (con ragionevole approssimazione) che il campo di moto sia assial-simmetrico. Questa ipotesi permette quindi di considerare i valori medi riferiti all'asse del condotto rappresentativi del campo di moto in oggetto. Nell'equazione di equilibrio delle forze lungo l'asse x è trascurato l'effetto delle tensioni di attrito τ_0 alla parete bagnata del volume di controllo. Il problema è compiutamente descritto dalle quantità e dalle relazioni riportate nel Sistema 1, Sistema 2 e Sistema 3.

Dalla seconda equazione del Sistema 1 è possibile ricavare quanto segue:

$$H_1 - \Delta H_{1-A} - H_A = 0$$

Equazione 11

Esplicitando i termini che compongono il carico totale $H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}$ si ottiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} - \Delta H_{1-A} - z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2g} = 0$$

Equazione 12

L'asse è orizzontale, pertanto la differenza di quota è nulla.

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} - \Delta H_{1-A} + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2g} = 0$$

Equazione 13

Da cui:

$$p_1 - p_A = \gamma \Delta H_{1-A} + \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$$

Equazione 14

ovvero, in modo equivalente esplicitando la pressione in A:

$$p_A = p_1 - \gamma \Delta H_{1-A} - \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$$

Equazione 15

Analogamente è possibile procedere per la seconda equazione del sistema n.2 come segue:

$$H_B - \Delta H_{B-2} - H_2 = 0$$

Equazione 16

Esplicitando i termini che compongono il carico totale $H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}$ si ottiene:

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2g} - \Delta H_{B-2} - z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} = 0$$

Equazione 17

Essendo anche in questo caso valide le ipotesi precedenti si può scrivere:

$$\frac{p_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2g} - \Delta H_{B-2} + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} = 0$$

Equazione 18

Da cui:

$$p_B - p_2 = \gamma \Delta H_{B-2} + \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right)$$

Equazione 19

ovvero, in modo equivalente esplicitando la pressione in B:

$$p_B = p_2 + \gamma \Delta H_{B-2} + \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right)$$

Equazione 20

È ora possibile sostituire i valori calcolati nell'Equazione 10 come segue:

$$p_1 - \gamma \Delta H_{1-A} - \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) - p_2 - \gamma \Delta H_{B-2} - \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right) = \frac{\rho}{\Omega^2} (Q_A^2 - Q_B^2)$$

L'eq. di continuità (vedi Sistema 1 e Sistema 2) pone: $Q_B = Q_2$ e $Q_A = Q_1$, pertanto ne segue che

$$p_1 - \gamma \Delta H_{1-A} - \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) - p_2 - \gamma \Delta H_{B-2} - \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right) = \frac{\rho}{\Omega^2} (Q_1^2 - Q_2^2)$$

Raccogliendo e riorganizzando i termini si ottiene la seguente espressione:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{\Omega^2} (Q_1^2 - Q_2^2) + \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) - \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) + \gamma \Delta H_{1-A} + \gamma \Delta H_{B-2}$$

$$p_1 - p_2 = \rho (Q_1^2 - Q_2^2) \left[\frac{1}{\Omega^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) \right] + \gamma \Delta H_{1-A} + \gamma \Delta H_{B-2}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho (Q_1^2 - Q_2^2)}{2} \left[\frac{3}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right] + \gamma \Delta H_{1-A} + \gamma \Delta H_{B-2}$$

Equazione 21

Stima delle pressioni in prossimità della lesione

Gli esperimenti di laboratorio sono strutturati in modo da misurare le quantità nelle sezioni (1) e (2). Con le informazioni a disposizione è possibile procedere come segue nell'analisi dei dati sperimentali:

1. Stimare la somma delle perdite di carico: $\Delta H_{1-2} = \Delta H_{1-A} + \Delta H_{B-2}$
2. Identificare un modello analitico adatto e stimare la perdita di carico per contrazione ΔH_{B-2}
3. Stimare per differenza la perdita di carico $\Delta H_{1-A} = \Delta H_{1-2} - \Delta H_{B-2}$
4. calcolare quindi p_A e p_B

nota: nel procedimento esposto si ipotizza che il diametro del tubo test sia sempre maggiore del diametro dell'impianto. Qualora si presentasse la condizione opposta, ovvero che il diametro test fosse più piccolo del diametro di impianto, la perdita di carico per contrazione deve essere stimata a monte della lesione. Per le prove programmate in questo lavoro i diametri del tubo

test sono sempre maggiori o uguali al diametro dell'impianto, pertanto si ritiene valida la stima qui illustrata per tutte le condizioni sperimentali.

1. Stimare la somma delle perdite di carico: $\Delta H_{1-2} = \Delta H_{1-A} + \Delta H_{B-2}$

Questo primo punto si ottiene dal calcolo sui dati acquisiti in laboratorio dalla seguente relazione:

$$\Delta H_{1-2} = \Delta H_{1-A} + \Delta H_{B-2} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{(Q_1^2 - Q_2^2)}{2g} \left[\frac{3}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right]$$

Equazione 22

2. Identificare un modello analitico adatto e stimare la perdita di carico per contrazione ΔH_{B-2}

In riferimento a quanto riportato in : Handbook of Hydraulic Resistance (3rd edition) Authors: I.E. Idelchik, M.O. Steinberg, M.O. Steinberg (Editor) January 1994

Le condizioni presenti in laboratorio sono riassunte nella seguente tabella:

rectilinear boundary walls	Scheme a,1
$Re = \frac{w_0 D_0}{\nu} \geq 10^5$	$0.2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 5 \cdot 10^5$
$\frac{l_0}{D_0} > 0$	$\frac{l_0}{D_0} \geq 5$
$n_0 = \frac{F_0}{F_1} \leq 1$	$0.35 \leq n_0 \leq 1$
α	$15 \leq \alpha \leq 40$
$\xi = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2 / 2}$	$\xi = 0.045$

Tabella 14

Dalla tabella si nota che non sempre è rispettato limite inferiore del numero di Reynolds, si ritiene comunque accettabile tale determinazione. Si allega un estratto del manuale con i riferimenti ai simboli usati:

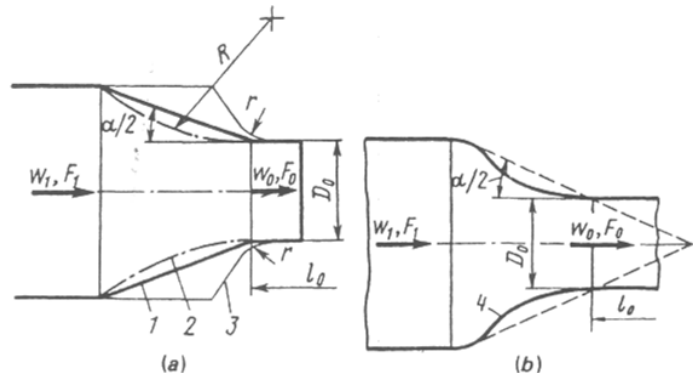


Figura 11

La notazione usata è coerente con la seguente, già adottata per le grandezze usate fino ad ora:

- ξ coefficiente di perdita concentrata
- Δp perdita di pressione per perdita di carico concentrata, equivalente a
$$\Delta H_{B-2} = \frac{\Delta p}{\gamma}$$
- ρ densità del fluido
- w_0 velocità media nella sezione di valle del raccordo U_2

La perdita di carico per restringimento è quindi valutabile come segue:

$$\Delta H_{B-2} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \xi \frac{w_0^2}{2g} = \xi \frac{U_2^2}{2g}$$

Equazione 23

3. Stimare per differenza la perdita di carico $\Delta H_{1-A} = \Delta H_{1-2} - \Delta H_{B-2}$
 È ora possibile calcolare la differenza delle quantità note.

4. calcolare quindi p_A e p_B

È ora possibile calcolare le pressioni p_A e p_B avendo note le perdite di carico, le pressioni e le portate nelle sezioni di misura 1 e 2.

$$p_A = p_1 - \gamma \Delta H_{1-A} - \rho \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$$

Equazione 24

$$p_B = p_2 + \gamma \Delta H_{B-2} + \rho \frac{Q_2^2}{2} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right)$$

Equazione 25

La pressione media che è presente in prossimità della lesione è quindi valutabile dalla seguente relazione:

$$p_{media} = \frac{p_A + p_B}{2}$$

Equazione 26

Ne consegue che il carico piezometrico medio risulta:

$$h_{medio} = \frac{p_{media}}{\gamma}$$

Equazione 27

Accuratezza della stima del carico piezometrico

Il carico piezometrico in prossimità della lesione è dedotto da una serie di calcoli e misure. L'accuratezza complessiva della stima del carico piezometrico è pari a circa $\pm 1,0m$ di colonna d'acqua.

Misura della pressione

La misura di pressione è effettuata per mezzo di una catena di misura costituita da trasduttori di pressione con campo di misura 0-10bar e uscita con segnale analogico 4-20mA collegato ad un sistema di acquisizione dati.

L'accuratezza della misura di pressione nel campo compreso fra 1bar e 10bar è pari a circa $\pm 0,5\%$ del fondo scala ($\pm 0,05\text{bar}$).

Misura delle aree dei tubi

L'accuratezza della stima dell'area del condotto circolare che costituisce l'impianto o lo spezzone di prova è determinata dalle tolleranze di produzione.

Le normative tecniche impongono degli intervalli di tolleranze dimensionali per il diametro esterno e lo spessore del tubo. In molti casi la tolleranza sul diametro esterno è comprensiva dell'effetto della ovalizzazione della sezione.

In generale è possibile esprimere l'accuratezza del diametro interno in funzione del diametro esterno e dello spessore nominali in funzione delle tolleranze di produzione. L'accuratezza della stima del diametro si ripercuote nell'accuratezza del calcolo dell'area.

Peso specifico dell'acqua di laboratorio

Il peso specifico è il prodotto della massa volumica (o densità) e dell'accelerazione gravitazionale.

$$\gamma = \rho \bar{g}$$

Equazione 28

Con:

ρ densità dell'acqua pura alla temperatura t

\bar{g} accelerazione gravitazionale locale ($g=9,806\text{ms}^{-2}$)

Massa volumica dell'acqua di laboratorio

L'acqua utilizzata nell'impianto di laboratorio è comune acqua potabile contenente sali e gas disciolti alla temperatura di esercizio e alla pressione ambiente. Il fattore che maggiormente influenza la variazione di densità dell'acqua è la variazione di temperatura durante la prova. La densità dell'acqua utilizzata nell'impianto viene determinata sulla base delle seguenti ipotesi:

1. Si assume che la variazione di densità in funzione della temperatura sia la stessa sia per l'acqua pura che per l'acqua di laboratorio
2. Si assume che la densità dell'acqua di laboratorio sia la medesima dell'acqua pura a meno di un fattore di correzione costante dovuto alla presenza di sali disciolti che si ritiene comunque trascurabile.

Analiticamente la densità dell'acqua di laboratorio in funzione della temperatura è valutata come segue:

$$\rho(t) = a_5 \left[1 - \frac{(t + a_1)^2 (t + a_2)}{a_3 (t + a_4)} \right]$$

Equazione 29

Con:

t /°C, temperatura Celsius secondo la ITS-90
(Scala di Temperatura Internazionale del 1990)

$a_1 = -3,983035$ /°C

$a_2 = 301,797$ /°C

$a_3 = 522528,9$ /°C

$a_4 = 69,34881$ /°C

$a_5 = 999,974950$ /kg m⁻³

L' Equazione 29 è tratta da: M.Tanaka, G.Girard, R.davis, A. Peuto, N.Bignell
"Recommended Table for the density of water between 0°C and 40°C based on
recent experimental reports" Metrologia ,38,2001, pp.301-309.

La densità dell'acqua pura ottenuta distillando l'acqua di mare di Copenhagen
(che per convenzione è la SMOW Standard Mean Ocean Water), quando sia
priva di aria disciolta e sia alla pressione di 101325 Pa

La tabella seguente riassume i valori di densità dell'acqua pura in funzione
della temperatura.

DENSITA' DELL'ACQUA PURA	
temperatura	densità
/°C	/kg m ⁻³
0	999,843
2	999,943
4	999,975
6	999,943
8	999,851
10	999,703
12	999,500
14	999,247
16	998,946
18	998,598
20	998,207
22	997,773
24	997,299
26	996,786
28	996,235
30	995,649
32	995,027
34	994,372

Tabella 15 – densità dell'acqua pura

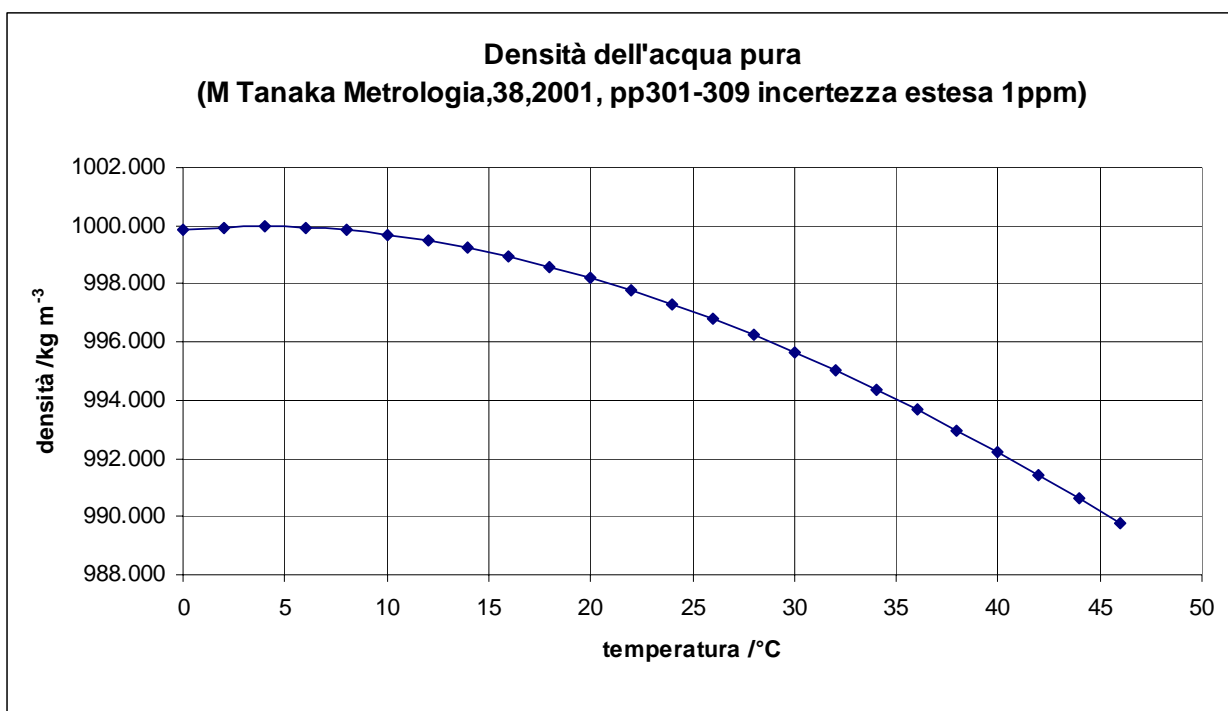


Figura 12 – grafico della densità dell'acqua pura al variare della temperatura

Temperatura

La catena di misura della temperatura è costituita un trasduttore di temperatura resistivo del tipo PT100. Le sonde sono collegate a convertitori di segnale da PT100 a 4-20mA. Il segnale è poi acquisito e digitalizzato dal sistema di acquisizione e controllo automatico.

Una verifica sperimentale della catena di misura è stata svolta per confronto diretto fra le due sonde di temperatura tipo PT100 al fine di rilevare eventuali scostamenti sistematici. Le due sonde hanno registrato quanto riportato nei grafici seguenti. L'accuratezza della catena di misura della temperatura è pari a circa $\pm 1^\circ\text{C}$.

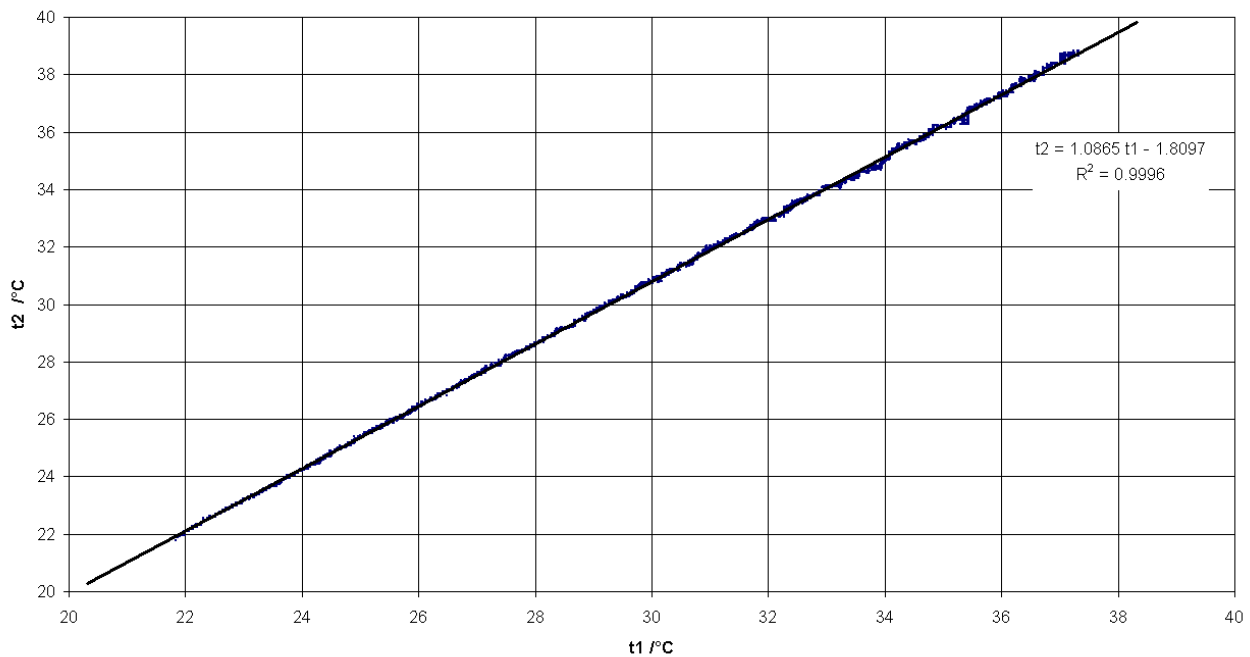


Figura 13 – curva di taratura per confronto diretto t1-t2

L'analisi dei dati evidenzia in termini assoluti uno scostamento medio massimo pari a circa $1,4^\circ\text{C}$ come riportato nella figura seguente.

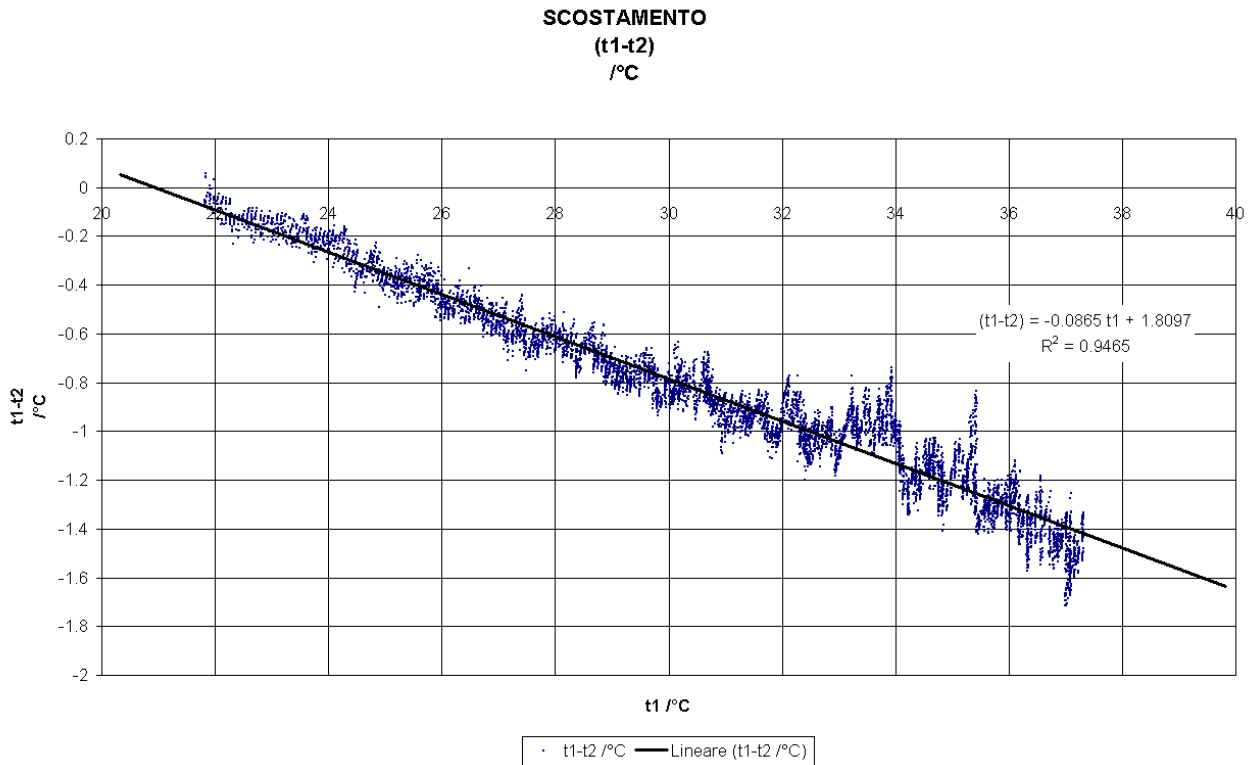


Figura 14 - scostamento assoluto

Lo scostamento massimo è compatibile con la stima di incertezza della catena di misura pari a $\pm 1^\circ\text{C}$.

Deformazione (misure estensimetriche)

Le misure estensimetriche sono eseguite con sistema di acquisizione a ponte di Weastone secondo lo schema a quarto di ponte.

Lo schema elettrico delle connessioni è illustrato nella figura seguente:

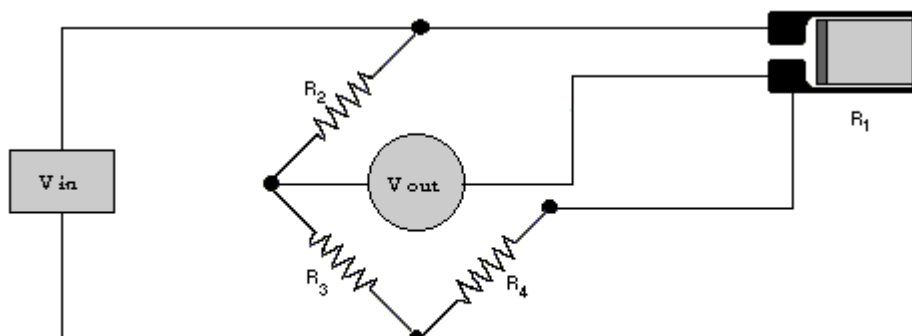


Figura 15 - Estensimetro a quarto di ponte.

Compensazione di temperatura

Gli estensimetri rilevano le deformazioni locali del materiale nell'area ove sono installati per mezzo di opportuni collanti.

La deformazione misurata è cumulativa di più effetti, anche indesiderati, come riportato nell'elenco seguente:

- Deformazione elastica, componente lungo l'asse longitudinale dell'estensimetro.
- Deformazione elastica ortogonale all'asse dell'estensimetro dovuta alla sensibilità alle deformazioni trasversali.
- Deformazione termica per variazioni di temperatura del supporto.

La deformazione elastica è quindi affetta da errori che possono essere in parte compensati con diverse tecniche.

La deformazione ortogonale all'asse dell'estensimetro è modesta e spesso trascurabile. Il produttore dell'estensimetro adotta opportune tecniche di produzione e progettuali per ridurre il più possibile questo effetto. Nella pratica comune, come nelle misure qui eseguite, il contributo della sensibilità trasversale è trascurabile.

La deformazione per variazioni di temperatura è un contributo solitamente non trascurabile. La tecnica di compensazione delle deformazioni termiche adottata è la correzione a posteriori dei dati acquisiti.

Nel dispositivo di prova sono state misurate le temperature sia interne del fluido che esterne dove sono applicati gli estensimetri al fine di valutare la correzione da applicare.

Indicando con :

- α_E il coefficiente di dilatazione termica nominale dell'estensimetro (solitamente sono disponibili per acciaio e alluminio).
- α_M il coefficiente di dilatazione termica del materiale di supporto (diverso dal coefficiente nominale, es: materiali plastici, composito ecc..).

quando il materiale base ha un coefficiente di dilatazione compatibile con l'estensimetro utilizzato la misura è automaticamente compensata in temperatura secondo la seguente relazione:

$$\varepsilon_{mis} = \varepsilon_0 - \alpha_E \Delta T$$

Equazione 30

Con:

ε_{mis} deformazione misurata (compensata con α_E)

ε_0 deformazione non compensata

$\alpha_E \Delta T$ compensazione di deformazione in seguito alla variazione di temperatura ΔT .

Ne segue che la deformazione non compensata risulta dall'Equazione 30:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{mis} + \alpha_E \Delta T$$

Equazione 31

È ora possibile, analogamente all'Equazione 30, compensare la misura di deformazione con il coefficiente di dilatazione lineare proprio del materiale di supporto come segue:

$$\varepsilon_{comp} = \varepsilon_0 - \alpha_M \Delta T$$

Equazione 32

Sostituendo Equazione 31 in Equazione 32 si ottiene:

$$\varepsilon_{comp} = \varepsilon_{mis} + \alpha_E \Delta T - \alpha_M \Delta T = \varepsilon_{mis} + (\alpha_E - \alpha_M) \Delta T$$

Pertanto la deformazione compensata risulta:

$$\varepsilon_{comp} = \varepsilon_{mis} + (\alpha_E - \alpha_M) \Delta T$$

Equazione 33

Con:

ε_{mis} deformazione misurata (compensata con α_E)

ε_{comp} deformazione compensata in temperatura

α_E coefficiente di dilatazione termica lineare di compensazione dell'estensimetro.

α_M coefficiente di dilatazione termica lineare del materiale di supporto.

ΔT variazione di temperatura durante la prova.

Nota: La deformazione compensata finale è riferita ad una variazione di temperatura ΔT . Implicitamente si fa riferimento ad uno stato iniziale di temperatura e, conseguentemente, di deformazione iniziale.

Il riferimento iniziale entra nel calcolo nella misura di deformazione data dall'estensimetro.

$$\varepsilon_{mis} = \varepsilon_{mis} - \varepsilon_{mis} \Big|_{T=T_1}$$

Equazione 34

Con

$\varepsilon_{mis} \Big|_{T=T_1}$ misura di deformazione iniziale di riferimento.

Stima del modulo elastico lineare da misure estensimetriche

La caratterizzazione sperimentale delle grandezze meccaniche del materiale è condotta per mezzo di misure estensimetriche al fine di valutare il modulo elastico sperimentale (E , $/\text{Nm}^{-2}$). Il modulo elastico sperimentale differisce dal modulo elastico nominale in quanto sono diverse le condizioni di prova del materiale. Si ritiene, almeno dal punto di vista sperimentale, che l'accuratezza del metodo sia sufficiente a determinare un valore di modulo elastico di calcolo che meglio approssimi le effettive condizioni di esercizio da riprodurre su modello a elementi finiti. Lo scopo è verificare se il modulo elastico sperimentale è compatibile con il modulo elastico nominale utilizzato nella modellazione ad elementi finiti.

Il metodo per determinare il modulo elastico del materiale prevede la misura di deformazioni sia tangenziali che longitudinali sulla superficie esterna del tubo di prova. Gli estensimetri sono disposti a 120° come illustrato nella figura seguente:

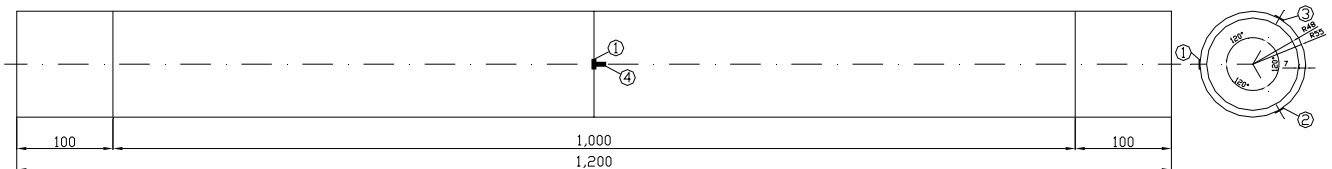


Figura 16 - vista di insieme del dispositivo strumentato

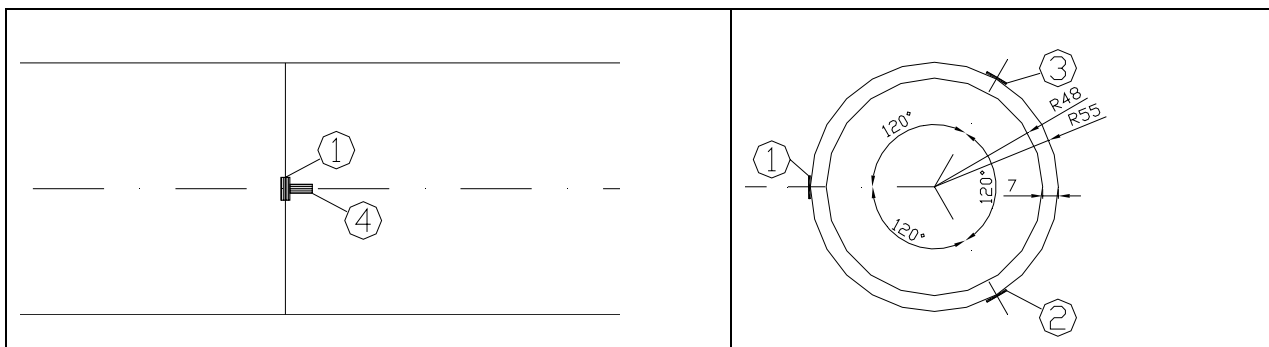


Figura 17 - particolari del dispositivo strumentato

Gli estensimetri disposti a 120° misurano la deformazione sulla parete esterna della tubazione che è messa in pressione al suo interno per mezzo della pompa dell'impianto di prova.

I tre estensimetri sono disposti sulla circonferenza data dall'intersezione della superficie cilindrica esterna della tubazione e il piano di simmetria ortogonale all'asse del dispositivo di prova.

I tre estensimetri disposti con asse di misura tangente alla circonferenza rilevano la deformazione relativa ad uno stato piano di deformazione (piano di simmetria) corrispondente ad un anello di spessore unitario caricato con una pressione interna positiva.

I tre estensimetri dovrebbero teoricamente misurare la medesima deformazione, mentre il quarto estensimetro, disposto longitudinalmente, è un

estensimetro di controllo in grado di rilevare eventuali variazioni di deformazione dovute all'effetto dei vincoli esterni che possono trasmettere azioni iperstatiche come sforzo normale, azioni taglianti, torcenti o coppie. Un unico estensimetro non è evidentemente sufficiente a rilevare il completo stato tensionale del tubo, pertanto l'estensimetro di controllo è usato come indicazione qualitativa.

Contemporaneamente alle deformazioni sono misurate anche le altre grandezze di riferimento per il calcolo come le pressioni a monte e a valle del dispositivo, necessarie alla determinazione della pressione che agisce in corrispondenza dell'asse del tubo.

Stato piano di tensione

Per determinare il modulo elastico è necessario conoscere, oltre allo stato deformativo, anche lo stato tensionale e il percorso tensione-deformazione.

L'analisi della distribuzione di tensione nello spessore del tubo cilindrico per un materiale elastico lineare è riassunta di seguito e fa riferimento alla soluzione in termini di funzione delle tensioni della lastra in coordinate polari con condizione di simmetria polare. Il modello a cui si fa riferimento è riportato nella figura seguente:

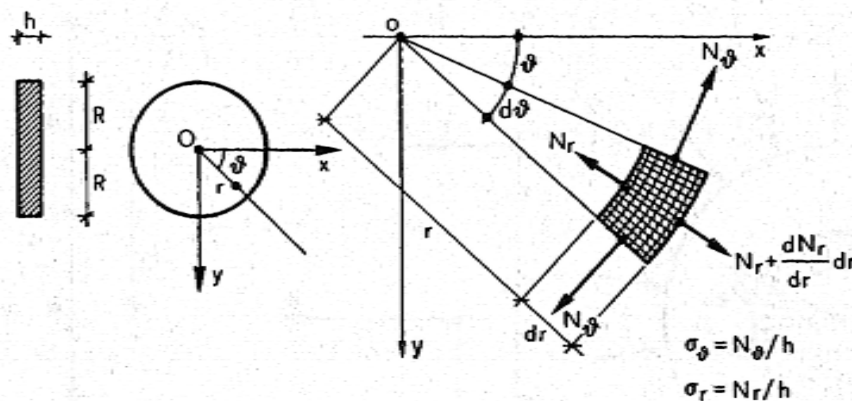


Figura 18 – Lastra a simmetria polare

Nelle ipotesi di simmetria polare lo stato tensionale è indipendente dalla coordinata angolare, ne segue che l'equazione di equilibrio è in senso radiale:

$$\frac{dN_r}{dr} + \frac{N_r - N_\theta}{r} = 0$$

Equazione 35

Nell'ipotesi di assenza (o trascurabilità) di forze di massa le tensioni sono legate agli sforzi secondo le seguenti relazioni:

$$\sigma_r = \frac{N_r}{h}, \quad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h}$$

Equazione 36

Con h lo spessore della lastra.

Introducendo una funzione delle tensioni Φ legata agli sforzi:

$$N_r = \left(\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right) h \quad , \quad N_g = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right) h$$

Equazione 37

Sono soddisfatte le equazioni di equilibrio scritte con notazione vettoriale in Equazione 35 mentre la funzione di tensione Φ deve soddisfare anche le condizioni di congruenza:

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{d^2 \Phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right)$$

Equazione 38

La cui soluzione è:

$$\Phi = A \ln r + Br^2 \ln r + Cr^2 + D$$

Equazione 39

Tenendo conto di Equazione 39, Equazione 37, Equazione 36 si ottiene:

$$\sigma_r = \frac{N_r}{h} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C$$

$$\sigma_g = \frac{N_g}{h} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C$$

Poiché le coordinate polari sono ortogonali, la legge di Hooke ha la stessa forma di quella in coordinate cartesiane (in coordinate polari $\varepsilon_r, \varepsilon_g$ sono deformazioni principali). Il legame costitutivo lineare diviene pertanto:

$$E\varepsilon_r = \sigma_r - \nu\sigma_g$$

$$E\varepsilon_g = \sigma_g - \nu\sigma_r$$

Equazione 40

Ove le deformazioni sono:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} ; \quad \varepsilon_g = \frac{u}{r}$$

Equazione 41

Con u lo spostamento radiale.

In riferimento alla figura seguente, relativa a un disco forato o alla sezione di spessore unitario ($h=1$) di un tubo di grosso spessore, è possibile applicare la soluzione in forma chiusa ricavata in precedenza.

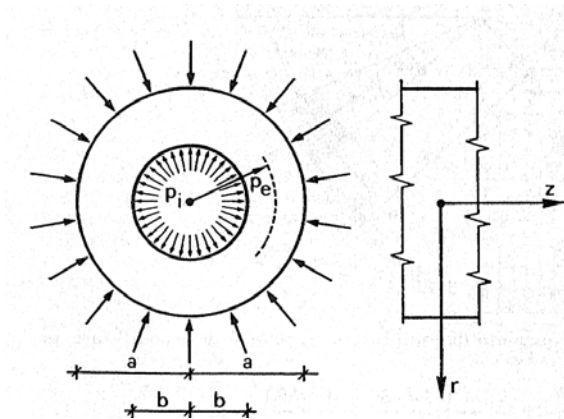


Figura 19 – disco forato/tubo spesso di spessore unitario

Le tensioni risultano, per pressione interna ed esterna non nulle:

$$\sigma_r = \frac{a^2 b^2 (p_e - p_i)}{a^2 - b^2} \frac{1}{r^2} + \frac{p_i b^2 - p_e a^2}{a^2 - b^2}$$

Equazione 42

$$\sigma_\theta = -\frac{a^2 b^2 (p_e - p_i)}{a^2 - b^2} \frac{1}{r^2} + \frac{p_i b^2 - p_e a^2}{a^2 - b^2}$$

Equazione 43

È utile notare che il problema in esame è uno stato piano tensione, risulta infatti da Equazione 42 e Equazione 43 che:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2 \frac{p_i b^2 - p_e a^2}{a^2 - b^2}$$

Equazione 44

è costante, pertanto risulta costante anche la deformazione in direzione z come segue:

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu(\sigma_r + \sigma_\theta)}{E} = -\frac{2\nu}{E} \frac{p_i b^2 - p_e a^2}{a^2 - b^2}$$

Equazione 45

I piani a z=cost rimangono tali anche dopo la deformazione, pertanto le considerazioni svolte per la lastra forata sono analoghe e valide per il tubo di grosso spessore.

Lo spostamento radiale risulta:

$$u = \frac{1+\nu}{E} \frac{a^2 b^2 (p_e - p_i)}{a^2 - b^2} \frac{1}{r} + \frac{1-\nu}{E} \frac{p_i b^2 - p_e a^2}{a^2 - b^2} r$$

Equazione 46

Per i tubi si fa riferimento alla sola pressione relativa, come pressione applicata sulla superficie interna del condotto. Le equazioni viste i precedenza si semplificano nelle seguenti:

$$\sigma_r = \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

Equazione 47

$$\sigma_g = \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

Equazione 48

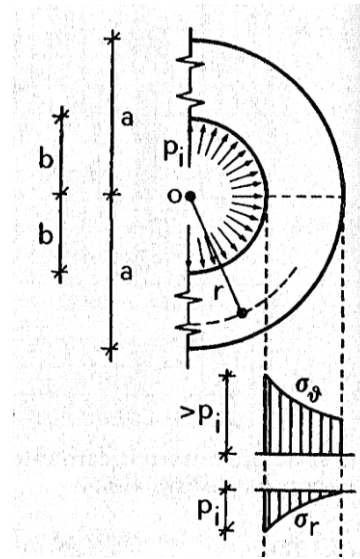


Figura 20

Sulla parete esterna la tensione radiale è ovviamente nulla, per continuità delle tensioni. Ne segue che sulla superficie esterna sono presenti le sole tensioni tangenziali come di seguito indicato:

$$\sigma_r(r=a) = \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2} \left(1 - \frac{a^2}{a^2} \right) = 0$$

Equazione 49

$$\sigma_g(r=a) = \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2} \left(1 + \frac{a^2}{a^2} \right) = 2 \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2}$$

Equazione 50

Le rispettive deformazioni risultano:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} \sigma_r - \frac{\nu}{E} \sigma_g \\ \varepsilon_g &= \frac{1}{E} \sigma_g - \frac{\nu}{E} \sigma_r \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_r + \sigma_g) \end{aligned}$$

Equazione 51

Sostituendo per la condizione sulla superficie esterna:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} \sigma_\theta$$
$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \sigma_\theta$$

Equazione 52

L'ultima equazione indica che è possibile determinare il valore del modulo elastico e del modulo di contrazione di Poisson dalle misure di deformazione e dal calcolo della tensione tangenziale sulla superficie esterna del tubo.

La stima del modulo elastico sperimentale si ottiene dalla seguente equazione:

$$E = \frac{\sigma_\theta}{\varepsilon_\theta}$$

Equazione 53

Sostituendo l'espressione della tensione tangenziale si ottiene:

$$E = \frac{2}{\varepsilon_\theta} \frac{b^2 p_i}{a^2 - b^2}$$

Equazione 54

È quindi possibile utilizzare la relazione trovata per stimare il modulo elastico del materiale nelle effettive condizioni di esercizio.

Bibliografia

1. Davis' handbook of applied hydraulics / Vincent J. Zipparro editor in chief, Hans Hasen coeditor. - 4. ed. - New York : McGraw-Hill, c 1993. - XVI, 1 v. ; 24 cm
2. Fundamentals of fluid mechanics / Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi. - 3. ed. update. - New York etc.! : John Wiley & Sons, c1998. - XVII, 877 p. ; 26 cm + 1 CD-ROM.
3. Handbook of hydraulic resistance / I. E. Idelchik ; editor M. O. Steinberg ; translated by Greta R. Malyavskaya; translation editor Oleg G. Martynen ko. - 3. ed. - New York : Begell House, c1996. - <XXV>, 790 p. ; 27 cm
4. Fluid mechanics measurements / edited by Richard J. Goldstein. - 2. ed. - Washington : Taylor & Francis, c1996. - XXIII, 712 p. : ill. ; 24 cm.
5. The theory of electromagnetic flow-measurement / by J.A. Shercliff. - Cambridge : at the University press, 1962. - XI, 146 p. : ill. ; 22 cm.
6. Fundamentals of temperature, pressure and flow measurements / Robert P. Benedict. - 3. ed. - New York etc.! : John Wiley & Sons, 1984. - XX, 532 p. ; 25 cm.
7. An introduction to uncertainty in measurement using the gum (guide to the expression of uncertainty in measurement) / L. Kirkup and R. B. Frenkel. - Cambridge : Cambridge University Press, 2006. - XIII, 233 p. : ill. ; 26 cm. ((Bibliografia: P. 226-228.
8. Calibration : a technician's guide / Mike Cable. - Research Triangle Park ISA, c2005. - XIII, 273 p. : ill. ; 26 cm.
9. UNI CEI ENV 13005:2000 : Guida all'espressione dell'incertezza di misura.
10. RIFERIBILITA' METROLOGICA DELLE MISURE SIT Doc-513
Revisione: 4 Data: 2008-01-24
11. INTRODUZIONE AI CRITERI DI VALUTAZIONE DELLA INCERTEZZA DI MISURA NELLE TARATURE SIT Doc-519 Revisione: 5 Data: 2005-08-25
12. Probability, statistics, and decision for civil engineers / Jack R. Benjamin, C. Allin Cornell. - New York : McGraw-Hill, c1970. - XIV, 684 p. ; 24 cm.
13. Applied statistics and probability for engineers / Douglas C. Montgomery, George C. Runger. - 2. ed. - New York : J. Wiley, c1999. - 1 v.(pag. varia) ; 24 cm.
14. Statistics manual : with examples taken from ordnance development / by Edwin L. Crow, Frances A. Davis, Margaret W. Maxfield. - New York : Dover, 1960. - XVII, 288 p. ; 22 cm.
15. Mechanical response of polymers : an introduction / Alan S. Wineman, K.R. Rajagopal. - New York : Cambridge University press, c2000. - X, 317 p. ; 25 cm.

APPENDICE

CAPITOLO 4

INDICE

Introduzione.....	223
Metodo e dati sperimentali	223
Impostazione del calcolo EPR	224
Risultati del calcolo EPR	225
Criterio di scelta del modello	228

Introduzione

Sono riportati per intero le impostazioni e i risultati dell'analisi dei dati sperimentali svolta con metodo EPR.

Il software utilizzato per l'analisi è:

*Evolutionary Polynomial Regression EPR Version 2.1.SA
 Technical University of Bari – Dept. of Civil and Environmental Engineering
 University of Exeter – School of Engineering, Computer Science and
 Mathematics March 2010*

I prossimi paragrafi illustrano il metodo e i risultati dell'analisi svolta.

Metodo e dati sperimentali

EPR è una regressione StepWise con approccio di tipo globale non lineare. Il risultato è la formulazione simbolica del modello che meglio approssima i dati elaborati. Il metodo elabora i dati secondo il seguente diagramma di flusso:



I dati sperimentali di laboratorio sono stati utilizzati per il calcolo delle seguenti grandezze adimensionali:

$$\frac{Q}{0,86\Omega\sqrt{gh}}; \frac{h}{D}; \frac{R_{fessura}}{D}; \frac{b}{a}; \frac{R_{fessura}}{t}; \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}; \frac{U}{\sqrt{gh}}; \frac{\gamma h}{E}$$

Equazione 1

Ove è stato posto:

$$Y = \frac{Q}{0,86\Omega\sqrt{gh}}$$

$$X_1 = \frac{h}{D}; X_2 = \frac{R_{fessura}}{D}; X_3 = \frac{b}{a}; X_4 = \frac{R_{fessura}}{t}; X_5 = \frac{R_{fessura}\sqrt{gh}}{\nu}; X_6 = \frac{U}{\sqrt{gh}}; X_7 = \frac{\gamma h}{E}$$

Impostazione del calcolo EPR

L'impostazione di calcolo EPR è impostata in un pannello di comando illustrato nella figura seguente:

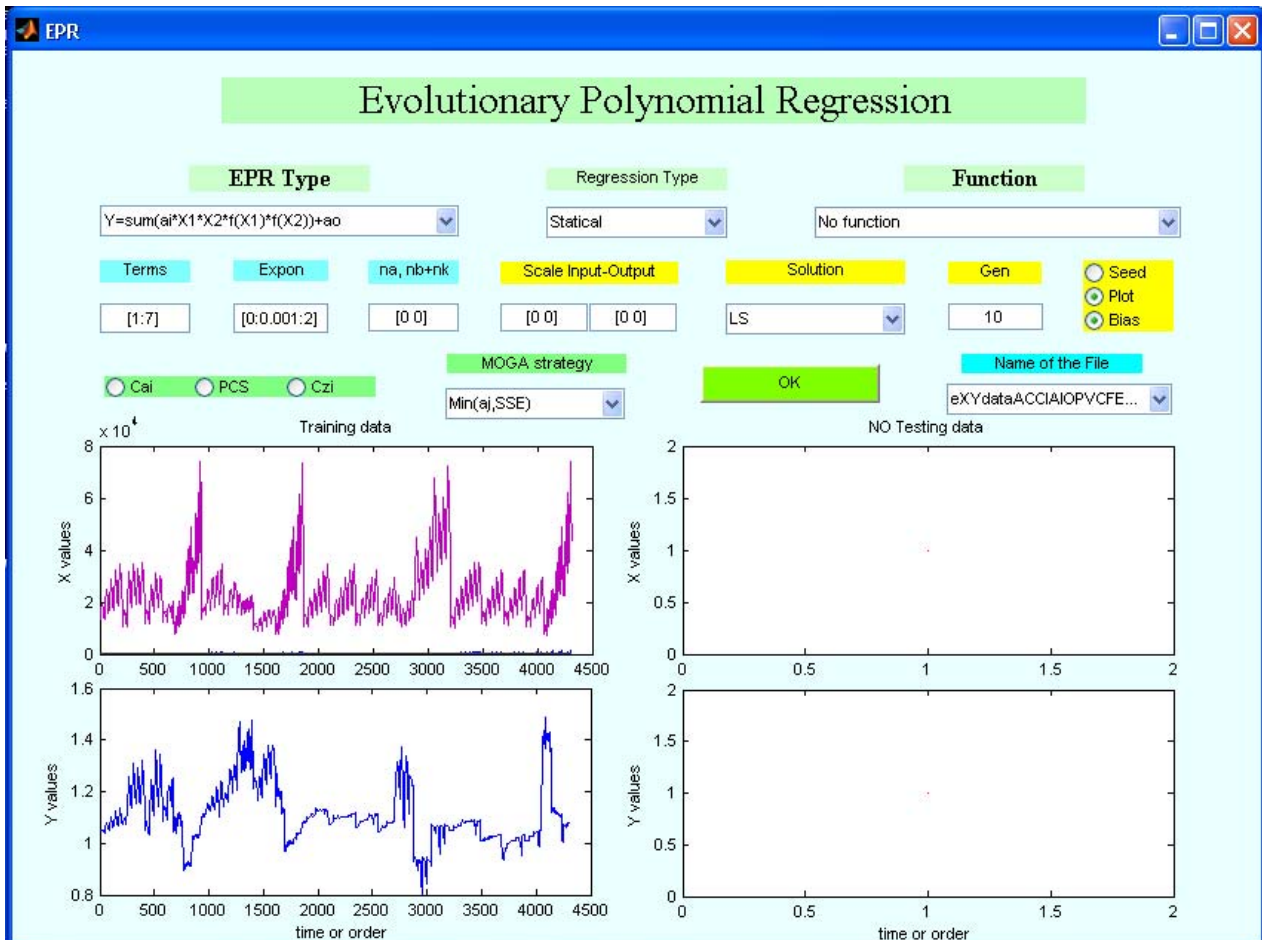


Figura 1 – pannello di controllo EPR, impostazioni di calcolo

Le impostazioni principali sono la funzione obiettivo strutturata come somma di prodotti di monomi. Tutti i termini indipendenti sono inseriti nel calcolo. La risoluzione degli esponenti è pari a 0,001 con ricerca in un intervallo positivo [0:2]. Il criterio di ricerca è l'ottimizzazione degli esponenti per il migliore fitting dell'equazione ai dati sperimentali. Il programma è stato impostato per generare le prime 10 funzioni come indicato nei risultati del paragrafo seguente.

Risultati del calcolo EPR

Il calcolo EPR ha generato le prime 10 soluzioni con precisione crescente come indicato dal diagramma di Pareto della figura seguente.

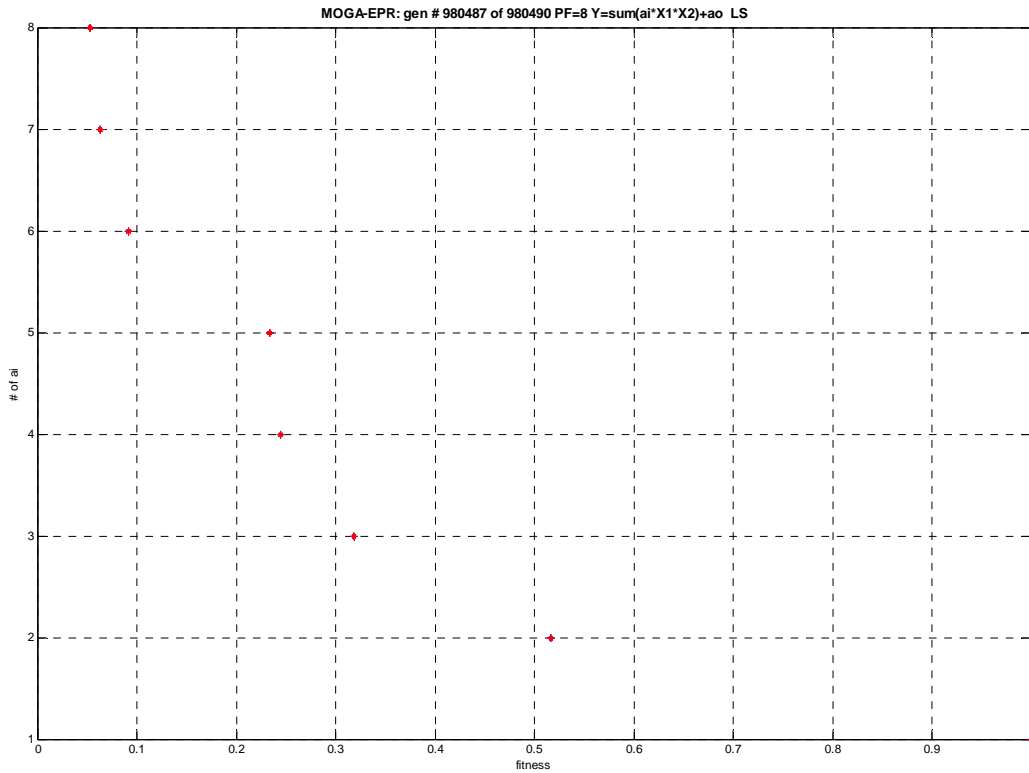


Figura 2 – diagramma di Pareto

I primi risultati sono riportati nelle figure seguenti:

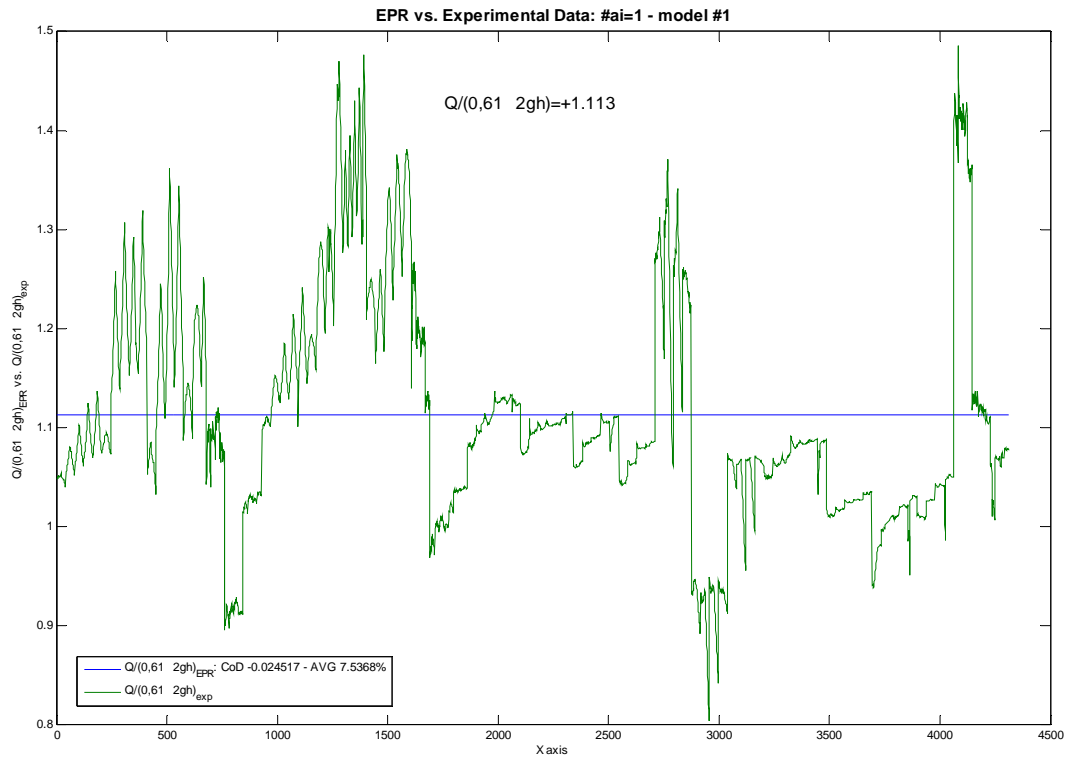


Figura 3 – modello 1

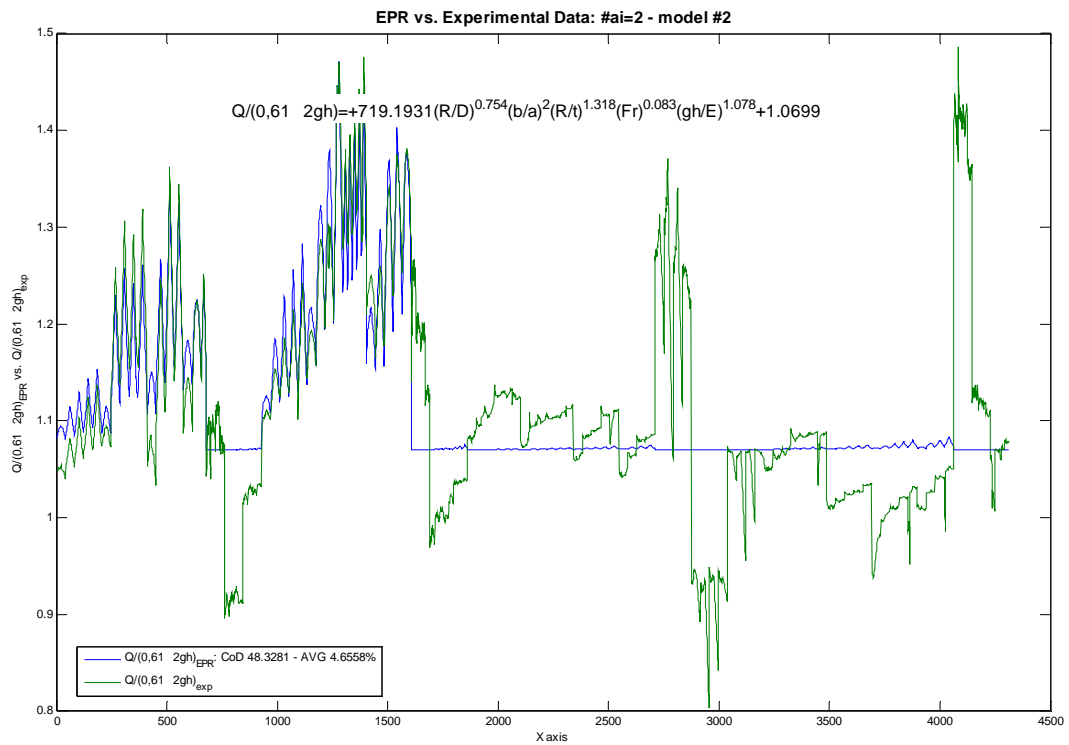


Figura 4 – modello 2

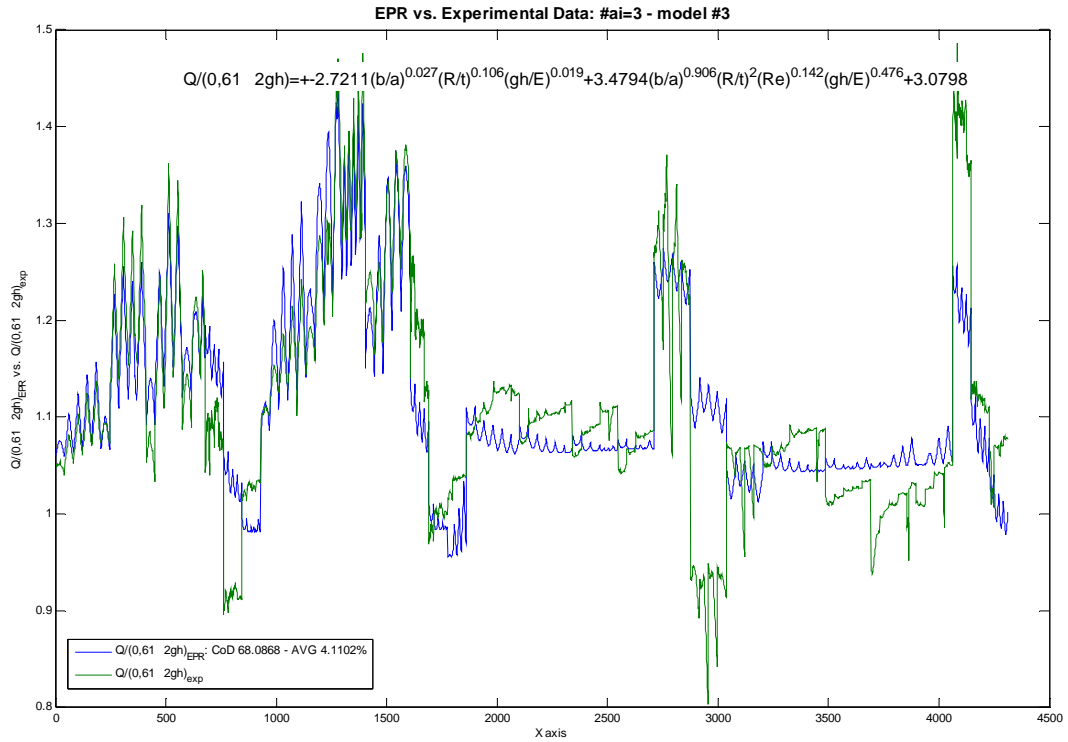


Figura 5 – modello 3

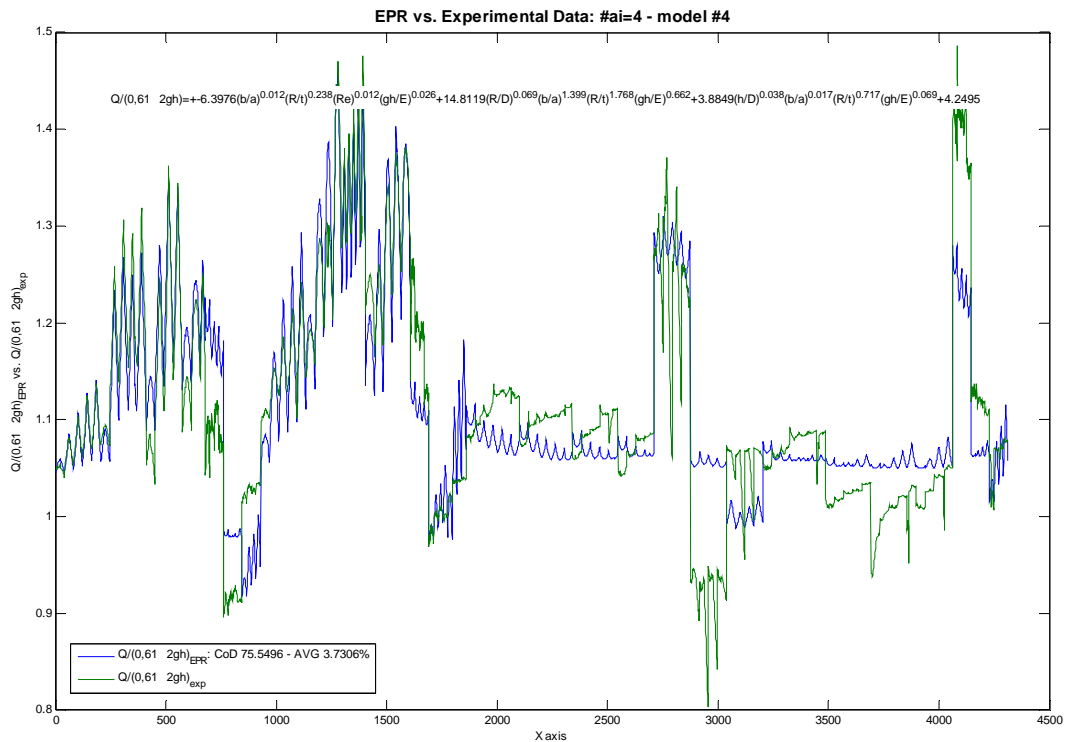


Figura 6 – modello 4

Criterio di scelta del modello

Il criterio di scelta è un compromesso fra la complessità (numero di termini) e la precisione del modello (SSE Sum squared error performance function). La soluzione scelta è relativa al modello 3 che risulta sufficiente alla descrizione del fenomeno. Si nota che i modelli successivi non apportano un incremento di precisione tale da giustificare l'incremento di complessità del modello.

model n.	SSE
1	0.012548
2	0.006481
3	0.004006
4	0.003066
5	0.002936
6	0.001148
7	0.000787
8	0.000660

Tabella 1 – tabella SSE

Equazione EPR modello 3:

L'equazione del modello scelto è riportata in forma dimensionale come segue:

$$Q = 0,86 \left[3,0799 - 2,7211 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,027} \left(\frac{R}{t} \right)^{0,106} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,019} + 3,4794 \left(\frac{b}{a} \right)^{0,906} \left(\frac{R}{t} \right)^{2,000} \text{Re}^{0,142} \left(\frac{\gamma h}{E} \right)^{0,476} \right] \Omega \sqrt{gh}$$

Equazione 2

L'equazione è caratterizzata da un livello di precisione SSE=0,004.