



**Università degli Studi di Ferrara**

**Dottorato di Ricerca in Scienze dell'Ingegneria  
Curriculum Civile (XXII Ciclo)  
Coordinatore Prof. Ing. Stefano Trillo**

**APPROCCIO AGLI SPOSTAMENTI  
PER L'ANALISI DI STRUTTURE  
A PARETE E MISTE  
IN CEMENTO ARMATO**

**S.D.D.: ICAR/09 – Tecnica delle Costruzioni**

*Dottorando*  
Dott. Ing. Michele Rizzato

*Tutori*  
Prof. Ing. Ferdinando Laudiero

Prof. Ing. Nerio Tullini

Anni 2007-2009



**INDICE**

Introduzione .....	5
Capitolo 1 : L'approccio agli spostamenti (DDBD) per l'analisi sismica delle strutture.....	9
1.1 Finalità del metodo .....	9
1.2 Principi generali del metodo .....	9
1.3 Riepilogo .....	15
Capitolo 2 : Pareti strutturali in c.a.: procedura per il progetto agli spostamenti .....	18
2.1 Esempio di riferimento adottato .....	18
2.2 Sismicità di progetto e criterio prestazionale adottato .....	20
2.3 Determinazione del profilo di spostamento .....	20
2.4 Caratterizzazione dell'oscillatore semplice equivalente .....	22
2.5 Determinazione delle azioni laterali e amplificazione dinamica delle sollecitazioni .....	25
2.6 Dimensionamento delle armature .....	27
Capitolo 3 : Le pareti strutturali in c.a.: confronti tra l'approccio agli spostamenti e quello alle forze .....	29
3.1 Esempi di riferimento adottati .....	29
3.2 Sismicità di progetto e criterio prestazionale adottato .....	31
3.3 Risultati dell'approccio agli spostamenti .....	32
3.4 Risultati dell'approccio alle forze .....	37
3.5 Confronto tra l'approccio agli spostamenti e l'approccio alle forze .....	39
Capitolo 4 : Studio di un edificio misto telaio parete .....	43
4.1 Descrizione dell'esempio proposto .....	43
4.2 Sismicità di progetto e criterio prestazionale adottato .....	47
4.3 Determinazione del profilo degli spostamenti .....	47
4.4 Caratterizzazione dell'oscillatore semplice equivalente .....	50
4.5 Determinazione delle azioni laterali e amplificazione dinamica delle sollecitazioni .....	53
4.6 Dimensionamento delle armature .....	57
Capitolo 5 : Modelli per analisi dinamiche non lineari .....	65
5.1 Modelli a plasticità concentrata .....	65
5.2 Modelli a plasticità distribuita .....	70
5.2.1 Modelli a fibre .....	79
5.3 Legami costitutivi adottati per le analisi dinamiche non lineari .....	88
5.3.1 Modelli a compressione impiegati per il calcestruzzo .....	88
5.3.2 Modelli a trazione impiegati per il calcestruzzo .....	90
5.3.3 Modelli per l'acciaio .....	94
5.4 Criteri di verifica adottati .....	97
Capitolo 6 : Verifica dei risultati relativi alle pareti in C.A. mediante analisi dinamiche non lineari .....	99
6.1 Introduzione .....	99
6.2 Determinazione di accelerogrammi spettrocompatibili .....	99
6.3 Modello per la valutazione dello smorzamento viscoso .....	124
6.4 Modello di Takeda per la sezione armata .....	130

6.5	Analisi dinamiche non lineari con modelli a plasticità concentrata .....	132
6.5.1	Prototipi progettati con il metodo DDBD .....	132
6.5.2	Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità media .....	138
6.5.3	Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità alta .....	144
6.5.4	Confronti tra l'approccio agli spostamenti e l'approccio alle forze .....	150
6.6	Analisi dinamiche non lineari con modelli a plasticità diffusa.....	153
6.6.1	Prototipi progettati con il metodo DDBD .....	154
6.6.2	Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità media .....	160
6.6.3	Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità alta .....	166
6.6.4	Confronti tra l'approccio agli spostamenti e l'approccio alle forze .....	171
6.6.5	Il caso dell'armatura variabile lungo l'altezza.....	176
Capitolo 7	: Validazione mediante analisi dinamiche non lineari dei risultati del metodo DDBD relativi all'edificio telaio-parete in C.A. ....	179
7.1	Analisi dinamiche non lineari con modelli a fibre .....	179
7.2	Prototipi progettati con il metodo DDBD.....	180
Capitolo 8	: Conclusioni .....	183
Appendice A	.....	187
Bibliografia	.....	197

## INTRODUZIONE

Il ruolo determinante delle pareti in calcestruzzo armato nella risposta sismica degli edifici è oramai largamente riconosciuto. Tali pareti, infatti, se collocate nell'edificio in posizioni opportune, concorrono a formare un sistema sismoresistente di grande efficacia. Inoltre, contenendo gli spostamenti, esse sono in grado di garantire protezione anche agli elementi non strutturali. Mentre per edifici sino a venti piani il loro impiego rappresenta essenzialmente una scelta progettuale, per edifici più alti, soprattutto sopra i trenta piani, l'uso delle pareti in calcestruzzo armato diventa essenziale sia per il controllo degli spostamenti che per il contenimento dei costi di costruzione.

Dal momento che la massima parte delle forze orizzontali che agiscono sull'edificio vengono sopportate da queste pareti, esse sono spesso chiamate pareti di taglio. Ciò farebbe pensare che il comportamento inelastico di questi sistemi strutturali sia governato dall'azione tagliante ma, nonostante rare eccezioni, è vero il contrario. È infatti onere del progettista escludere meccanismi di rottura di tipo fragile. Nel seguito, quindi, per evitare questa errata connotazione si preferirà il termine di *pareti strutturali* a quello di *pareti di taglio*.

Nel progetto delle pareti strutturali, un progettista deve garantire prestazioni elevate in termini di rigidità, di resistenza e di duttilità e le pareti strutturali sono in grado di soddisfare queste richieste in modo significativo. Innanzitutto, gli edifici che adottano questi sistemi strutturali sono di gran lunga più rigidi rispetto agli edifici intelaiati e ciò consente di evitare deformazioni eccessive, almeno in presenza di sismi non distruttivi. Grazie a ciò si può spesso evitare di isolare molti componenti non strutturali dell'edificio dal suo nucleo sismoresistente. Inoltre, opportune armature longitudinali e trasversali sono in grado di garantire la resistenza necessaria ad impedire danni sotto sismi violenti. Io citerei quelli violenti. Infine, se la parete strutturale è dotata di particolari misure di dettaglio, è possibile ottenere una risposta duttile anche sotto sismi più intensi.

La convinzione che le pareti strutturali siano sistemi fragili è ancora diffusa in alcuni paesi come conseguenza del collasso per taglio di pareti armate in modo non corretto. È da osservare a questo proposito che il fattore di struttura, impiegato in fase di progetto, è indirettamente correlato alla stima degli spostamenti ultimi dell'edificio. Per tale motivo, non è infrequente che edifici progettati con fattori di struttura troppo elevati e dunque in presenza di forze ridotte ma senza il controllo della effettiva diffusione delle plasticizzazioni, presentino spostamenti ultimi di progetto che possono provocare il collasso della struttura. Per evitare tale eventualità alcune normative, come ad esempio l'Eurocodice 8 e il Testo Unico per le Costruzioni

Italiano (D.M. 14.01.2008), richiedono che gli edifici con pareti strutturali siano progettate con fattori di struttura inferiori rispetto alle strutture intelaiate.

Il controllo degli spostamenti si è rivelato un problema di importanza sempre più rilevante e ha mostrato la sua importanza anche alla luce degli eventi sismici che hanno colpito la penisola italiana negli ultimi anni. Infatti, l'eccessiva deformabilità degli elementi strutturali ha provocato a volte ingenti danni economici e l'inagibilità degli edifici anche in presenza di danni trascurabili alle strutture. Il mancato controllo degli spostamenti è evidentemente da attribuire al metodo utilizzato per la progettazione sismica degli edifici.

L'approccio contemplato dalla normativa italiana ed europea per la progettazione di strutture sismoresistenti prevede che si adotti una distribuzione delle forze sismiche proporzionale ai modi elastici di vibrare del sistema strutturale e allo spettro elastico di risposta ridotto attraverso il fattore di struttura. Questo metodo, denominato analisi modale con spettro di risposta e conosciuto con il termine di approccio alle forze (LFDB), nonostante la sua diffusione è stato criticato da diversi autori, tra i quali Priestley e Calvi (1993). Infatti, uno dei principali limiti dell'approccio alle forze deriva dal fatto che gli spostamenti di progetto sono ricavati a partire da rigidezze elastiche mentre si tiene conto del degrado della struttura introducendo in modo forfaitario, per tutti gli elementi sismoresistenti, una rigidezza di tipo fessurato pari alla metà della rigidezza elastica.

Per superare tale limitazione, è stato proposto un metodo di progetto che consente di contenere gli spostamenti della struttura entro limiti definiti *a priori*. Tale approccio, denominato *Direct Displacement Based Design* (DDBD), è basato su un criterio di tipo prestazionale ed è stato sviluppato nella forma di un codice modello (Calvi e Sullivan Ed., 2009), orientato alle tipologie strutturali più frequenti nella pratica progettuale. Lo studio che ha prodotto codice modello è stato svolto nell'ambito di una convenzione triennale stipulata fra il Dipartimento della Protezione Civile e la Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica (ReLUIS) (Dip. Prot. Civile – Reluis, 2005) ed ha coinvolto tredici enti di ricerca italiani, tra cui il Dipartimento di Ingegneria dell'Università di Ferrara (ENDIF).

Sulla base del codice modello citato ed in particolare delle ricerche condotte nella sede di Ferrara da Rizzato et al. (2007 - 2009), è qui presentato uno studio comparativo sull'applicazione del metodo DDBD e dell'approccio alle forze allo studio di pareti strutturali e di edifici telaio-parete in cemento armato, sottoposti ad azioni sismiche di elevata intensità.

Nella prima parte di questa presentazione si illustra lo studio di una serie di pareti strutturali progettate con le regole di dettaglio contenute negli Eurocodici, mediante l'approccio alle forze per classi di duttilità media ed alta ed, infine, mediante l'approccio agli spostamenti. Inoltre viene presentata la risposta tridimensionale di un

edificio misto telaio-parete, sempre progettato con i metodi citati. I risultati ottenuti, in termini di sollecitazioni e di spostamenti attesi vengono posti a confronto tra di loro.

Nella seconda parte, viene presentata la validazione dei risultati così ottenuti facendo ricorso ad analisi dinamiche non lineari per diversi modelli strutturali. *In primis* il comportamento inelastico delle pareti è stato modellato mediante l'introduzione di cerniere plastiche concentrate. Quindi, impiegando vari legami costitutivi per i materiali, si è introdotta una modellazione a fibre che ha consentito di analizzare il diffondersi della plasticizzazione lungo l'altezza della parete.

Nella modellazione della risposta inelastica delle pareti strutturali, si sono introdotti i seguenti criteri:

- In tutti i casi studiati, si è assunto che le pareti strutturali abbiano fondazioni che consentano di trasmettere adeguatamente le azioni dalla struttura al terreno, evitando rotazioni della fondazione stessa. Le deformazioni elastiche ed inelastiche che possono svilupparsi all'interno della fondazione sono state considerate attraverso l'effetto detto *strain penetration*, dovuto allo snervamento delle barre di armatura nella regione che dal piede della parete si prolunga nella fondazione;
- In corrispondenza di ciascun impalcato le azioni sono state applicate alle pareti mediante un diaframma orizzontale rigido collegato al sistema strutturale;
- Le regole di dettaglio per la disposizione delle armature negli elementi strutturali sono state mutate dai vigenti Eurocodici.





# CAPITOLO 1: L'APPROCCIO AGLI SPOSTAMENTI (DDBD) PER L'ANALISI SISMICA DELLE STRUTTURE

## 1.1 FINALITÀ DEL METODO

Nonostante la crescente consapevolezza che i danni agli elementi strutturali e non strutturali causati da eventi sismici possano essere correlati a livelli di deformazione ovvero a *drift* di piano eccessivi, gli odierni metodi di calcolo sono per la maggior parte fondati su di una assegnata distribuzione di forze, orizzontali e verticali. Tuttavia, come dimostrato da Priestley (1993, 2003) la progettazione sismica con l'uso di tali metodi presenta notevoli incertezze, anche qualora vengano rispettati i principi di gerarchia delle resistenze introdotti dalla normative vigenti. Il metodo di progettazione agli spostamenti (*Direct Displacement Based Design*, DDBD) proposto da Priestley, Calvi e Kowalsky (2007), sembra fornire una promettente alternativa ed è stato oggetto di considerevoli miglioramenti grazie ad una estesa campagna di ricerca (Priestley et al., 2007). Recentemente, un progetto inserito in una convenzione triennale stipulata fra il Dipartimento della Protezione Civile e la Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica (Dip. Prot. Civ. - ReLUIS, 2005) ha portato alla pubblicazione di una bozza di codice modello, il DBD09 (Calvi e Sullivan, 2009), il quale definisce le procedure di progettazione per diverse tipologie strutturali. Allo stato attuale tale bozza, pur risultando una versione aggiornata dello stato dell'arte, è ancora soggetta a pubblica inchiesta e sarà passibile di ulteriori modifiche future.

## 1.2 PRINCIPI GENERALI DEL METODO

Per determinare le sollecitazioni di progetto mediante il metodo DDBD è necessario stabilire un parametro iniziale di progetto nella forma di uno spostamento. Tale parametro, ad esempio un *drift* di piano, consente di stimare uno spostamento limite di progetto, in generale corrispondente alla sommità della struttura. Una volta definito il valore massimo dello spostamento, occorre stabilirne l'andamento lungo l'altezza della struttura. A tale scopo, il Codice Modello fa uso di estensive analisi inelastiche di tipiche forme strutturali, per proporre la deformata da adottare nel progetto.

Tale profilo di spostamenti di progetto può essere definito mediante un modello numerico, o altrimenti per una parete strutturale che possiede un rapporto  $H_n/L_w$  maggiore di 3.0 e per la quale la rigidezza tagliante risulti trascurabile, dall'Eq. 1.1:

$$\text{Spostamento totale del piano } i\text{-esimo} \quad \Delta_i = \underbrace{\frac{2.00\varepsilon_y}{L_w} \cdot \frac{h_i^2}{2} \left(1 - \frac{h_i}{3H_n}\right)}_{\Delta_{i,y}} + \underbrace{\theta_p h_i}_{\Delta_{i,p}} \quad (1.1)$$

in cui  $\varepsilon_y$  è la deformazione di snervamento dell'acciaio che compone l'armatura tesa,  $L_w$ ,  $h_i$  e  $H_n$  sono rispettivamente la lunghezza in pianta della base della parete, la quota generica dell' $i$ -esimo impalcato e l'altezza totale della parete, mentre  $\theta_p$  rappresenta la rotazione plastica ammissibile alla base della parete.

Nello studio di edifici misti telaio-parete in cemento armato, in cui generalmente il diagramma del momento flettente presenta una quota di nullo lungo l'altezza (qui definita  $H_{CF}$ ), la quota parte di spostamento  $\Delta_{i,y}$  relativa all'atto dello snervamento prende le forme seguenti:

$$\text{per } h_i \leq H_{CF}: \quad \Delta_{i,y} = \phi_{yw} \cdot \left( \frac{h_i^2}{2} - \frac{h_i^3}{6H_{CF}} \right) \quad (1.2)$$

$$\text{per } h_i > H_{CF}: \quad \Delta_{i,y} = \phi_{yw} \cdot \left( \frac{H_{CF}h_i}{2} - \frac{H_{CF}^2}{6} \right) \quad (1.3)$$

dove le Eq.ni 1.2 e 1.3 vengono utilizzate a seconda che  $\Delta_{i,y}$  sia calcolato al di sotto ovvero oltre la quota di nullo del momento flettente. Per strutture telaio-parete che presentano resistenze delle travi uniformi lungo l'altezza, risulta necessario introdurre il rapporto  $\beta_F$  tra il momento resistente del telaio e il momento totale ( $\beta_F = M_{jr}/M_{totale}$ ). Tale coefficiente, che rappresenta anche il rapporto tra il taglio alla base del telaio e quello totale, è definito *a priori* come parametro progettuale. Esso consente di ricavare la quota di nullo del momento flettente  $H_{CF}$  come riportato nell'Eq. 1.4 seguente:

$$\beta_F = \left(1 - \frac{H_{CF}}{H_n}\right)^{-1} [1 - Z] \quad (1.4)$$

in cui il coefficiente  $Z$  è definito nell'Eq. 1.5:

$$Z = \frac{\left( n^2 \frac{3H_{CF}}{H_n} (n+1) - n \frac{H_{CF}}{H_n} \left( n^2 \frac{H_{CF}^2}{H_n^2} - 1 \right) \right)}{n(n+1)(2n+1)} \quad (1.5)$$

Nell'equazione precedente il coefficiente  $n$  rappresenta il numero di piani dell'edificio.

La stima dello spostamento totale  $\Delta_i$  del piano  $i$ -esimo necessita del calcolo della rotazione plastica  $\theta_p$  consentita alla base, la quale può essere calcolata facendo ricorso alla seguente relazione:

$$\theta_p = \theta_c - \frac{2.00\varepsilon_y}{L_w} \cdot \frac{H_n}{2} \quad (1.6)$$

dove  $\theta_c$  è il parametro di progetto che limita il *drift* di piano. La rotazione plastica alla base  $\theta_p$  non può comunque risultare superiore alla massima capacità di rotazione alla base della parete  $\theta_{\max}$ , che può essere determinata mediante l'Eq. 1.7:

$$\text{Capacità di rotazione plastica alla base: } \theta_{\max} = (\phi_{ls} - \phi_{yw})L_p \quad (1.7)$$

in cui  $L_p$  è la stima della profondità della cerniera plastica alla base della parete mentre la massima curvatura raggiungibile dalla sezione  $\phi_{ls}$  può essere stimata ricorrendo all'Eq. 1.8:

$$\phi_{ls} = \frac{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cd}}{L_w} \quad (1.8)$$

dove  $\varepsilon_{yd}$  e  $\varepsilon_{cd}$  sono rispettivamente la deformazione ultima di progetto dell'acciaio teso e del calcestruzzo compresso utilizzati nel progetto.

La profondità della cerniera plastica  $L_p$  può essere stimata come somma di tre contributi: il primo proporzionale all'altezza della parete, il secondo proporzionale alla sua lunghezza e l'ultimo relativo al fenomeno della *strain penetration*, ossia allo snervamento delle armature che ancorano la parete alla fondazione. La profondità complessiva della cerniera plastica è riportata nell'Eq. 1.9 seguente:

$$L_p = \underbrace{0.15(f_u / f_y - 1)}_k H_n + 0.1L_w + \underbrace{0.022f_{ye}d_{bl}}_{L_{sp}} \quad (1.9)$$

In tale equazione, il coefficiente  $k$  (vincolato da un limite superiore pari a 0.06) dipende dal rapporto tra la resistenza ultima  $f_u$  e quella a snervamento  $f_y$  dell'acciaio, mentre la quota parte di cerniera plastica che penetra in fondazione  $L_{sp}$  dipende dal diametro  $d_{bl}$  delle barre longitudinali impiegate e dalla resistenza a snervamento  $f_{ye}$  dell'acciaio all'interno delle cerniere plastiche. Il Codice Modello propone di stimare quest'ultima, in assenza di particolari indagini, incrementando del 10% la resistenza a snervamento di progetto  $f_{yd}$  dell'acciaio impiegato.

Dopo aver determinato il profilo di spostamento di progetto dell'edificio è possibile procedere con il calcolo dei parametri caratteristici dell'oscillatore semplice equivalente ad un grado di libertà. Lo spostamento caratteristico dell'oscillatore semplice  $\Delta_d$  può essere stimato in relazione agli spostamenti di progetto  $\Delta_i$  e alle masse  $m_i$  dell' $i$ -esimo impalcato, nel modo seguente:

$$\text{Spostamento caratteristico: } \Delta_d = \omega_t \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) \quad (1.10)$$

Il coefficiente  $\omega_t$ , definito fattore di torsione, può essere determinato come il rapporto tra il massimo spostamento relativo d'interpiano  $\theta_{\text{centre}}$  valutato nel centro di massa e il massimo spostamento relativo d'interpiano (valutato sul perimetro dell'edificio)  $\theta_{\text{perim}}$ . A meno di una eventuale eccentricità convenzionale, per un edificio che si presenti doppiamente simmetrico in pianta e i cui impalcati siano ritenuti infinitamente rigidi nel proprio piano, l'effetto di torsione può essere quindi trascurato.

Inoltre, la massa equivalente e l'altezza effettiva dell'oscillatore semplice possono essere determinate con le Eq.ni 1.11 e 1.12 seguenti:

$$\text{Massa equivalente: } m_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) / \Delta_d \quad (1.11)$$

$$\text{Altezza efficace (edifici): } H_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i H_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) \quad (1.12)$$

Nelle Eq.ni 1.10 - 1.12,  $m_i$ ,  $\Delta_i$  e  $H_i$  sono rispettivamente la massa, lo spostamento di progetto e l'altezza in corrispondenza dell'impalcato  $i$ -esimo.

Successivamente, per stimare il periodo efficace dell'oscillatore, risulta necessario calcolare il valore della duttilità di spostamento di progetto, come riportato nell'Eq. 1.13:

$$\text{Duttilità di spostamento di progetto: } \mu = \frac{\Delta_d}{\Delta_y(H_e)} \quad (1.13)$$

in cui  $\Delta_y$  è calcolato in corrispondenza dell'altezza efficace  $H_e$ .

Quest'ultimo parametro è necessario per il calcolo dello smorzamento viscoso equivalente del sistema. Lo smorzamento viscoso equivalente è impiegato nell'approccio DDBD per tener conto degli effetti di dissipazione di energia durante la risposta dinamica di una struttura ed è equivalente alla somma dello smorzamento

elastico e di quello isteretico. L'Eq. 1.14 è stata pertanto calibrata sulla base di analisi dinamiche non lineari, impiegando stime realistiche di smorzamento elastico e di risposte isteretiche:

$$\text{Smorzamento viscoso equivalente: } \xi_{eq} = 0.05 + C \cdot \left( \frac{\mu - 1}{\mu \pi} \right) \quad (1.14)$$

Il parametro  $C$  dipende dalla tipologia strutturale. Per edifici a parete in cemento armato, ad esempio, e in assenza di indagini specifiche,  $C$  può essere assunto pari a 0.444. Per edifici misti telaio parete è invece necessario stimare separatamente lo smorzamento viscoso equivalente del sistema a pareti e del sistema a telaio. Per quest'ultimo il coefficiente  $C$  può essere assunto pari a 0.565. Lo smorzamento viscoso equivalente complessivo del sistema può essere quantificato ricorrendo alla media pesata sui tagli alla base dei singoli smorzamenti viscosi equivalenti. Tenuto conto della diversa ripartizione del taglio alla base, lo smorzamento viscoso equivalente vale pertanto (Eq. 1.15):

$$\text{Smorzamento viscoso del sistema: } \xi_{sys} = \xi_{frame} \beta_F + \xi_{wall} (1 - \beta_F) \quad (1.15)$$

Lo smorzamento viscoso equivalente è un parametro necessario per il calcolo del fattore di riduzione dello spettro elastico  $R_\xi$ . Per strutture il cui periodo fondamentale di vibrazione risulta inferiore a 7.0 s,  $R_\xi$  può essere stimato come:

$$\text{Fattore di riduzione dello spettro elastico: } R_\xi = \sqrt{\frac{0.10}{0.05 + \xi_{eq}}} \quad (1.16)$$

Tale coefficiente riduce le ordinate dello spettro di risposta elastico in spostamento. Il periodo efficace dell'oscillatore semplice equivalente si ottiene dallo spettro di risposta ridotto ovvero mediante l'Eq. 1.17:

$$\text{Periodo efficace: } T_e = \frac{\Delta_d}{\Delta_{D,\xi}} \cdot T_D \quad (1.17)$$

in cui  $\Delta_{D,\xi}$  e  $T_D$  sono due parametri caratteristici dello spettro ridotto.

La determinazione del periodo efficace consente di calcolare la rigidezza relativa secante dell'oscillatore semplice, mediante l'Eq. 1.18:

$$\text{Rigidezza relativa: } K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2 \quad (1.18)$$

Per strutture il cui periodo fondamentale supera  $T_D$ , la rigidezza così calcolata non può tuttavia eccedere il valore:

$$\text{Rigidezza massima:} \quad K_{e,\max} = 4\pi^2 m_e / T_e^2 \frac{\Delta_{D,el}}{\Delta_d} \quad (1.19)$$

La rigidezza relativa consente la determinazione del taglio di progetto alla base, per il quale si tiene conto anche dell'influenza dell'effetto  $P-\Delta$ , nel modo che segue:

$$\text{Taglio di progetto alla base:} \quad V_{Base} = K_e \Delta_d + C \frac{P \Delta_d}{H_e} \quad (1.20)$$

in cui  $P$  rappresenta il massimo carico gravitazionale agente sull'elemento strutturale nella combinazione di carico sismica, mentre  $C$  è un parametro che dipende dalla tipologia strutturale e dal comportamento isteretico della struttura e per strutture in cemento armato con cicli isteretici tipo *flag-shape* vale 0.5.

Tale formula è limitata superiormente dal massimo taglio alla base che si sviluppa in corrispondenza del *plateau* dello spettro elastico e può essere calcolato nella forma:

$$\text{Taglio massimo:} \quad V_{Base,\max} = 2.5 R_\xi \frac{a_g}{g} m_e + C \frac{P \Delta_d}{H_e} \quad (1.21)$$

Il taglio alla base andrà poi ripartito lungo l'altezza in modo proporzionale alla deformata di progetto dell'edificio calcolata precedentemente:

$$F_i = V_{Base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n m_i \Delta_i \quad (1.22)$$

La procedura qui presentata non richiede generalmente iterazioni per arrivare ad una soluzione valida, e per questo il processo è chiamata metodo di progettazione diretto agli spostamenti. Una trattazione completa è presente in Priestley et al. (2007).

Le sollecitazioni calcolate sulla base della procedura appena descritta dovranno poi essere opportunamente amplificate, sia per rispettare gli aspetti della gerarchia delle resistenze, sia per tenere in considerazione le sollecitazioni indotte dai modi di vibrazione superiori al modo fondamentale. In quest'ottica il metodo DDBD prevede che ciascuna sollecitazione sia amplificata di un fattore  $\phi^0$ , che tiene conto della sovrarresistenza, e di un coefficiente di amplificazione dinamica  $\omega$ . Il fattore di sovrarresistenza  $\phi^0$  può essere normalmente calcolato mediante un'analisi momento-curvatura della sezione o in alternativa può essere cautelativamente assunto pari a

1.25. Il coefficiente di amplificazione dinamica  $\omega$  varia invece a seconda della sollecitazione e dell'elemento strutturale considerato ed assume le seguenti forme (Eq. 1.23 – 1.28):

Edifici a parete	Momento: $\omega_v = C_{1,T} = 0.4 + 0.075T_i \left( \frac{\mu}{\phi^0} - 1 \right) \geq 0.4$ <span style="float: right;">(1.23)</span>
	posto che a metà altezza a $C_{1,T} = C_{1,T}/2$ .
	Taglio: $\omega_v = 1 + \frac{\mu}{\phi^0} (0.067 + 0.4(T_i - 0.5)) \leq 1.15$ <span style="float: right;">(1.24)</span>
	limitato in sommità a $V_n^0 = (0.9 - 0.3T_i) V_B^0 \geq 0.3V_B^0$
Edifici misti telaio-parete	Momento: $\omega_v = C_{1,T} = 0.4 + 0.075T_i \left( \frac{\mu}{\phi^0} - 1 \right) \geq 0.4$ <span style="float: right;">(1.25)</span>
	posto che a metà altezza a $C_{1,T} = C_{1,T}/2$ .
	Taglio: $\omega_v = 1 + \frac{\mu}{\phi^0} (0.4 + 0.2(T_i - 0.5)) \leq 1.15$ <span style="float: right;">(1.26)</span>
	limitato in sommità a $V_n^0 = 0.4V_B^0$ .
Colonne	Momento: $\omega_v = 1.3$ <span style="float: right;">(1.27)</span>
	Taglio: $\omega_v = 1.3$ <span style="float: right;">(1.28)</span>

nelle quali  $T_i = T_e / \sqrt{\mu}$ .

La maggior parte dei codici di progettazione fornisce raccomandazioni per la progettazione secondo analisi dinamiche non lineari. Come conseguenza di questo fatto anche per l'approccio agli spostamenti è consentita la progettazione secondo il DDBD di tipologie strutturali non contemplate nel codice modello, purché sia utilizzata un'analisi dinamica non lineare come metodo di verifica secondo i requisiti di *performance* proposti dal codice (tipicamente limiti ai *drift* e gerarchia delle resistenze

### 1.3 RIEPILOGO

Prima di presentare i risultati ottenuti per i diversi casi studio, viene di seguito brevemente riassunta la procedura generale che si pone alla base della progettazione secondo l'approccio agli spostamenti proposto da Sullivan et al. (2009) (Figura 1.1).

La procedura si suddivide in quattro fasi:

- Dapprima si rappresenta la struttura a più gradi di libertà (MDOF, *Multi Degrees Of Freedom*), mostrata in Figura 1.1(a) come una struttura equivalente ad un unico grado di libertà (SDOF, *Single Degree Of Freedom*), in termini di massa equivalente e spostamento caratteristico. La riduzione da struttura a più gradi di libertà ad un oscillatore semplice equivalente si ottiene mediante la procedura di *substitute structure* già introdotta da Shibata e Sozen (1976). La Figura 1.1(a) riassume schematicamente quanto esposto per un edificio a telaio, sebbene la procedura sia identica per gli altri tipi di strutture.
- Successivamente si rappresenta la risposta in termini di Forza e Spostamento della struttura equivalente utilizzando la rigidità secante  $K_e$  che intercetta lo spostamento massimo di progetto, piuttosto che la rigidità elastica pre-snervamento, come mostrato in Figura 1.1(b).
- Allo stato ultimo un edificio risponde ad una forzante sismica offrendo uno smorzamento superiore allo smorzamento elastico nominale (tipicamente il 5% di quello critico). Per tenere in considerazione questo fenomeno è possibile correlare la duttilità di spostamento con lo smorzamento viscoso equivalente, ottenuto sulla base dei risultati di analisi dinamiche non lineari (NTHA, *Nonlinear Time History Analyses*), come mostrato in Figura 1.1(c).
- Una volta determinato lo smorzamento della struttura in esame, lo spettro di progetto agli spostamenti calcolato per il corrispondente livello di smorzamento viscoso equivalente consente di determinare lo spostamento di progetto  $\Delta d$ . Il prodotto tra  $\Delta d$  e  $K_e$  fornirà infine il taglio alla base  $V_{Base}$  che sarà ripartito lungo l'altezza (Figura 1.1(d)).



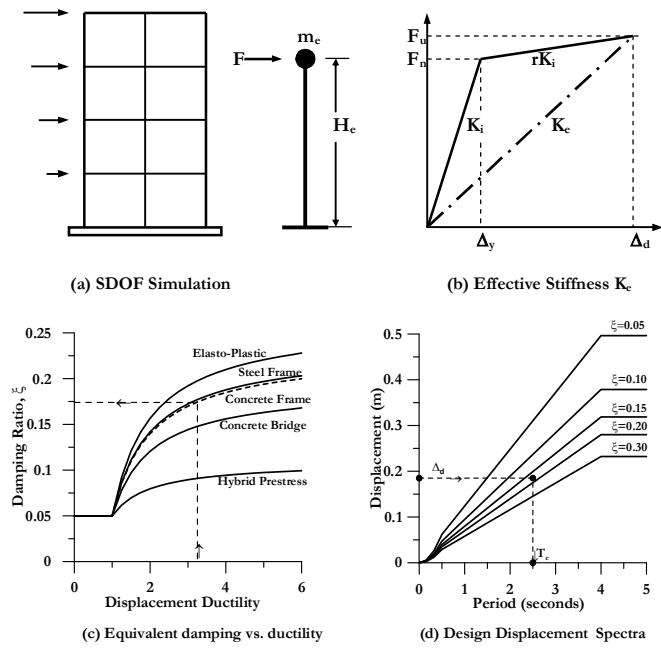


Figura 1.1 Fondamenti del metodo di progettazione agli spostamenti (Priestley et al., 2007)

## CAPITOLO 2: PARETI STRUTTURALI IN C.A.: PROCEDURA PER IL PROGETTO AGLI SPOSTAMENTI

### 2.1 ESEMPIO DI RIFERIMENTO ADOTTATO

Quanto viene riportato di seguito illustra un esempio di applicazione al caso delle pareti strutturali del codice modello per il progetto sismico basato sull'approccio agli spostamenti. A tale scopo, si considera l'edificio di Figura 2. **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** costituito da due setti trasversali e due telai longitudinali di 16 piani. Quindi, limitando l'analisi sismica alla sola direzione trasversale, la doppia simmetria dell'edificio consente di ridursi allo studio di una singola parete. La geometria della parete è caratterizzata da una lunghezza  $L_w$  di 5.00 m, uno spessore  $b$  di 0.25 m, una altezza di interpiano  $b_i$  di 3.00 m per una altezza totale  $H_n$  di 48.00 metri. Ad ogni piano della singola parete si considera una massa sismica  $m = 60$  kN/g (corrispondente ad un'area di impalcato di circa 100 m<sup>2</sup>) ed un carico verticale  $P = 200$  kN.

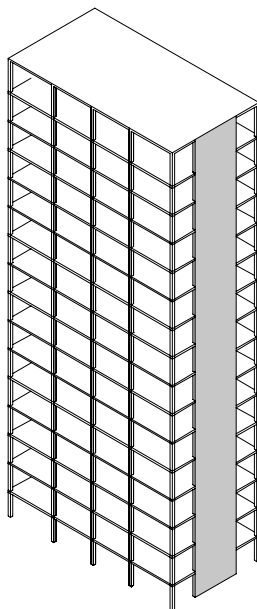


Figura 2.1 Assonometria dell'edificio.

Nel progetto si adotta un calcestruzzo di classe C28/35 ed un acciaio di tipo B450C, i cui parametri meccanici sono riportati nella Tabella 2.1.



Tabella 2.1 – Parametri meccanici dei materiali utilizzati

Calcestruzzo	Valore	Acciaio	Valore
$f_{ck}$	28.0 MPa	$f_{yk}$	450 MPa
		$f_{tk}$	540 MPa
$f_{cm}$	36.0 MPa	$f_{ym}$	500 MPa
		$f_{tm}$	600 MPa
$f_{cd}$	17.5 MPa	$f_{yd}$	391 MPa
$\varepsilon_{cu}$	0.35 %	$\varepsilon_{ud}$	6.75 %
$\varepsilon_{ct}$	0.20 %	$\varepsilon_{yd}$	0.2174 %

## 2.2 SISMICITÀ DI PROGETTO E CRITERIO PRESTAZIONALE ADOTTATO

Lo spettro di risposta elastico utilizzato viene ricavato con riferimento ad una accelerazione di base  $a_g/g$  di 0.40 e ad un terreno di tipo D. Tale accelerazione di base corrisponde ad una probabilità di eccedenza del 2% in 50 anni per edifici situati in zona 2 ossia ad un livello prestazionale 2 di un edificio di classe di importanza 4 (Tabella 1.1 del Model Code). Si assume che il tratto orizzontale dello spettro agli spostamenti inizi in corrispondenza del massimo periodo proposto dal Model Code, ossia  $T_D = 7.5$  s, al quale corrisponde uno spostamento spettrale  $\Delta_{D,0.05} = 1.46$  m per uno smorzamento pari al 5%. La Tabella 2.2 riassume i parametri adottati per lo spettro di progetto. Allo scopo di preservare gli elementi non strutturali da danni provocati dal sisma, in accordo con la successiva Tabella 2.1 del DBD09 si adotta un valore massimo dello spostamento relativo  $\theta_c$  pari al 2.5% dell'altezza di interpiano.

Tabella 2.2 – Parametri dello spettro di progetto

$a_g/g$	Terreno	$T_D$	$\Delta_{D,0.05}$
0.40	tipo D	7.5 s	1.46 m

## 2.3 DETERMINAZIONE DEL PROFILO DI SPOSTAMENTO

Il profilo degli spostamenti si ottiene dalla somma di due contributi: il primo elastico e il secondo dovuto agli effetti di una rotazione rigida associata alla formazione di una cerniera plastica alla base. In accordo con l'Eq. 6.3 del DBD09, il primo dei due contributi corrisponde al profilo assunto dalla mensola al limite elastico. Per poter calcolare tale contributo, l'Eq. A1.3, riportata nell'Appendice 1 del DBD09 per pareti di controvento a sezione rettangolare consente di stimare la curvatura al limite elastico  $\phi_{yW}$ , nella forma:

$$\phi_{yW} = 2.00 \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{L_W} = 2.00 \cdot \frac{0.002174}{5.00} = 0.000870 \text{ m}^{-1} \quad (2.1)$$

Inoltre, la rotazione plastica massima  $\theta_p$ , che si assume si verifichi al piede, si ottiene dalla differenza fra il *drift* massimo assegnato  $\theta_c$  (che si prevede si verifichi in sommità)

e la corrispondente rotazione elastica ottenuta come area del diagramma lineare delle curvature. Pertanto, l'Eq. 6.4 del DBD09 consente di scrivere:

$$\theta_p = \theta_c - \frac{\phi_{yw} H_n}{2} = 0.025 - \frac{0.000870 \cdot 48}{2} = 0.00412 \text{ rad} \quad (2.2)$$

Ovviamente, la rotazione richiesta  $\theta_p$  non può eccedere quella disponibile  $(\phi_{ls} - \phi_{yw}) \cdot L_p$  dove  $\phi_{ls}$  è la curvatura ultima della sezione ed  $L_p$  è la lunghezza della cerniera plastica.

La curvatura  $\phi_{ls}$  risulta nota solo dopo aver svolto il progetto della sezione e, tuttavia, è possibile assumere la relazione riportata in Priestley ed altri (2007):

$$\phi_{ls} = \frac{1.2 \varepsilon_{ud}}{L_w} = \frac{1.2 \cdot 0.0675}{5.00} = 0.0162 \text{ m}^{-1} \quad (2.3)$$

che fornisce un errore non maggiore del 10% se lo sforzo assiale non eccede il 15% del suo valore limite e la percentuale geometrica di armatura tesa è inferiore al 2%. Nel seguito il progetto verrà sviluppato nel rispetto di tali condizioni e, dunque, la massima rotazione plastica consentita può essere valutata come:

$$(\theta_p)_{\text{lim}} = (\phi_{ls} - \phi_{yw}) L_p = (0.0162 - 0.000870) \cdot 2.18 = 0.0334 \text{ rad} \quad (2.4)$$

La lunghezza della cerniera plastica  $L_p$  alla base della parete è stata stimata mediante l'Eq. 6.5 del DBD09:

$$L_p = k H_n + 0.1 L_w + L_{SP} = 0.03 \cdot 48.00 + 0.1 \cdot 5.00 + 0.237 = 2.18 \text{ m} \quad (2.5)$$

in cui il primo dei tre contributi dipende dall'altezza della parete  $H_n$ , il secondo dalla sua lunghezza in pianta  $L_w$ , mentre l'ultimo tiene conto del fenomeno della *strain penetration* (Priestley ed altri 2007). Inoltre, nella Eq. 2.5  $k$  rappresenta un coefficiente che tiene conto della sovreresistenza dell'acciaio utilizzato ed è stato stimato come:

$$k = 0.15 \cdot (f_{tk} / f_{yk} - 1) = 0.15 \cdot (540 / 450 - 1) = 0.03 \quad (2.6)$$

comunque non maggiore del valore limite 0.06.

Seguendo sempre il DBD09, posto  $f_{ye} = 1.1 \cdot f_{yd} = 430 \text{ MPa} \cong f_{yk}$  e supponendo di utilizzare barre longitudinali di diametro  $d_{bl} = 25 \text{ mm}$ , la cerniera plastica si prolunga all'interno della fondazione (Punto 6.3.1) per una lunghezza  $L_{SP}$  definita come:

$$L_{SP} = 0.022 \cdot f_{ye} d_{bl} = 0.022 \cdot 430 \cdot 0.025 = 0.237 \text{ m} \quad (2.7)$$

con  $f_{ye}$  espresso in MPa. Una volta note la deformazione  $\varepsilon_y$  al limite dello snervamento e la rotazione plastica  $\theta_p$  l'Eq. 6.3 del DBD09 consente di stimare il valore dello spostamento all'altezza  $h_i$  generica:

$$\Delta_i = \Delta_{i,y} + \Delta_{i,p} = \frac{0.0021742}{5.00} \cdot h_i^2 \left( 1 - \frac{h_i}{3 \cdot 48} \right) + 0.00412 \cdot h_i \quad (2.8)$$

dove  $\Delta_{i,y}$ ,  $\Delta_{i,p}$  e  $\Delta_i$  sono rispettivamente gli spostamenti al limite elastico, quelli dovuti alle deformazioni plastiche e quelli totali (Tabella 2.3 e Figura 2.2).

**Tabella 2.3 Profilo degli spostamenti di progetto e grandezze correlate**

Piano	$h_i$ m	$\Delta_{i,y}$ m	$\Delta_{i,p}$ m	$\Delta_i$ m	$m_i$ kN/g	$\Delta_i m_i$ m·kN/g	$\Delta_i^2 \cdot m_i$ m <sup>2</sup> ·kN/g	$\Delta_i m_i h_i$ m <sup>2</sup> ·kN/g
16	48	0.668	0.198	0.866	60	51.94	44.96	2493.14
15	45	0.605	0.185	0.791	60	47.45	37.52	2135.10
14	42	0.543	0.173	0.716	60	42.98	30.79	1805.26
13	39	0.482	0.161	0.643	60	38.58	24.80	1504.49
12	36	0.423	0.148	0.571	60	34.26	19.56	1233.33
11	33	0.365	0.136	0.501	60	30.06	15.06	991.94
10	30	0.310	0.124	0.433	60	26.01	11.27	780.16
9	27	0.258	0.111	0.369	60	22.13	8.16	597.46
8	24	0.209	0.099	0.308	60	18.46	5.68	442.95
7	21	0.164	0.087	0.250	60	15.02	3.76	315.40
6	18	0.123	0.074	0.197	60	11.85	2.34	213.23
5	15	0.088	0.062	0.149	60	8.97	1.34	134.50
4	12	0.057	0.049	0.107	60	6.41	0.68	76.92
3	9	0.033	0.037	0.070	60	4.21	0.29	37.85
2	6	0.015	0.025	0.040	60	2.38	0.09	14.30
1	3	0.004	0.012	0.016	60	0.97	0.02	2.91
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma$	---	---	---	---	---	<b>362</b>	<b>206</b>	<b>12779</b>

#### 2.4 CARATTERIZZAZIONE DELL'OSCILLATORE SEMPLICE EQUIVALENTE

Il profilo degli spostamenti  $\Delta_i$  della parete ricavato mediante l'Eq. 2.9 (Figura 2.2) consente di risalire allo spostamento di progetto  $\Delta_d$  dell'oscillatore semplice equivalente attraverso l'Eq. 7.1 del DBD09 valida per  $H_n/L_w > 3$ :

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} - \theta_N x_{CP-CM} = 206 / 362 - 0.0 = 0.569 \text{ m} \quad (2.9)$$

dove  $m_i$  indica la generica massa di piano e le espressioni che compaiono nelle sommatorie sono riportate nella Tabella 2.3. In particolare si è assunta una rotazione torsionale  $\theta_N$  nulla in quanto l'edificio è doppiamente simmetrico.

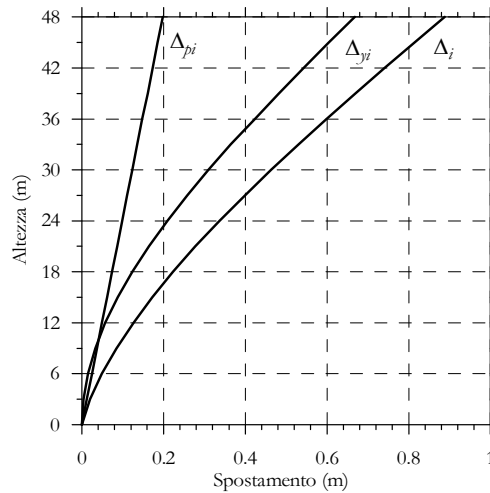


Figura 2.2 Profili di spostamento  $\Delta_{i,y}$ ,  $\Delta_{i,p}$  e  $\Delta_i$ .

Inoltre, l'Eq. 7.3 del DBD09 fornisce l'altezza efficace  $H_e$  dell'oscillatore equivalente:

$$H_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i h_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} = 12779 / 362 = 35.3 \text{ m} \quad (2.10)$$

che risulta pari a circa il 75% dell'altezza totale  $H_n$  della parete. Le quantità presenti nella prima sommatoria sono riportate nell'ultima colonna della Tabella 2.3. L'Eq. 7.4 del DBD09 fornisce la massa efficace dell'oscillatore equivalente:

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d} = 362 / 0.569 = 636 \text{ kN/g} \quad (2.11)$$

L'Eq. 7.7 del DBD09 consente di stimare la duttilità strutturale  $\mu$  nella forma:

$$\mu = \Delta_d / \Delta_y = 0.569 / 0.409 = 1.39 \quad (2.12)$$

in cui  $\Delta_y$  è lo spostamento al limite elastico valutato alla quota  $H_e$  (Eq. 7.9 del DBD09):

$$\Delta_y = \frac{\phi_{yW}}{2} \cdot H_e^2 \cdot \left(1 - \frac{H_e}{3H_n}\right) = \frac{0.000870}{2} \cdot 35.3^2 \cdot \left(1 - \frac{35.3}{3 \cdot 48}\right) = 0.409 \text{ m} \quad (2.13)$$

Inoltre, l'Eq. 7.8 del DBD09 introduce lo smorzamento viscoso equivalente  $\xi_{eq}$ :

$$\xi_{eq} = 0.05 + 0.444 \cdot \left(\frac{\mu - 1}{\mu\pi}\right) = 0.05 + 0.444 \cdot \left(\frac{1.39 - 1}{1.39 \cdot \pi}\right) = 0.090 \quad (2.14)$$

Lo smorzamento  $\xi_{eq}$  consente di stimare il coefficiente di modifica  $R_\xi$  dello spettro di risposta con smorzamento pari al 5%, come riportato nell'Eq. 1.2a del DBD09, se risulta che il periodo di vibrazione dell'oscillatore equivalente sia inferiore a 7 s

$$R_\xi = (0.10 / (0.05 + \xi))^{0.5} = (0.10 / (0.05 + 0.090))^{0.5} = 0.845 \quad (2.15)$$

Pertanto lo spostamento spettrale  $\Delta_{D,\xi}$  (Eq. 1.1 del DBD09) risulta

$$\Delta_{D,\xi} = R_\xi \Delta_{D,0.05} = 0.845 \cdot 1.15 = 0.97 \text{ m} \quad (2.16)$$

ed infine, il periodo efficace dell'oscillatore equivalente risulta dall'Eq. 7.51 del DBD09:

$$T_e = \frac{\Delta_d}{\Delta_{D,\xi}} T_D = \frac{0.569}{0.97} \cdot 7.5 = 4.40 \text{ s} \quad (2.17)$$

Da esso, facendo ricorso all'Eq. 7.52 del DBD09, discende la rigidezza efficace  $K_e$ :

$$K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2 = 4\pi^2 636 / 4.40^2 = 1296 \text{ kN/m} \quad (2.18)$$

Quindi, tenendo in considerazione l'effetto  $P-\Delta$  mediante l'Eq. 8.1 del DBD09, il taglio alla base può essere valutato come:

$$V_{\text{Base}} = K_e \Delta_d + C \frac{P \Delta_d}{H_e} = 1296 \cdot 0.569 + 0.5 \cdot \frac{3200 \cdot 0.569}{35.3} = 737 + 26 = 763 \text{ kN} \quad (2.19)$$

dove il coefficiente  $C$  è stato assunto pari a 0.5 in quanto si tratta di edificio in calcestruzzo armato e  $P$  è il carico assiale agente alla base della struttura. Come prescritto dal DBD09, il taglio alla base  $V_{\text{Base}}$  deve risultare non maggiore di:



$$\begin{aligned} (V_{\text{Base}})_{\text{max}} &= 2.5R_{\xi} \cdot 1.25 \cdot a_g \cdot g \cdot m_e + C \frac{P\Delta_d}{H_e} = \\ &2.5 \cdot 0.845 \cdot 1.25 \cdot 0.5 \cdot 9.81 \cdot 636 + 26 = 8238 + 26 = 8264 \text{ kN} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Pertanto si assume il valore  $V_{\text{Base}} = 763 \text{ kN}$  che corrisponde a circa l'8% del peso totale dell'edificio.

### 2.5 DETERMINAZIONE DELLE AZIONI LATERALI E AMPLIFICAZIONE DINAMICA DELLE SOLLECITAZIONI

Il taglio risultante alla base dell'edificio  $V_{\text{Base}}$  va ripartito lungo l'altezza per ottenere una distribuzione equivalente di forze laterali  $F_i$  proporzionali alla massa e allo spostamento di piano (Tabella 2.3). A tale scopo si può fare uso dell'Eq. 8.2a del DBD09:

$$F_i = k V_{\text{Base}} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) = 1 \cdot 763 \cdot (60 \cdot \Delta_i) / 362 = 126.46 \cdot \Delta_i \quad (2.21)$$

dove la costante di distribuzione  $k$  della azione laterale equivalente assume valore unitario per edifici non a telaio. In Tabella 2.4 si riportano in dettaglio le forze sismiche agenti alla quota di ciascun piano, e la corrispondente distribuzione degli sforzi di taglio e dei momenti flettenti.

Al fine di tenere in considerazione l'influenza dei modi di vibrazione superiori al primo, le incertezze dell'analisi ed il comportamento elastoplastico della struttura, le sollecitazioni flettenti e taglianti devono essere amplificate attraverso il coefficiente di sovrarresistenza  $\phi^o$ , come indicato nel Capitolo 9 del DBD09. Tale coefficiente  $\phi^o$  può essere cautelativamente posto pari a 1.25 e, pertanto, in accordo con la Figura 9.2 del DBD09 il momento amplificato alla base diviene:

$$M_{\text{Base}}^o = \phi^o M_{\text{Base}} = 1.25 \cdot 26960 = 33700 \text{ kNm} \quad (2.22)$$

mentre il momento a metà altezza può essere stimato come riportato nell'Eq. 9.6 del DBD09:

$$M_{0.5H}^o = C_{1,T} \phi^o M_{\text{Base}} = 0.43 \cdot 1.25 \cdot 26960 = 14491 \text{ kNm} \quad (2.23)$$

dove, seguendo le indicazioni dell'Eq. 9.7 del DBD09:

$$C_{1,T} = 0.4 + 0.075 \cdot T_i \cdot \left( \frac{\mu}{\phi^o} - 1 \right) = 0.4 + 0.075 \cdot 3.73 \cdot \left( \frac{1.39}{1.25} - 1 \right) = 0.43 \quad (2.24)$$

risulta maggiore di 0.4 come richiesto dallo stesso DBD09. Inoltre, il cosiddetto *initial period*  $T_i$  della struttura elastica in fase fessurata si stima con la relazione riportata nel commento C9.2.3:

$$T_i = T_e / \sqrt{\mu} = 4.40 / \sqrt{1.39} = 3.73 \text{ s} \quad (2.25)$$

**Tabella 2.4 Calcolo delle sollecitazioni per la parete di 16 piani**

Piano	$h_i$ m	$\Delta_i \cdot m_i$ m·kN/g	$F_i$ kN	$V_i$ kN	$M_i$ kNm
16	48	51.94	110	110	0
15	45	47.45	100	210	329
14	42	42.98	91	300	958
13	39	38.58	81	382	1859
12	36	34.26	72	454	3004
11	33	30.06	63	517	4366
10	30	26.01	55	572	5919
9	27	22.13	47	619	7635
8	24	18.46	39	658	9492
7	21	15.02	32	690	11466
6	18	11.85	25	715	13535
5	15	8.97	19	734	15679
4	12	6.41	14	747	17879
3	9	4.21	9	756	20121
2	6	2.38	5	761	22388
1	3	0.97	2	763	24671
0	0	0.00	0	763	26960
<b><math>\Sigma</math></b>	<b>-</b>	<b>362</b>	<b>763</b>	<b>-</b>	<b>-</b>

Il taglio di progetto alla base può essere stimato come rappresentato in Figura 9.3 del DBD09.

$$V_{\text{Base}}^o = \phi^o \omega_v V_{\text{Base}} = 1.25 \cdot 2.28 \cdot 763 = 2175 \text{ kN} \quad (2.26)$$

in cui il fattore di amplificazione dinamica dell'azione tagliante  $\omega_v$  è stato calcolato tramite l'Eq. 9.8 del DBD09:

$$\omega_v = 1 + \frac{\mu}{\phi^0} C_{2,T} = 1 + \frac{1.39}{1.25} \cdot 1.15 = 2.28 \quad (2.27)$$

dove  $C_{2,T}$  deve risultare il minore fra il valore limite 1.15 e quello fornito dall'Eq. 9.9 del DBD09:

$$C_{2,T} = 0.067 + 0.4 \cdot (T_i - 0.5) = 0.067 + 0.4 \cdot (3.73 - 0.5) = 1.36 \quad (2.28)$$

Pertanto si è assunto  $C_{2,T} = 1.15$ . Inoltre, è necessario che si posizioni un'armatura minima che sopporti l'azione tagliante lungo tutta l'altezza e a questo scopo il codice modello prescrive che il taglio di progetto in sommità debba rispettare la condizione (Eq. 9.10 del DBD09):

$$V_n^0 = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.3 V_B^0 = 652 \text{ kN} \\ (0.9 - 0.3 \cdot T_i) \cdot V_{\text{Base}}^0 = (0.9 - 0.3 \cdot 3.73) \cdot 2175 = -476 \text{ kN} \end{array} \right\} \quad (2.29)$$

Si adotterà pertanto:

$$V_n^0 = 652 \text{ kN} \quad (2.30)$$

Le Figure 2.5 e 2.6, riportate nel seguito, presentano i risultati dell'approccio DDBD in termini di diagrammi del momento flettente e dello sforzo di taglio, riportati con linea continua. Inoltre, la linea tratteggiata definisce i diagrammi di progetto che tengono conto dell'amplificazione dinamica delle sollecitazioni.

## 2.6 DIMENSIONAMENTO DELLE ARMATURE

Sulla base delle sollecitazioni di progetto, si sono determinate le armature verticali e trasversali alle quote  $h_i = 0.00, 18.00$  e  $36.00$  m (Tabella 2.5 e Figura 2.3). I domini di interazione Momento Flettente – Sforzo Normale per le tre sezioni considerate in Tabella 2.5 sono riportati nella Figura 2.4.

**Tabella 2.5 Distribuzione delle armature lungo l'altezza**

$h_i$	Armature		
	verticali nel nucleo confinato	verticali nella zona centrale	orizzontali
0.00	Ø25/100 mm	Ø14/100 mm	Ø8/100 mm
18.00	Ø20/100 mm	Ø14/100 mm	Ø8/150 mm

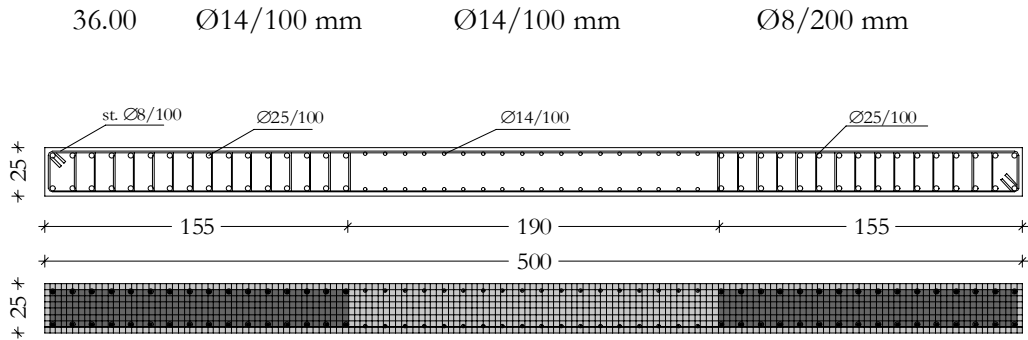


Figura 2.3 Armatura al piede della parete ed esempio di discretizzazione in fibre della sezione.

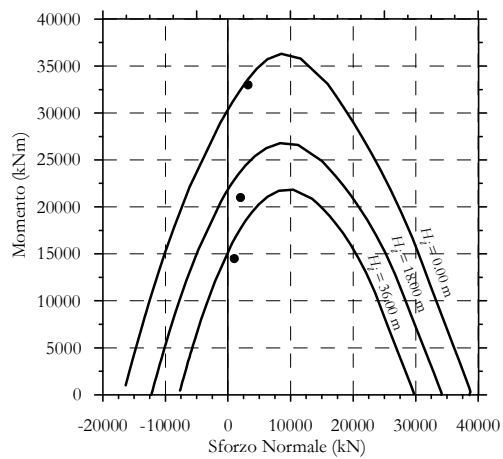


Figura 2.4 Domini di interazione M-N per le tre sezioni analizzate. I punti rappresentano le sollecitazioni alle quote  $h_i = 0,00$ ,  $18,00$  e  $36,00$  m

## **CAPITOLO 3: LE PARETI STRUTTURALI IN C.A.: CONFRONTI TRA L'APPROCCIO AGLI SPOSTAMENTI E QUELLO ALLE FORZE**

### **3.1 ESEMPI DI RIFERIMENTO ADOTTATI**

Nel seguito di questo capitolo si confronteranno i risultati dell'approccio alle forze per duttilità media ed alta e quelli dell'approccio agli spostamenti, per una serie di cinque edifici in cemento armato. Come già visto nel Capitolo 2, ogni edificio è costituito da due setti trasversali e da due telai longitudinali (Figura 3.1) consentendo, a causa della doppia simmetria, di limitare l'analisi in direzione trasversale allo studio di una singola parete. Ciascuna parete si differenzia dalle altre, oltre che per il numero di piani, anche per la sezione trasversali considerata. La procedura dettagliata per la determinazione delle sollecitazioni interne, ricavate con il metodo DDBD, è riportata nel Capitolo precedente. In Tabella 3.1 sono riportate le caratteristiche geometriche della serie di pareti analizzate.



**Figura 3.1 Assonometria degli edifici.**

Tabella 3.1 – Parametri meccanici dei materiali utilizzati.

Parete	n. piani	Altezza (m)	Dimensioni parete in m <sup>2</sup> ( <i>b × l</i> )	Snellezza $\lambda$
A	4	12	0.20 × 2.00	6.0
B	8	24	0.20 × 3.50	6.8
C	12	36	0.20 × 4.00	9.0
D	16	48	0.25 × 5.00	9.6
E	20	60	0.30 × 5.60	10.7

Il calcestruzzo considerato è di classe C28/35, mentre l'acciaio è di tipo B450C, laminato a caldo, ad alta duttilità. I parametri medi, caratteristici e di progetto dei materiali sono riportati nella Tabella 3.2 seguente.

Tabella 3.2 – Parametri meccanici dei materiali utilizzati.

Calcestruzzo	Valore	Acciaio	Valore
$f_{ck}$	28.0 MPa	$f_{yk}$	450 MPa
		$f_{ik}$	540 MPa
$f_{cm}$	36.0 MPa	$f_{ym}$	500 MPa
		$f_{im}$	600 MPa
$f_{cd}$	17.5 MPa	$f_{yd}$	391 MPa
$\varepsilon_{cu}$	0.35 %	$\varepsilon_{ud}$	6.75 %
$\varepsilon_{ct}$	0.20 %	$\varepsilon_{yd}$	0.2174 %

Alla quota di ciascun impalcato alle pareti è solidarizzata una massa sismica  $m$  di 60 kN/g, (corrispondente ad un impalcato di circa  $10 \times 10$  m<sup>2</sup>), ed inoltre è applicato un carico verticale statico  $P$  di 200 kN.

### 3.2 SISMICITÀ DI PROGETTO E CRITERIO PRESTAZIONALE ADOTTATO

Lo spettro di risposta elastico che si è utilizzato viene qui ricavato con riferimento ad una accelerazione di base  $a_g/g$  di 0.50 e ad un terreno di tipo C. Come riportato nel Capitolo 2, tale accelerazione di base corrisponde ad una probabilità di eccedenza del 2% in 50 anni per edifici situati in zona 1 ossia ad un livello prestazionale 2 di un edificio di classe di importanza 4 (Tabella 1.1 del Model Code). Si assume che il tratto orizzontale dello spettro agli spostamenti inizi in corrispondenza del massimo periodo proposto dal Model Code, ossia  $T_D = 7.5$  s, al quale corrisponde uno spostamento spettrale  $\Delta_{D,0.05} = 1.46$  m per uno smorzamento pari al 5%. La Tabella 3.3 riassume i parametri adottati per lo spettro di progetto, mentre le Figure 3.2 e 3.3 rappresentano rispettivamente lo spettro di risposta in termini di accelerazione e di spostamento.

Tabella 3.3 – Parametri dello spettro di progetto

$a_g/g$	Terreno	$T_D$	$\Delta_{D,0.05}$
0.50	tipo C	7.5 s	1.46 m

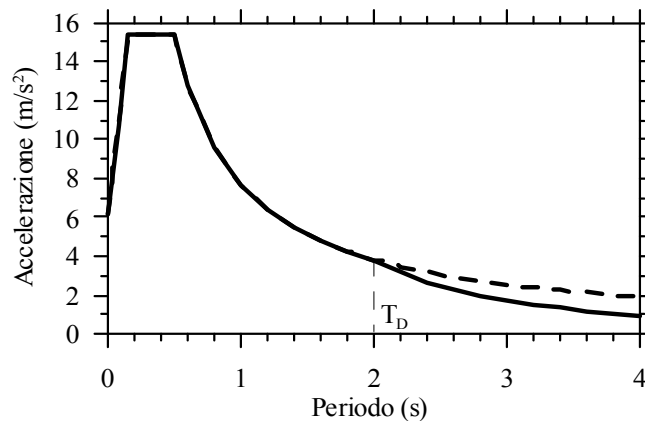


Figura 3.2 Spettro di risposta in termini di accelerazione proposto dall'Eurocodice 8 (linea continua) e modificato con il DBD09 (linea tratteggiata).

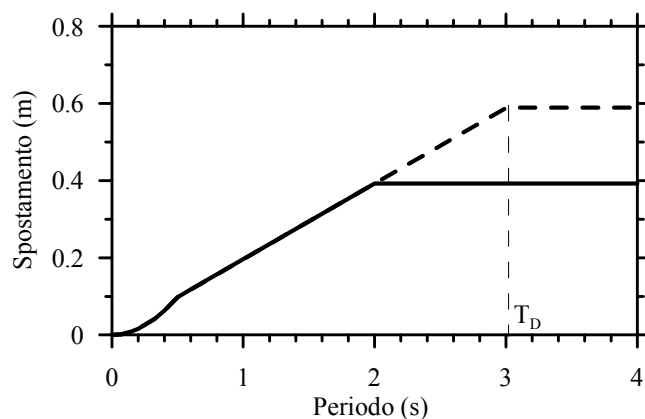


Figura 3.3 Spettro di risposta in termini di spostamenti proposto dall'Eurocodice 8 (linea continua) e modificato con il DBD09 (linea tratteggiata).

Allo scopo di preservare gli elementi non strutturali da danni provocati dal sisma, in accordo con la successiva Tabella 2.1 del DBD09 si adotta un valore massimo dello spostamento relativo  $\theta_c$  pari al 2.5% dell'altezza di interpiano.

### 3.3 RISULTATI DELL'APPROCCIO AGLI SPOSTAMENTI

Nel seguito vengono riportati i risultati in termini di spostamenti e sollecitazioni per la serie di cinque pareti in cemento armato.

La Figura 3.4 riporta gli spostamenti e i *drift* di piano, mentre la Figura 3.5 i momenti flettenti e le azioni di taglio.



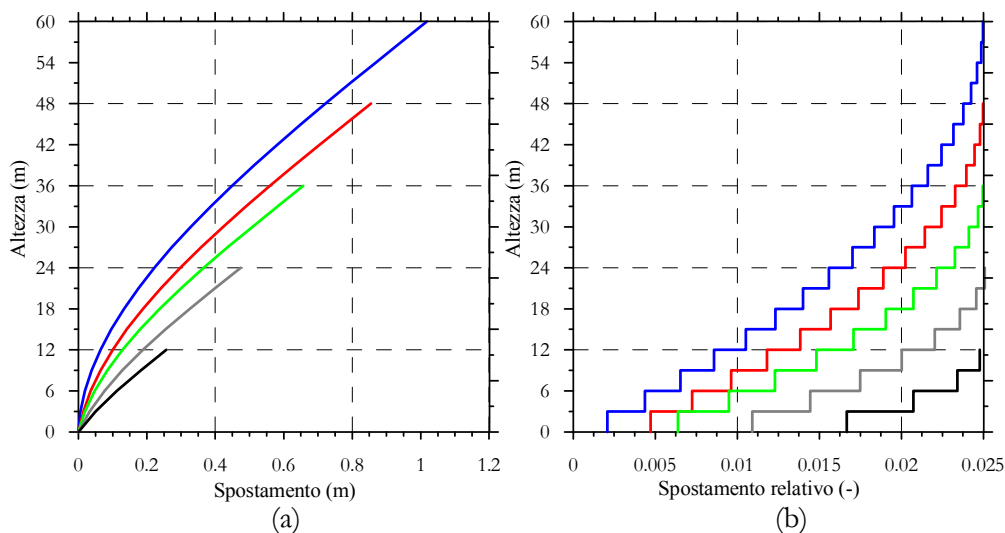


Figura 3.4 Distribuzione dello spostamento di progetto (a) e dello spostamento relativo di progetto (b) lungo l'altezza per la serie di pareti progettata con il metodo DDBD

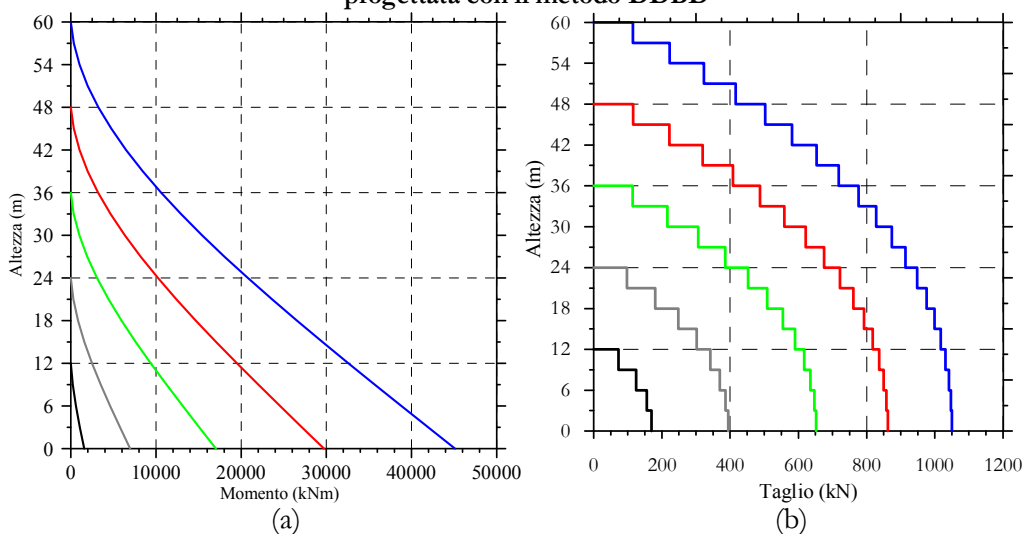


Figura 3.5 Distribuzione del momento flettente di progetto (a) e del taglio di progetto (b) lungo l'altezza per la serie di pareti progettata con il metodo DDBD

La Tabella 3.4 riporta per le cinque pareti considerate, rispettivamente, la duttilità della struttura  $\mu_{gr}$ , lo smorzamento equivalente  $\xi_{eq}$ , il periodo efficace  $T_e$ , la massa efficace  $m_e$ , la rigidità efficace  $K_e$  e il taglio di progetto alla base  $V_{Base}$ .

A partire dal taglio di progetto si è ricavata la distribuzione di forze lungo l'altezza, sulla base del profilo degli spostamenti adottato. Le Figure 3.5(a) e 3.5(b) rappresentano i risultati in termini di distribuzione del momento flettente e dello sforzo di taglio.

Le sollecitazioni flettenti e taglianti così ottenute sono state amplificate secondo quanto riportato nel DBD09, al fine di tenere in considerazione l'influenza dei modi di vibrazione superiori al modo fondamentale, le incertezze dell'analisi e il comportamento elastoplastico del modello.

La successiva Tabella 3.5 riporta, per ogni singola parete, i valori di estensione delle zone confinate  $l_{conf}$  e i relativi rapporti  $l_{conf}/l$  rispetto alla lunghezza complessiva della parete, i diametri  $\varnothing$  utilizzati per disporre le armature e le percentuali geometriche di armatura  $\rho_{l,conf}$  e  $\rho_l$  che afferiscono al nucleo confinato e alla sezione trasversale complessiva. La Tabella 3.6 presenta, per ciascuna parete studiata, il taglio alla base  $V_{base}$  ricavato con il metodo DDBD, il corrispondente momento flettente di calcolo  $M_{base}$ , il momento sollecitante  $M_{Sd}$  (ricavato amplificando il momento di calcolo per un fattore di sovrarresistenza pari a 1.25) e il momento resistente  $M_{Rd}$  della sezione armata. Inoltre sono riportati i valori di sovrarresistenza di progetto OSM. L'ultima colonna introduce infine il fattore di struttura equivalente  $q_{eq}$ , definito come il rapporto tra il momento alla base della parete ricavato attraverso lo spettro elastico per l'approccio alle forze, e il momento di progetto calcolato con il metodo DDBD. Da esso si deduce che, per le pareti più snelle, per raggiungere un *drift* di piano del 2.5%, è necessario adottare un fattore di struttura prossimo ad uno, rinunciando a fare affidamento sul comportamento inelastico della parete.

**Tabella 3.4 Principali parametri efficaci per il progetto DDBD**

Parete	$\mu_{sys}$	$\xi_{eq}$	$T_e$	$m_e$	$K_e$	$V_{base}$
	-	-	sec	kN/g	kN/m	kN
A	2.06	0.123	1.21	35	927	170
B	1.45	0.094	2.30	136	1017	394
C	1.27	0.080	3.48	319	1041	652
D	1.21	0.092	5.73	629	756	862
E	1.28	0.081	7.00	1041	839	1050

**Tabella 3.5 Estensione delle zone confinate e percentuali geometriche di armatura**

Parete	$l_{conf}$	$l_{conf}/l$	$\varnothing$	$\rho_{l,conf}$	$\rho_l$
	m	-	mm	%	%
A	0.45	0.23	16	3.95	3.41
B	1.00	0.29	16	3.85	3.34
C	1.00	0.25	25	3.25	2.87

D	1.30	0.26	25	3.50	2.89
E	1.00	0.18	25	3.38	2.53

Tabella 3.6 Sollecitazioni di progetto e resistenti per il metodo DDBD

Parete	$V_{base}$ kN	$M_{base}$ kNm	$M_{Sd}$ kNm	$M_{Rd}$ kNm	$OSM$ -	$q_{eq}$
A	170	1570	1963	7661	3.90	9.79
B	384	6961	8701	10550	1.21	3.73
C	652	17042	21303	25312	1.19	2.36
D	862	29727	37159	40918	1.10	1.64
E	1050	45110	54132	55737	1.03	1.35

Dalla Figura 3.4(b) si evince che il *drift* limite per il progetto risulta rispettato per tutte le pareti che compongono la serie, così come gli spostamenti sono rispettosi della deformata di progetto scelta. Come conseguenza di questo fatto le sollecitazioni flettenti e taglianti risultano proporzionali alla deformata di progetto.

La Figura 3.6 riporta la disposizione delle armature longitudinali con l'estensione dei nuclei confinanti per la serie di pareti progettate con il metodo DDBD.

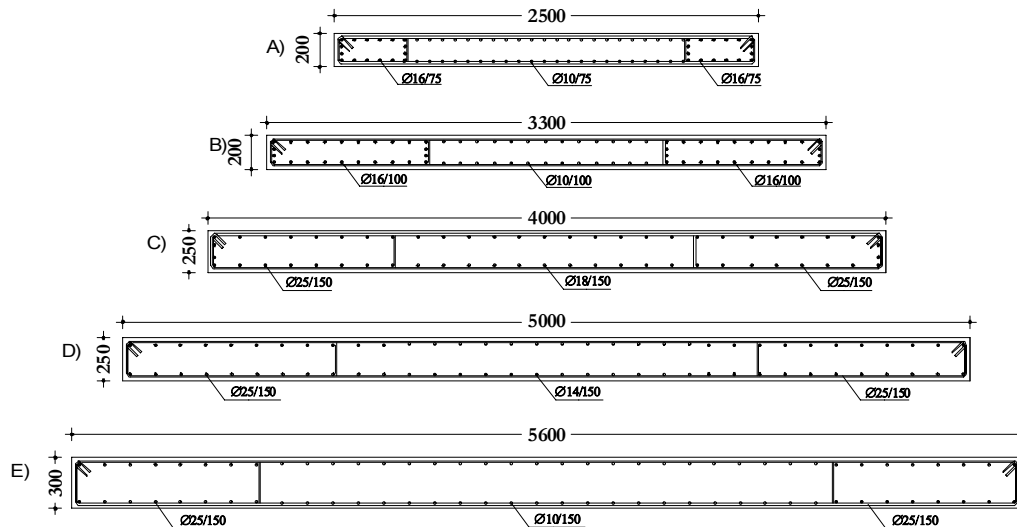


Figura 3.6 Distribuzione delle armature calcolate per le pareti progettate con il metodo DDBD

Si confronti ora il momento flettente alla base delle pareti di altezza superiore a 8 piani con il momento flettente ricavato da un'analisi modale elastica con spettro di risposta. Si ottiene che, all'aumentare dell'altezza della parete, il momento alla base ricavato con il metodo DDBD si avvicina a quello ricavato dall'analisi modale. Ciò si deduce dal fattore di struttura equivalente  $q_{eq}$ , che diminuisce progressivamente all'aumentare dell'altezza della parete, al punto che per la parete di 20 piani esso diventa prossimo all'unità. Questo comportamento induce a ritenere che per pareti snelle sia necessario utilizzare un fattore di struttura prossimo ad 1.0, al fine di

contenere il *drift* di piano entro il limite del 2.5%. Di conseguenza, fattori di struttura  $q$  troppo elevati, per pareti snelle, potrebbero portare ad eccessive deformazioni. Il fenomeno qui presentato sarà ripreso e discusso nel paragrafo successivo.

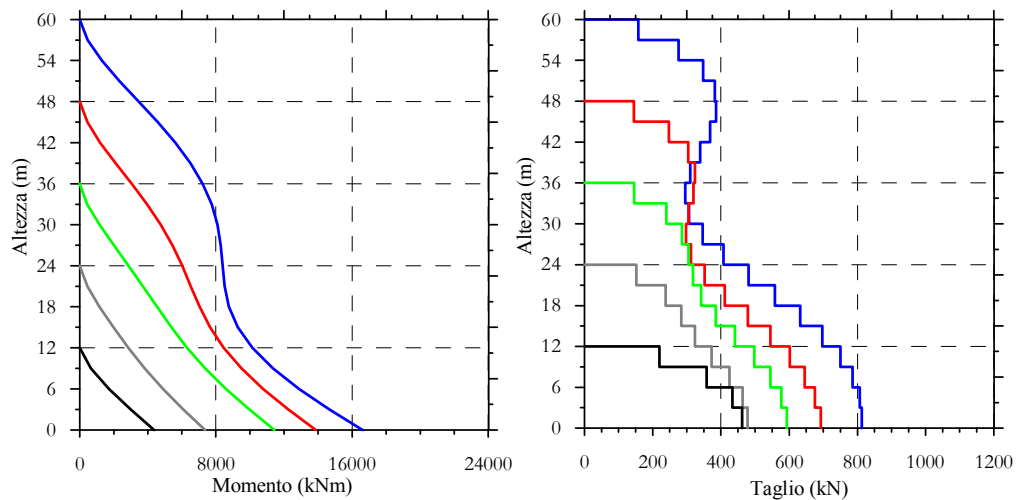
Nelle zone confinate, l'armatura longitudinale necessaria ad assorbire le sollecitazioni flettenti risulta compresa tra il 3.0% e il 4.0% dell'area confinata, ed è pertanto prossima al limite massimo consentito dall'Eurocodice 8. Complessivamente l'armatura longitudinale necessaria risulta inferiore e compresa tra il 2.5% ed il 3.5% dell'area della sezione. Al fine di rispettare i passi di armatura si è reso necessario, inoltre, utilizzare barre di grosso diametro per le pareti oltre gli 8 piani. L'estensione delle zone confinate varia tra il 20% e il 30% dell'ampiezza della sezione.

### 3.4 RISULTATI DELL'APPROCCIO ALLE FORZE

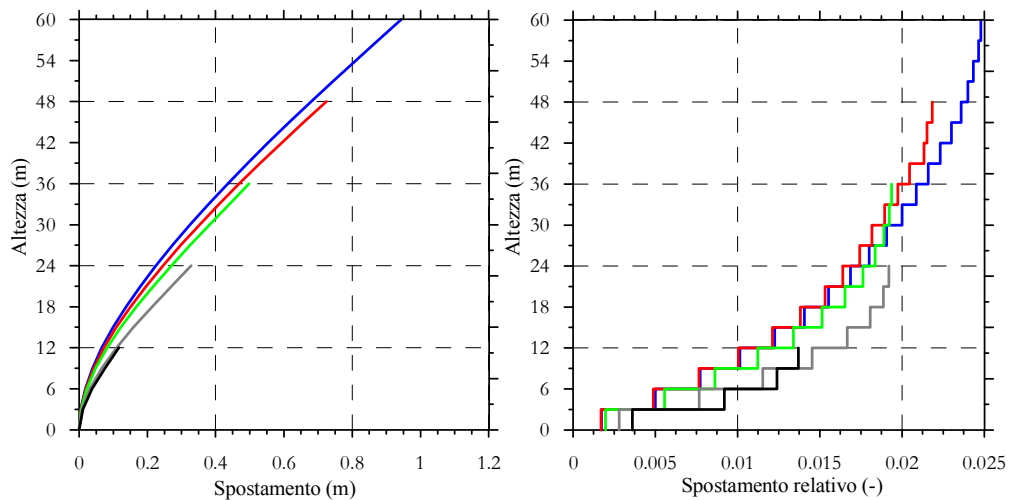
L'analisi delle pareti con il metodo spettrale è stata condotta, in accordo con quanto riportato nell'Eurocodice 8, sia per la classe di duttilità media che per la classe di duttilità alta. Sono stati assunti rispettivamente i fattori di struttura  $q$  pari a 3.0 e a 4.4, in accordo col Capitolo 5 dell'Eurocodice 8. Nel seguito si riportano i risultati relativi alla sola classe di duttilità alta, i quali consentono di porre maggiormente in evidenza i problemi riscontrati.

Nelle Figure 3.7(a) e 3.7(b) si riportano i diagrammi del momento flettente e dello sforzo di taglio ricavati dall'analisi spettrale. Successivamente, ai fini del progetto delle armature, le sollecitazioni flessionali e taglianti sono state amplificate secondo quanto indicato dall'Eurocodice 8, al fine di tenere in considerazione l'influenza dei modi di oscillazione superiori, le incertezze nell'analisi e il comportamento inelastico delle pareti.

Nelle Figure 3.8(a) e 3.8(b) si riportano inoltre i profili degli spostamenti assoluti e relativi di piano amplificati, come stabilito dalla normativa, con il relativo fattore di struttura. Le Figure 3.10-3.14 riportano gli schemi di disposizione d'armatura per la serie di pareti. Si noti la presenza dei due nuclei confinati di estremità, nei quali ogni barra verticale è stata fissata con l'apposizione di un gancio o di una staffa, al fine di garantire un adeguato livello di confinamento del calcestruzzo compresso. Le armature longitudinali calcolate alla base sono state estese per tutta l'altezza della parete.



**Figura 3.7** Profilo del momento flettente e del taglio per le cinque pareti progettate con approccio alle forze per duttilità alta.



**Figura 3.8** Profilo degli spostamenti assoluti e relativi per il progetto condotto con approccio alle forze in duttilità alta.

Le sollecitazioni flettenti e taglianti ricavate con l'approccio alle forze per duttilità alta evidenziano una progressiva influenza dei modi di vibrazione superiori al modo fondamentale in corrispondenza delle pareti di 16 e di 20 piani. La Figura 3.9 mette in evidenza questo fenomeno per la parete di 20 piani progettata con l'approccio alle forze in classe di duttilità alta. In essa sono tracciati gli andamenti del momento flettente di progetto suddivisi per i primi tre modi di vibrazione della struttura: il primo modo in nero, il secondo in rosso e il terzo in blu. La curva tratteggiata

rappresenta il diagramma di analisi ricavato mediante il metodo SRSS (*Square Root of the Sum of Square*)

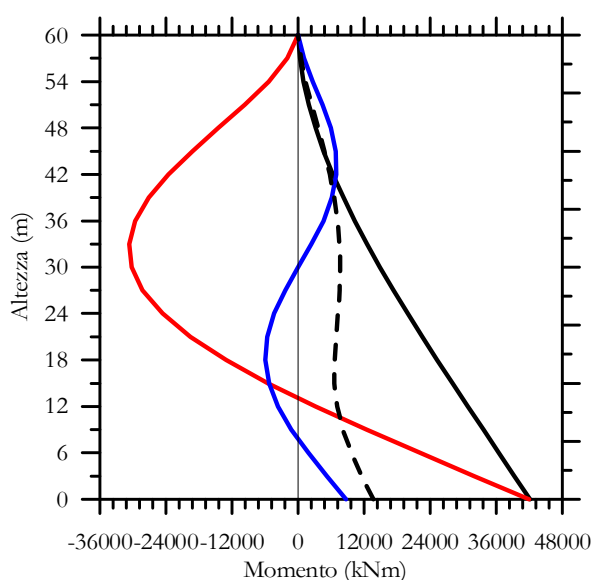


Figura 3.9 Distribuzione del momento flettente per i primi tre modi di vibrazione dell'edificio e corrispondente somma SRSS (divisa per il fattore di struttura  $q$ ) per la parete di 20 piani progettata in classe di duttilità alta.

### 3.5 CONFRONTO TRA L'APPROCCIO AGLI SPOSTAMENTI E L'APPROCCIO ALLE FORZE

Nell'approccio alle forze gli spostamenti e le sollecitazioni non risultano direttamente correlati, al contrario di come avviene invece nel metodo DDBD. Ne è la prova il fatto che la parete di 20 piani progettata con approccio alle forze presenta i medesimi spostamenti e *drift* di piano della parete di 20 piani progettata con il metodo DDBD, ma sollecitazioni molto differenti. Nell'approccio alle forze inoltre, lo spostamento è calcolato tramite lo spettro elastico e pertanto risulta indipendente dal fattore di struttura impiegato. Il medesimo spostamento si raggiunge infatti sia per le pareti progettate in classe di duttilità media sia per quelle progettate in classe di duttilità alta. Per la parete di 20 piani risulta infatti che il *drift* di progetto calcolato con l'approccio alle forze coincide con il *drift* limite del 2.5%, stabilito come parametro progettuale per l'approccio agli spostamenti. Pertanto con le analisi dinamiche non lineari si controllerà se il momento alla base della parete progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta consentirà di preservare gli spostamenti relativi entro il limite del 2.5% dell'altezza dell'edificio.

I *drift* di piano delle rimanenti pareti sono tutti inferiori al 2.5%. e si ha corrispondenza fra le sollecitazioni ottenute con l'approccio alle forze e il metodo

DDBD unicamente per la parete di 8 piani. Pertanto è possibile ritenere che nell'approccio alle forze non ci sia una corrispondenza diretta tra sollecitazioni e spostamenti.

**Tabella 3.7 Estensione di ciascun nucleo confinato  $l_{conf}$ , diametri e percentuali geometriche di armatura**

Parete	$l_{conf}$ m	$l_{conf}/l$ -	$\varnothing$ mm	$\varrho_{l,conf}$ %	$\varrho_l$ %
A	0.45	0.23	16	3.90	2.50
B	1.00	0.29	16	3.51	1.48
C	1.00	0.25	14	1.26	1.72
D	1.20	0.26	14	1.68	1.28
E	1.00	0.18	14	1.38	1.01

La Tabella 3.7 riassume l'estensione di ciascun nucleo confinato  $l_{conf}$ , specificandone il rapporto  $l_{conf}/l$ , i diametri  $\varnothing$  utilizzati per le barre longitudinali e le percentuali geometriche di armatura  $\varrho_{l,conf}$  e  $\varrho_l$  presenti rispettivamente nel nucleo confinato e nell'intera sezione. La Tabella 3.8 fornisce inoltre, con riferimento alla base di ciascuna parete, il valore del taglio di calcolo  $V_{base}$  e di progetto  $V_{Sd}$ , il momento di progetto  $M_{Sd}$  e quello resistente della sezione  $M_{Rd}$ , ed il valore di sovraresistenza OSM (ricavato dal rapporto tra momento resistente e sollecitante.) Le Figure 3.9-3.13 inoltre, pongono a confronto i dettagli di armatura per ciascuna parete progettata sia in duttilità media sia alta.

**Tabella 3.8 Sollecitazioni di progetto e resistenti per l'approccio alle forze**

Parete	$V_{base}$ kN	$V_{Sd}$ kN	$M_{Sd}$ kNm	$M_{Rd}$ kNm	OSM -
A	364	1296	4365	6290	1.44
B	478	1570	7374	9755	1.32
C	593	2609	11440	11928	1.04
D	683	3048	13869	14339	1.03
E	813	3576	16622	17686	1.06



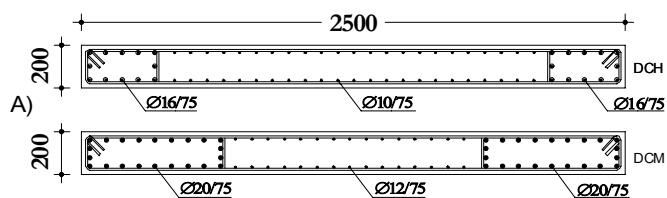


Figura 3.10. Armatura per la parete di 4 piani con l'approccio alle forze in duttilità bassa (sopra) e in duttilità alta (sotto)

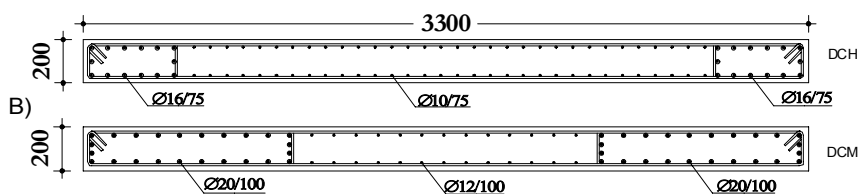


Figura 3.11. Armatura per la parete di 8 piani con l'approccio alle forze in duttilità bassa (sopra) e in duttilità alta (sotto)

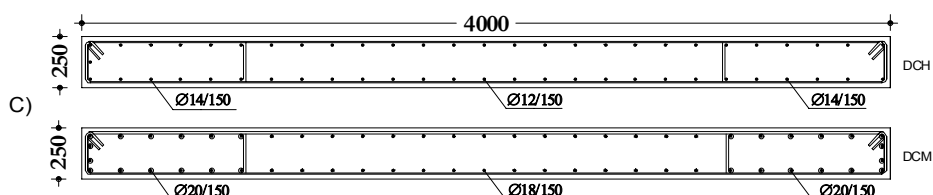


Figura 3.12. Armatura per la parete di 12 piani con l'approccio alle forze in duttilità bassa (sopra) e in duttilità alta (sotto)

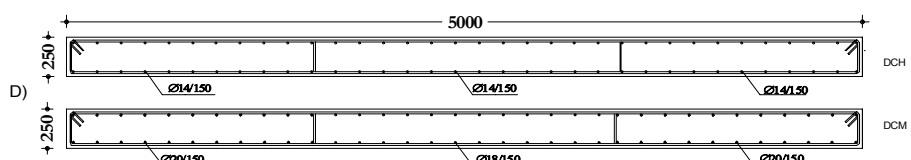


Figura 3.13. Armatura per la parete di 16 piani con l'approccio alle forze in duttilità bassa (sopra) e in duttilità alta (sotto)

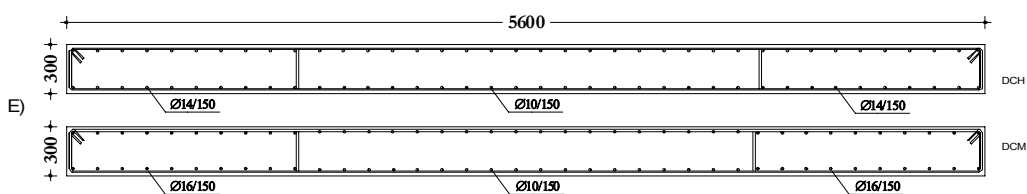


Figura 3.14. Armatura per la parete di 20 piani con l'approccio alle forze in duttilità bassa (sopra) e in duttilità alta (sotto)



## **CAPITOLO 4: STUDIO DI UN EDIFICIO MISTO TELAIO PARETE**

### **4.1 DESCRIZIONE DELL'ESEMPIO PROPOSTO**

Nel presente capitolo si affronta lo studio di un edificio telaio-parete in cemento armato di 6 piani, al fine di illustrare un esempio di applicazione del Model Code per il progetto sismico basato sull'approccio agli spostamenti. L'edificio ha dimensione rettangolare in pianta di 18.45 m per 10.45 m. Il piano terra è adibito a negozi ed uffici ed ha altezza di interpiano di 4.00 m mentre i restanti livelli sono ad uso residenziale con altezza di interpiano pari a 3.10 m, per una altezza totale  $H_n = 19.50$  m. Nelle Figure 4.1-4.2 si riportano le piante del piano terra e del piano tipo mentre nelle Figure 4.3-4.4 sono rappresentate le sezioni verticali. La Figura 4.5 riporta l'assonometria dello schema resistente.

Nella direzione longitudinale sono disposti 2 telai di 3 campate di 6 metri di luce ciascuna, ordite su un numero di piani  $n = 6$ , con pilastri di dimensioni  $45 \times 45$  cm<sup>2</sup> e travi in altezza di  $30 \times 50$  cm<sup>2</sup>. La parete di spina è di 3.50 m di lunghezza per 0.30 m di spessore. Nella direzione trasversale, in posizione centrale sono disposti due telai di 2 campate uguali di 5 metri di luce con travi in spessore di solaio  $80 \times 24$  cm<sup>2</sup> e pilastri di dimensioni  $45 \times 45$  cm<sup>2</sup> nei primi tre piani e  $30 \times 30$  cm<sup>2</sup> nei piani successivi. Tali telai sono stati progettati per sopportare prevalentemente carichi verticali. Infatti, lo schema resistente al sisma in direzione trasversale è essenzialmente costituito dalle due pareti perimetrali di 5.00 m per 0.30 m collegate ai pilastri d'angolo mediante due cordoli in spessore di solaio. Tutte le campate del solaio sono ordite in direzione longitudinale. Il vano scala e ascensore è previsto esterno all'edificio e strutturalmente indipendente.

Il carico totale agente su ciascun impalcato tipo è 8.00 kN/m<sup>2</sup> al quale si fa corrispondere una massa sismica distribuita di 0.65 kN/g/m<sup>2</sup>. Viceversa, il carico totale agente sulla copertura è di 6.50 kN/m<sup>2</sup> con massa sismica associata di 0.45 kN/g/m<sup>2</sup>. Pertanto, le masse sismiche totali di piano risultano di 117 kN/g e 81 kN/g, come evidenziato dalla Tabella 4.3. Su ogni campata di telaio agisce un carico permanente dovuto ai tamponamenti in muratura di 9.0 kN/m

Nel progetto si adotta un calcestruzzo di classe C25/30 ed un acciaio di tipo B450C, i cui parametri meccanici sono riportati nella Tabella 4.1.

Tabella 4.1 – Parametri meccanici dei materiali utilizzati

Calcestruzzo	Valore	Acciaio	Valore
$f_{ck}$	25.0 MPa	$f_{yk}$	450 MPa
		$f_{tk}$	540 MPa
$f_{cm}$	33.0 MPa	$f_{ym}$	500 MPa
		$f_{tm}$	600 MPa
$f_{cd}$	14.2 MPa	$f_{yd}$	391 MPa
$\varepsilon_{cu}$	0.35 %	$\varepsilon_{ud}$	6.75 %
$\varepsilon_{cl}$	0.20 %	$\varepsilon_{yd}$	0.2174 %

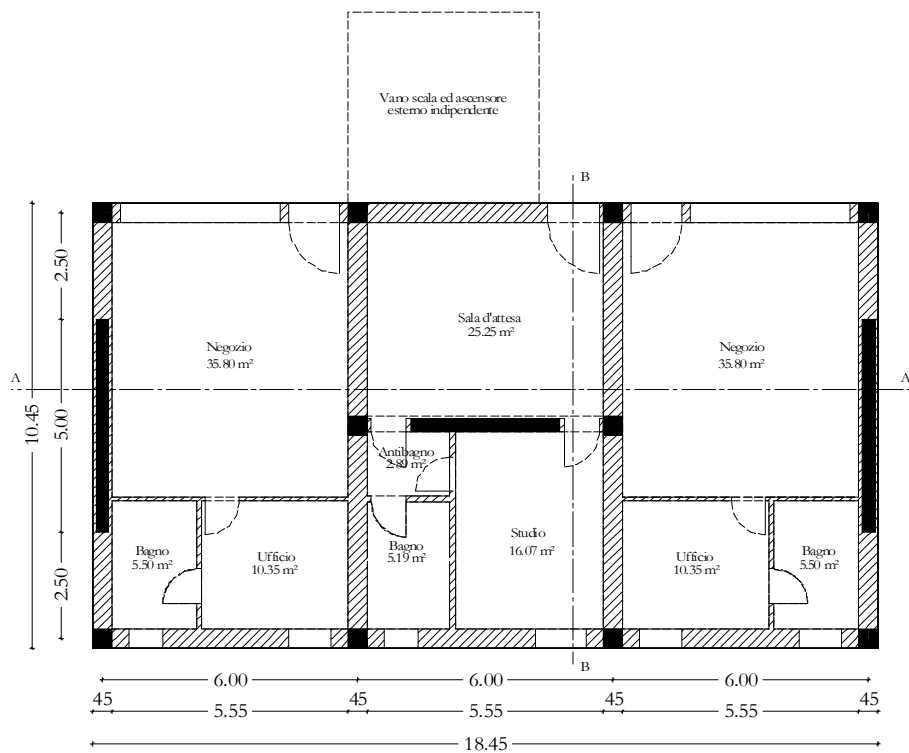


Figura 4.1 Distribuzione planimetrica del piano terra

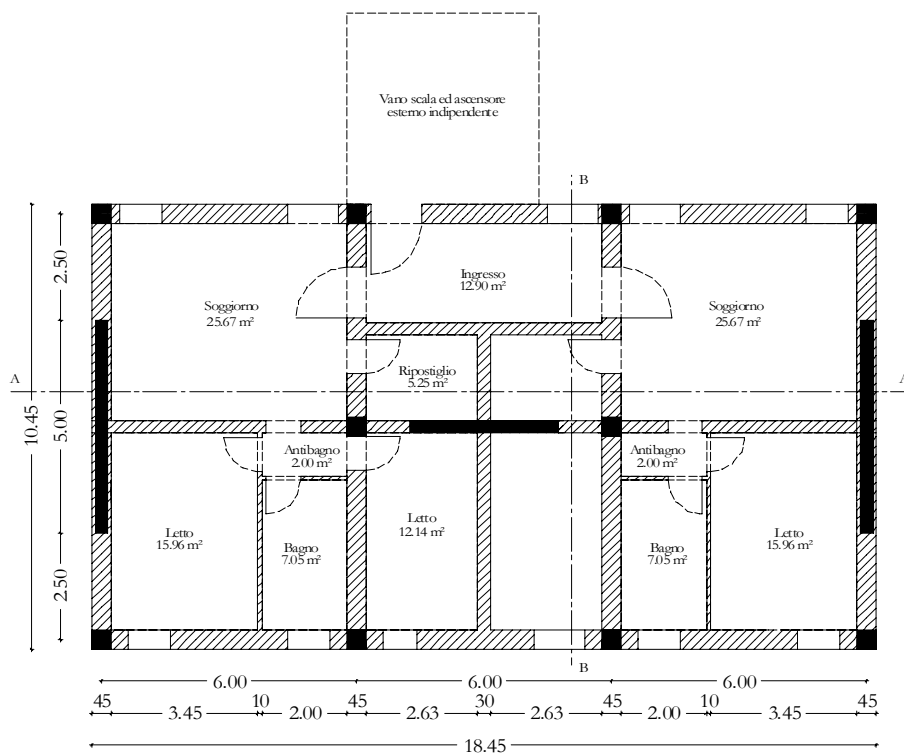


Figura 4.2 Distribuzione planimetrica del piano tipo

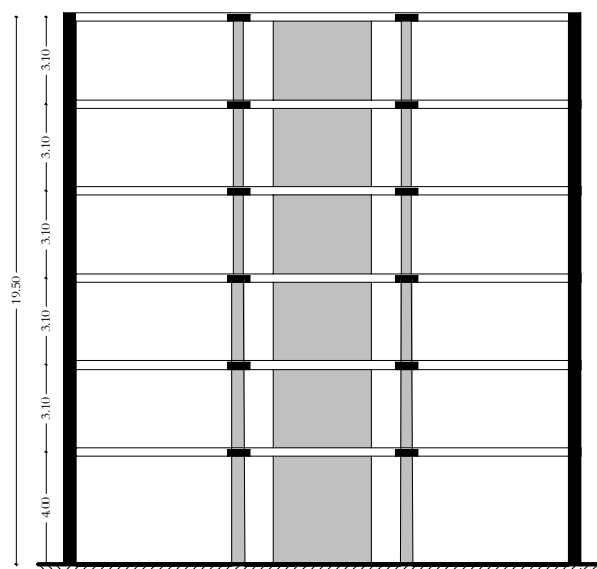
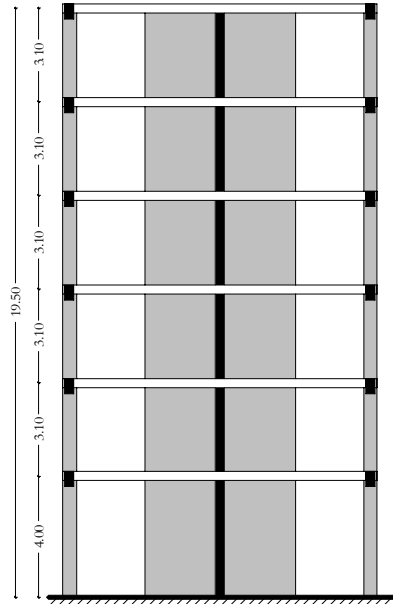
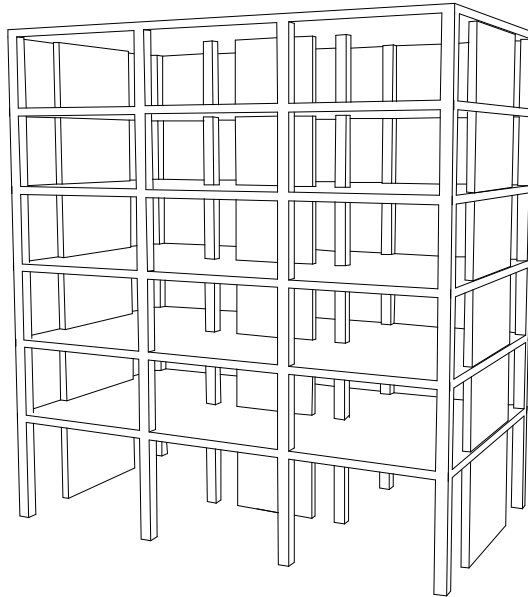


Figura 4.3 Sezione longitudinale A-A



**Figura 4.4 Sezione trasversale B-B**



**Figura 4.5 Assonometria dello schema resistente**

Il progetto viene svolto solo per la struttura mista telaio-parete (direzione longitudinale) mentre per il progetto delle sole pareti si rimanda ad altro Capitolo.

#### 4.2 SISMICITÀ DI PROGETTO E CRITERIO PRESTAZIONALE ADOTTATO

Come riportato al Capitolo 3, lo spettro di risposta elastico adottato si riferisce ad una accelerazione di base  $a_g/g$  di 0.50 e ad un terreno di tipo C, ottenendo una probabilità di eccedenza del 2% in 50 anni per edifici situati in zona 1 ossia ad un livello prestazionale 2 di un edificio di classe di importanza 4 (Tabella 1.1 del DBD09). Si assume che il tratto orizzontale dello spettro agli spostamenti inizi in corrispondenza del massimo periodo proposto dal Model Code, ossia  $T_D = 7.5$  s, al quale corrisponde uno spostamento spettrale  $\Delta_{D,0.05} = 1.46$  m per uno smorzamento pari al 5%. La Tabella 4.2 riassume i parametri adottati per lo spettro di progetto. Allo scopo di preservare gli elementi non strutturali da danni provocati dal sisma, in accordo con la successiva Tabella 2.1 del DBD09 si adotta un valore massimo dello spostamento relativo  $\theta_c$  pari al 2.5% dell'altezza di interpiano.

**Tabella 4.2 – Parametri dello spettro di progetto**

$a_g/g$	Terreno	$T_D$	$\Delta_{D,0.05}$
0.50	tipo C	7.5 s	1.46 m

#### 4.3 DETERMINAZIONE DEL PROFILO DEGLI SPOSTAMENTI

La prima scelta progettuale è quella di stabilire la ripartizione delle forze sismiche tra i due telai e la parete di spina. A tale scopo, la quota parte della risultante delle azioni  $V_{Base}$  da attribuire ai telai è stata stabilita a priori assumendo il coefficiente  $\beta_F = 0.40$ . Conseguentemente, alla parete viene attribuito il 60% di  $V_{Base}$ .

L'interazione fra telaio e parete determina in quest'ultima una inversione del segno del momento flettente ad una quota  $H_{CF}$  che è stata stimata risolvendo iterativamente le Eqs. 6.8-6.9 del DBD09 riportate di seguito.

$$\beta_F = \left(1 - \frac{H_{CF}}{H_n}\right)^{-1} [1 - Z] \quad (4.1)$$

$$Z = \frac{\left(n^2 \frac{3H_{CF}}{H_n} (n+1) - n \frac{H_{CF}}{H_n} \left(n^2 \frac{H_{CF}^2}{H_n^2} - 1\right)\right)}{n(n+1)(2n+1)} \quad (4.2)$$

ottenendo  $H_{CF} = 15.9$  m.

In accordo con l'Eq. 6.6 del DBD09, il profilo degli spostamenti del sistema misto viene assunto come somma del campo di spostamenti al limite elastico e degli effetti di una rotazione rigida associata alla formazione di una cerniera plastica alla base. Per poter calcolare il primo dei due contributi, l'Eq. A1.3, riportata nell'Appendice 1 del

DBD09 per pareti di controvento a sezione rettangolare consente di stimare la curvatura al limite elastico  $\phi_{yW}$ , nella forma:

$$\phi_{yW} = 2.00 \cdot \frac{\varepsilon_{yd}}{L_W} = 2.00 \cdot \frac{0.002174}{3.50} = 0.00124 \text{ m}^{-1} \quad (4.3)$$

Inoltre, la rotazione plastica massima  $\theta_{pFW}$ , che si assume si verifichi al piede, si ottiene dalla differenza fra il *drift* massimo assegnato  $\theta_c$  e la corrispondente rotazione elastica ottenuta come area del diagramma lineare delle curvature. Pertanto, l'Eq. 6.7 del DBD09 consente di scrivere:

$$\theta_{pFW} = \theta_c - \frac{\phi_{yW} H_{CF}}{2} = 0.025 - \frac{0.00124 \cdot 15.9}{2} = 0.0151 \text{ rad} \quad (4.4)$$

Ovviamente, la rotazione richiesta  $\theta_{pFW}$  non può eccedere quella disponibile  $(\phi_{ls} - \phi_{yW}) \cdot L_p$  dove  $\phi_{ls}$  è la curvatura ultima della sezione ed  $L_p$  è la lunghezza della cerniera plastica. La curvatura  $\phi_{ls}$  risulta nota solo dopo aver svolto il progetto della sezione e, tuttavia, è possibile assumere la relazione riportata in Prestley ed altri (2007):

$$\phi_{ls} = \frac{1.2 \varepsilon_{ud}}{L_W} = \frac{1.2 \cdot 0.0675}{3.50} = 0.0231 \text{ m}^{-1} \quad (4.5)$$

che fornisce un errore non maggiore del 10% se lo sforzo assiale non eccede il 15% del suo valore limite e la percentuale geometrica di armatura è inferiore al 2%. Dunque, la massima rotazione plastica consentita viene valutata come:

$$(\theta_{pFW})_{\text{lim}} = (\phi_{ls} - \phi_{yW}) L_p = (0.0231 - 0.00124) \cdot 1.016 = 0.0222 \text{ rad} \quad (4.6)$$

La lunghezza della cerniera plastica  $L_p$  alla base della parete (Eq. 4.7) può essere stimata come somma di tre contributi, mediante l'Eq. 6.5 del DBD09:

$$L_p = k H_{CF} + 0.1 L_W + L_{SP} = 0.03 \cdot 15.9 + 0.1 \cdot 3.50 + 0.189 = 1.016 \text{ m} \quad (4.7)$$

Nell'equazione precedente, il primo dei tre contributi dipende dall'altezza di inversione del momento  $H_{CF}$ , il secondo dalla lunghezza in pianta della parete  $L_W$ , mentre l'ultimo tiene conto del fenomeno della *strain penetration* (Priestley ed altri 2007). Inoltre, il coefficiente  $k$  che tiene conto della sovrarresistenza dell'acciaio vale:

$$k = 0.15 \cdot (f_{tk} / f_{yk} - 1) = 0.15 \cdot (540 / 450 - 1) = 0.03 \quad (4.8)$$



e risulta inferiore al limite fissato dal DBD09 di 0.06.

Seguendo sempre il DBD09, posto  $f_{ye} = 1.1 \cdot f_{yd} = 430$  MPa e supponendo di utilizzare barre longitudinali di diametro  $d_{bl} = 20$  mm, la cerniera plastica si prolunga all'interno della fondazione (Punto 6.3.1) per una lunghezza  $L_{SP}$  definita come:

$$L_{SP} = 0.022 \cdot f_{ye} d_{bl} = 0.022 \cdot 430 \cdot 0.020 = 0.189 \text{ m} \quad (4.9)$$

con  $f_{ye}$  espresso in MPa. Una volta note la deformazione  $\varepsilon_{yd}$  al limite dello snervamento e la rotazione plastica  $\theta_{pFW}$ , l'Eq. 6.6 del DBD09 consente di stimare il valore dello spostamento  $\Delta_i$  all'altezza  $h_i$  generica (Tabella 4.3):

$$\Delta_i = \Delta_{i,y} + \theta_{pFW} h_i \quad (4.10)$$

dove  $\Delta_{i,y}$  è lo spostamento al limite elastico, fornito dalle Eqs. 6.10 e 6.11 del DBD09:

$$\Delta_{i,y} = \phi_{yW} \left( \frac{h_i^2}{2} - \frac{h_i^3}{6H_{CF}} \right) \text{ se } h_i \leq H_{CF} \quad (4.11)$$

$$\Delta_{i,y} = \phi_{yW} \left( \frac{H_{CF} h_i}{2} - \frac{H_{CF}^2}{6} \right) \text{ se } h_i > H_{CF} \quad (4.12)$$

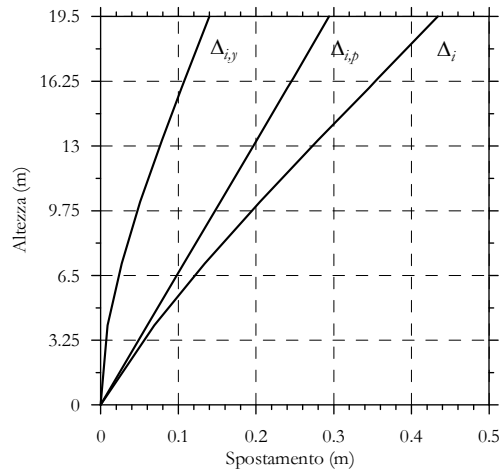


Figura 4.6 Profili di spostamento  $\Delta_{i,y}$ ,  $\Delta_{i,p}$  e  $\Delta_i$

Tabella 4.3 Profilo degli spostamenti di progetto e grandezze correlate

Piano	$h_i$ m	$\Delta_{i,y}$ m	$\Delta_{i,p}$ m	$\Delta_i$ m	$m_i$ kN/g	$\Delta_i \cdot m_i$ m·kN/g	$\Delta_i^2 \cdot m_i$ m <sup>2</sup> ·kN/g	$\Delta_i \cdot m_i \cdot h_i$ m <sup>2</sup> ·kN/g
6	19.5	0.140	0.294	0.434	81	35	15	686
5	16.4	0.109	0.248	0.357	117	42	15	685
-	15.9	0.104	0.240	0.345	0	0	0	0
4	13.3	0.079	0.201	0.280	117	33	9	436
3	10.2	0.051	0.154	0.205	117	24	5	244
2	7.1	0.027	0.107	0.134	117	16	2	111
1	4.0	0.009	0.060	0.069	117	8	1	33
0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma$	---					157	47	2195

#### 4.4 CARATTERIZZAZIONE DELL'OSCILLATORE SEMPLICE EQUIVALENTE

Il profilo degli spostamenti  $\Delta_i$  della parete (Eq. 4.13) consente di risalire allo spostamento di progetto  $\Delta_d$  dell'oscillatore semplice equivalente attraverso l'Eq. 7.1 del DBD09:

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} - \theta_N x_{CP-CM} = 47 / 157 - 0.0 = 0.299 \text{ m} \quad (4.13)$$

dove  $m_i$  indica la generica massa di piano e le espressioni che compaiono nelle sommatorie sono riportate nella Tabella 4.3. Inoltre si è assunta una rotazione torsionale  $\theta_N$  nulla in quanto l'edificio è doppiamente simmetrico.

L'Eq. 7.3 del DBD09 fornisce l'altezza efficace  $H_e$  dell'oscillatore equivalente:

$$H_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i h_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} = 2195 / 157 = 14.0 \text{ m} \quad (4.14)$$

che risulta pari a circa il 72% dell'altezza totale  $H_n$  dell'edificio. Le quantità presenti nella prima sommatoria sono riportate nell'ultima colonna della Tabella 4.3. L'Eq. 7.4 del DBD09 fornisce la massa efficace dell'oscillatore equivalente:

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d} = 157 / 0.299 = 525 \text{ kN/g} \quad (4.15)$$

Il DBD09 prevede che per gli edifici telaio parete si stimino separatamente lo smorzamento viscoso equivalente della parete e del telaio. Al fine di stimare la

duttilità della parete, è necessario valutare lo spostamento al limite elastico alla quota  $H_e$ . Pertanto, utilizzando l'Eq. 4.16, si ottiene:

$$\Delta_{yW} = \phi_{yW} \left( \frac{H_e^2}{2} - \frac{H_e^3}{6H_{CF}} \right) = 0.00124 \cdot \left( \frac{14.0^2}{2} - \frac{14.0^3}{6 \cdot 15.9} \right) = 0.086 \text{ m} \quad (4.16)$$

Di conseguenza, utilizzando l'Eq. 7.7 del DBD09, la duttilità della parete  $\mu_W$  risulta:

$$\mu_W = \Delta_d / \Delta_{yW} = 0.299 / 0.086 = 3.48 \quad (4.17)$$

Pertanto l'Eq. 7.8 del DBD09 consente di stimare lo smorzamento viscoso equivalente della parete:

$$\xi_{eq,W} = 0.05 + 0.444 \cdot \left( \frac{\mu_W - 1}{\mu_W \pi} \right) = 0.05 + 0.444 \cdot \left( \frac{3.48 - 1}{3.48 \cdot \pi} \right) = 0.151 \quad (4.18)$$

La duttilità dei telai viene valutata utilizzando sempre l'Eq. 7.7 del DBD09

$$\mu_F = \Delta_d / \Delta_{yF} = 0.299 / 0.294 = 1.02 \quad (4.19)$$

dove lo spostamento al limite elastico  $\Delta_{yF}$  alla quota  $H_e$  (Eq. 7.11 del DBD09) è stato stimato come:

$$\Delta_{yF} = H_e \theta_y = 14.0 \cdot 0.0210 = 0.294 \text{ m} \quad (4.20)$$

in cui il *drift* di piano all'atto dello snervamento  $\theta_y$  è stato determinato con l'Eq. 7.12 del DBD09:

$$\theta_y = 0.5 \varepsilon_{yd} \frac{L_b}{h_b} = 0.5 \cdot 0.02174 \cdot \frac{6.00}{3.1} = 0.0210 \text{ rad} \quad (4.21)$$

Quindi l'Eq. 7.10 del DBD09 fornisce lo smorzamento viscoso equivalente dei telai:

$$\xi_{eq} = 0.05 + 0.565 \cdot \left( \frac{\mu_F - 1}{\mu_F \pi} \right) = 0.05 + 0.565 \cdot \left( \frac{1.02 - 1}{1.02 \cdot \pi} \right) = 0.054 \quad (4.22)$$

Infine, lo smorzamento viscoso equivalente del sistema misto viene stimato mediante l'Eq. 7.48 del DBD09 che ridotta al caso in esame risulta:

$$\xi_{\text{sys}} = \frac{\xi_W V_W \Delta_d + \xi_F V_F \Delta_d}{V_{\text{Base}} \Delta_d} = \xi_W (1 - \beta_F) + \xi_F \beta_F = 0.0906 + 0.0216 = 0.112 \quad (4.23)$$

dove  $V_F/V_{\text{Base}} = \beta_F$  e  $V_W/V_{\text{Base}} = 1 - \beta_F$ .

Lo smorzamento  $\xi_{\text{sys}}$  consente di stimare il coefficiente di modifica  $R_\xi$  dello spettro di risposta con smorzamento pari al 5%, come riportato nell'Eq. 1.2a del DBD09:

$$R_\xi = \left( \frac{0.10}{0.05 + \xi_{\text{sys}}} \right)^{0.5} = \left( \frac{0.10}{0.05 + 0.112} \right)^{0.5} = 0.786 \quad (4.24)$$

Pertanto lo spostamento spettrale  $\Delta_{D,\xi}$  (Eq. 1.1 del DBD09) risulta

$$\Delta_{D,\xi} = R_\xi \Delta_{D,0.05} = 0.786 \cdot 1.46 = 1.15 \text{ m} \quad (4.25)$$

ed infine, il periodo efficace dell'oscillatore equivalente risulta dall'Eq. 7.51 del DBD09:

$$T_e = \frac{\Delta_d}{\Delta_{D,\xi}} T_D = \frac{0.299}{1.15} \cdot 7.5 = 1.95 \text{ s} \quad (4.26)$$

Da esso, facendo ricorso all'Eq. 7.52 del DBD09, discende la rigidezza efficace  $K_e$ :

$$K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2 = 4\pi^2 525 / 1.95^2 = 5445 \text{ kN/m} \quad (4.27)$$

Quindi, tenendo in considerazione l'effetto  $P$ - $\Delta$  mediante l'Eq. 8.1 del DBD09, il taglio alla base può essere valutato come:

$$\begin{aligned} V_{\text{Base}} &= K_e \Delta_d + C \frac{P \Delta_d}{H_e} = \\ &= 5445 \cdot 0.299 + 0.5 \cdot \frac{4560 \cdot 0.299}{14.0} = 1628 + 49 = 1677 \text{ kN} \end{aligned} \quad (4.28)$$

dove il coefficiente  $C$  è stato assunto pari a 0.5 in quanto si tratta di edificio in calcestruzzo armato e  $P$  è la somma dei carichi assiali agenti al piede degli elementi sismoresistenti. Come prescritto dal DBD09, il taglio alla base  $V_{\text{Base}}$  deve risultare non maggiore di:

$$\begin{aligned}
 (V_{\text{Base}})_{\text{max}} &= 2.5R_{\zeta} \cdot 1.25 \cdot a_g \cdot g \cdot m_e + C \frac{P\Delta_d}{H_e} = \\
 &= 2.5 \cdot 0.745 \cdot 1.25 \cdot 0.5 \cdot 9.81 \cdot 541 + 49 = 6178 + 49 = 6227 \text{ kN}
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

Pertanto si assume il valore  $V_{\text{Base}} = 1677$  kN che corrisponde a circa il 25% del peso totale dell'edificio.

#### 4.5 DETERMINAZIONE DELLE AZIONI LATERALI E AMPLIFICAZIONE DINAMICA DELLE SOLLECITAZIONI

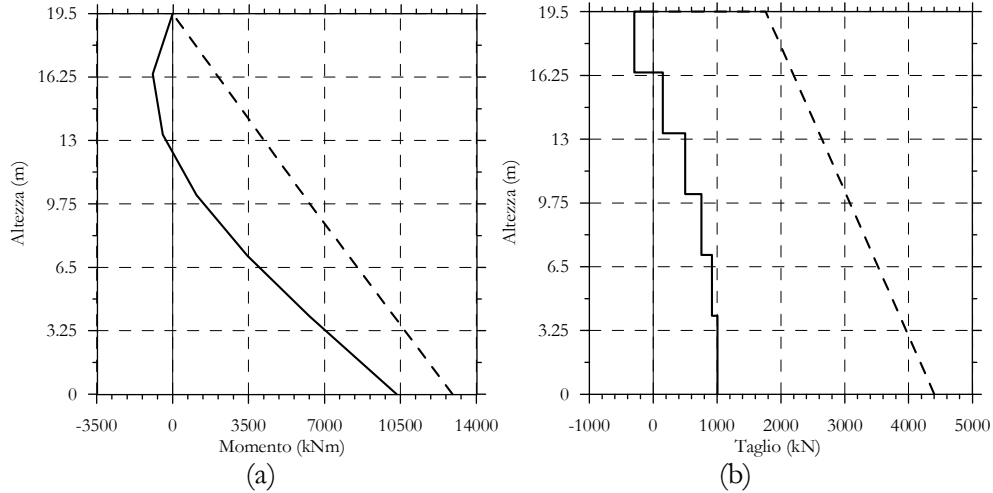
Utilizzando l'Eq. 8.2a del DBD09, il taglio alla base viene ripartito lungo l'altezza della struttura ottenendo una distribuzione equivalente di forze laterali  $F_i$  proporzionali alla massa e allo spostamento di piano (Tabella 4.4):

$$F_i = k V_{\text{Base}} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) = 1 \cdot 1677 \cdot (m_i \cdot \Delta_i) / 157 = 10.68 \cdot m_i \cdot \Delta_i
 \tag{4.30}$$

dove la costante di distribuzione  $k$  della azione laterale equivalente assume valore unitario per edifici non a telaio. In Tabella 4.4 si riportano in dettaglio le forze sismiche agenti alla quota di ciascun piano, e la corrispondente distribuzione degli sforzi di taglio e dei momenti flettenti. Si può osservare che l'andamento assunto per il taglio sul telaio è costante in quanto discende da una forza applicata alla sua sommità pari al 20% dell'azione sismica totale. Tale scelta conduce ad assumere uguale resistenza delle travi per ciascun piano in quanto un profilo lineare di spostamento corrisponde alla formazione di cerniere plastiche alle estremità di tutte le travi. Le forze concentrate applicate alle sommità dei due telai assumono il valore  $F_{6,F} = 0.40 \cdot 1677 / 2 = 335$  kN. Ne conseguono i diagrammi di sollecitazione riportati nelle Figure 4.8-4.10.

**Tabella 4.4 Distribuzione dell'azione sismica lungo l'altezza e ripartizione delle forze tra telai e parete**

$h_i$ m	$F_i$ kN	$F_i / V_{\text{Base}}$ -	$V_i / V_{\text{Base}}$ -	$V_{i,F} / V_{\text{Base}}$ -	$V_{i,W} / V_{\text{Base}}$ -	$M_{i,W}$ kNm
19.5	375	0.22	0.22	0.4	-0.18	0
16.4	446	0.27	0.49	0.4	0.09	-916
13.3	349	0.21	0.70	0.4	0.30	-449
10.2	255	0.15	0.85	0.4	0.45	1100
7.1	166	0.10	0.95	0.4	0.55	3441
4.0	86	0.05	1.00	0.4	0.60	6295
0	0	0.00	1.00	0.4	0.60	10323
	1677	1.00				



**Figura 4.7** Distribuzione del momento (a) e del taglio (b) sulla parete (linea continua) e corrispondente diagramma di progetto (linea tratteggiata) forniti dal **DBD09**

Avendo scelto un coefficiente  $\beta_F$  pari a 0.4, le Eqs. 9.11 e 9.12 del DBD09 stabiliscono che nelle colonne dei telai il Momento Flettente e il Taglio siano amplificati del fattore  $1.3 \cdot \phi^o = 1.3 \cdot 1.25 = 1.625$ , dove  $\phi^o$  è il coefficiente di sovrarresistenza (C9.2.1 del DBD09). Per quanto riguarda la parete, in accordo con quanto riportato al Capitolo 9 del DBD09, il momento amplificato diviene:

$$M_{\text{Base}}^o = \phi^o M_{\text{Base}} = 1.25 \cdot 10323 = 12904 \text{ kNm} \quad (4.31)$$

dove  $M_{\text{Base}}$  è il momento alla base della parete riportato in Tabella 4.4. Inoltre il momento a metà altezza può essere stimato come riportato nell'Eq. 9.6 del DBD09:

$$M_{0.5H}^o = C_{1,T} \phi^o M_{\text{Base}} = 0.49 \cdot 1.25 \cdot 10323 = 6323 \text{ kNm} \quad (4.32)$$

dove, seguendo le indicazioni dell'Eq. 9.7 del DBD09 si è ottenuto:

$$C_{1,T} = 0.4 + 0.075 \cdot T_i \cdot \left( \frac{\mu_{\text{sys}}}{\phi^o} - 1 \right) = 0.4 + 0.075 \cdot 1.23 \cdot \left( \frac{2.50}{1.25} - 1 \right) = 0.49 \quad (4.33)$$

che risulta maggiore di 0.4 come richiesto dallo stesso Model Code. Nella Eq. 4.34 il valore di  $\mu_{\text{sys}}$  è stato stimato seguendo quanto riportato al paragrafo 7.4.20 del DBD09 e risulta quindi:

$$\mu_{sys} = \frac{\mu_W V_W \Delta_d + \mu_F V_F \Delta_d}{V_{Base} \Delta_d} = \mu_W (1 - \beta_F) + \mu_F \beta_F = 2.09 + 0.41 = 2.50 \quad (4.34)$$

Inoltre, il periodo  $T_i$  della struttura elastica in fase fessurata è stato stimato con la relazione riportata al punto C9.2.3 del DBD09:

$$T_i = T_e / \sqrt{\mu_{sys}} = 1.95 / \sqrt{2.50} = 1.23 \text{ s} \quad (4.35)$$

Il taglio di progetto alla base può essere stimato come rappresentato in Figura 9.3 del DBD09.

$$V_{Base}^o = \phi^o \omega_v V_{Base} = 1.25 \cdot 2.10 \cdot 1677 = 4402 \text{ kN} \quad (4.36)$$

in cui il fattore di amplificazione dinamica dell'azione tagliante  $\omega_v$  è stato calcolato tramite l'Eq. 9.13 del DBD09:

$$\omega_v = 1 + \frac{\mu_{sys}}{\phi^o} C_{3,T} = 1 + \frac{2.50}{1.25} \cdot 0.55 = 2.10 \quad (4.37)$$

dove  $C_{3,T}$  è stato assunto come il minore fra il valore limite 1.15 e quello fornito dall'Eq. 9.14 del DBD09:

$$C_{3,T} = 0.4 + 0.2 \cdot (T_i - 0.5) = 0.4 + 0.2 \cdot (1.23 - 0.5) = 0.55 \quad (4.38)$$

Inoltre, l'Eq. 9.15 del DBD09 prescrive che il taglio di progetto in sommità debba risultare:

$$V_n^o = 0.4 \cdot V_{Base}^o = 0.4 \cdot 4402 = 1761 \text{ kN} \quad (4.39)$$

Le Figure 4.7a e 4.7b, riportano con linea tratteggiata i diagrammi delle sollecitazioni di progetto per la parete come prescritti dall'approccio DDBD mentre le Figure 3.8-3.10 illustrano i diagrammi di sollecitazione dei telai prima dell'amplificazione. Infine, si può osservare che le pilastrate di spina sono sollecitate da sforzi normali più elevati in quanto sono gravate anche dai carichi relativi ai solai.

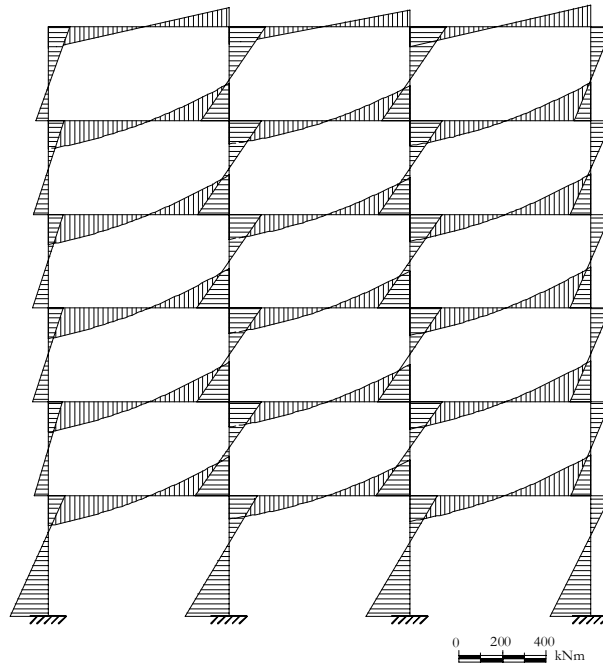


Figura 4.8 Distribuzione del momento flettente ricavato dal DDBD per i due telai longitudinali

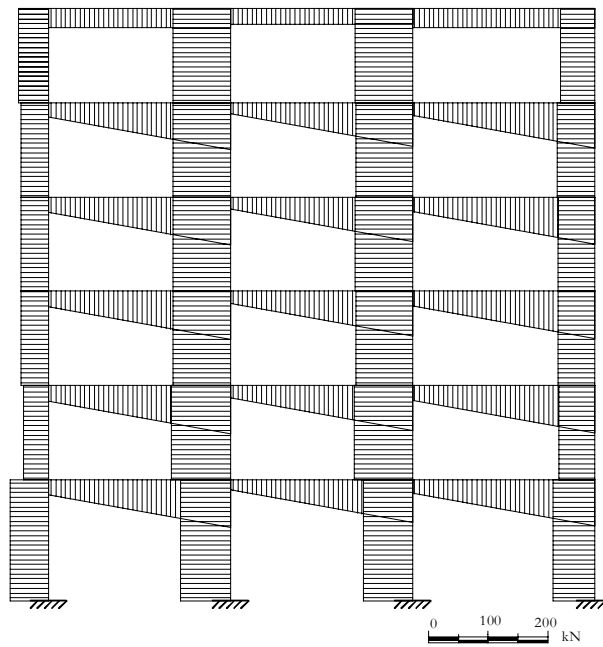


Figura 4.9 Distribuzione del taglio ricavato dal DDBD per i due telai longitudinali



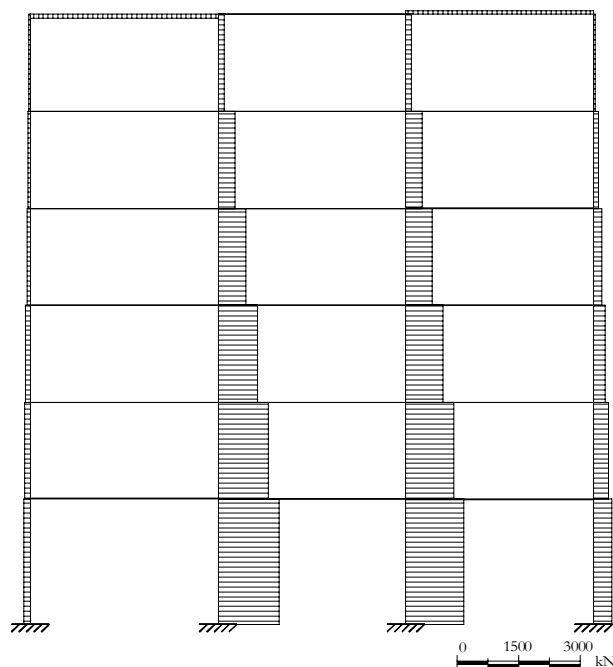


Figura 4.10 Distribuzione dello sforzo normale ricavato dal DDBD per i due telai longitudinali

#### 4.6 DIMENSIONAMENTO DELLE ARMATURE

Sulla base delle sollecitazioni di progetto, si sono determinate le armature verticali e orizzontali sia per i telai sia per la parete.

I pilastri sono stati armati, come specificato in Tabella 4.5, con  $4\text{Ø}25$  sia in zona tesa che in zona compressa, ad eccezione dei pilastri del primo livello, armati con  $5 + 5\text{Ø}25$ . In essi, l'armatura resistente a taglio è costituita da staffe  $\text{Ø}8$  con passo 90 mm nelle zone di estremità e con passo 140 mm nella zona centrale. Inoltre, le travi sono state armate con  $4\text{Ø}20$  ad intradosso ed estradosso (Tabella 4.7), ad eccezione della copertura, per la quale le minori sollecitazioni hanno richiesto una armatura di  $2 + 2\text{Ø}20$ . Per quanto riguarda l'armatura a taglio nelle travi, la presenza di staffe  $\text{Ø}8$  a passo 200 mm è sufficiente a garantire il superamento del taglio di progetto. Per quanto riguarda infine i nodi trave – pilastro, le armature introdotte sono rispettose del criterio pilastro forte / trave debole previsto dall'EC8.

Le Figure 4.11 - 4.14 riportano rispettivamente i disegni esecutivi delle armature per le travate e le pilastrate dei telai sismo-resistenti.

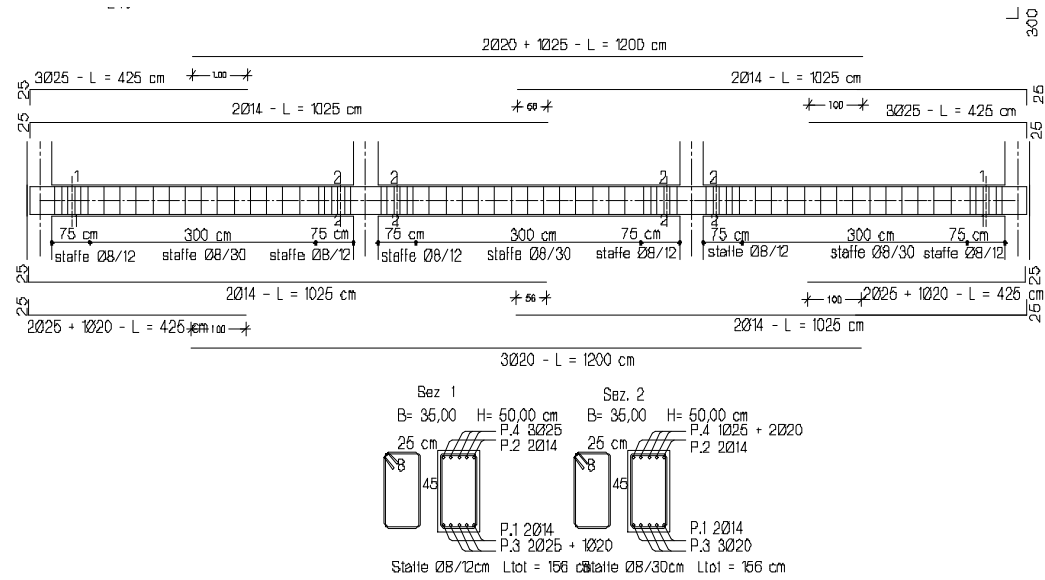


Figura 4.11 Distribuzione delle armature longitudinali e trasversali sul telaio tipo

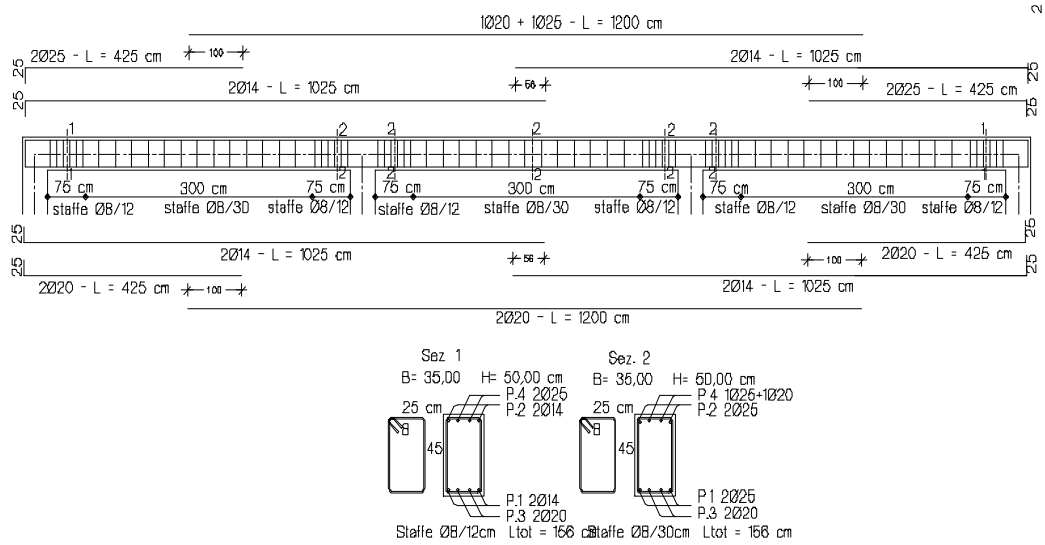


Figura 4.12 Distribuzione delle armature longitudinali e trasversali sul telaio del piano ultimo

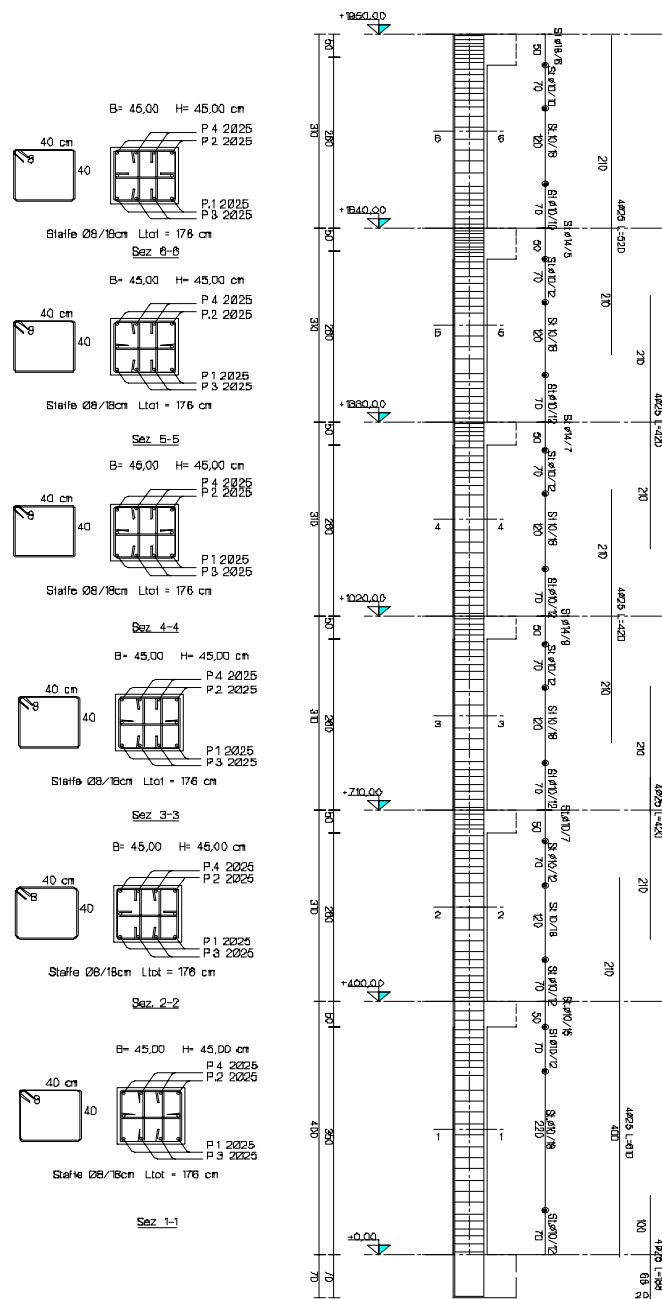


Figura 4.13 Distribuzione delle armature longitudinali e taglianti sulla pilastrata di riva

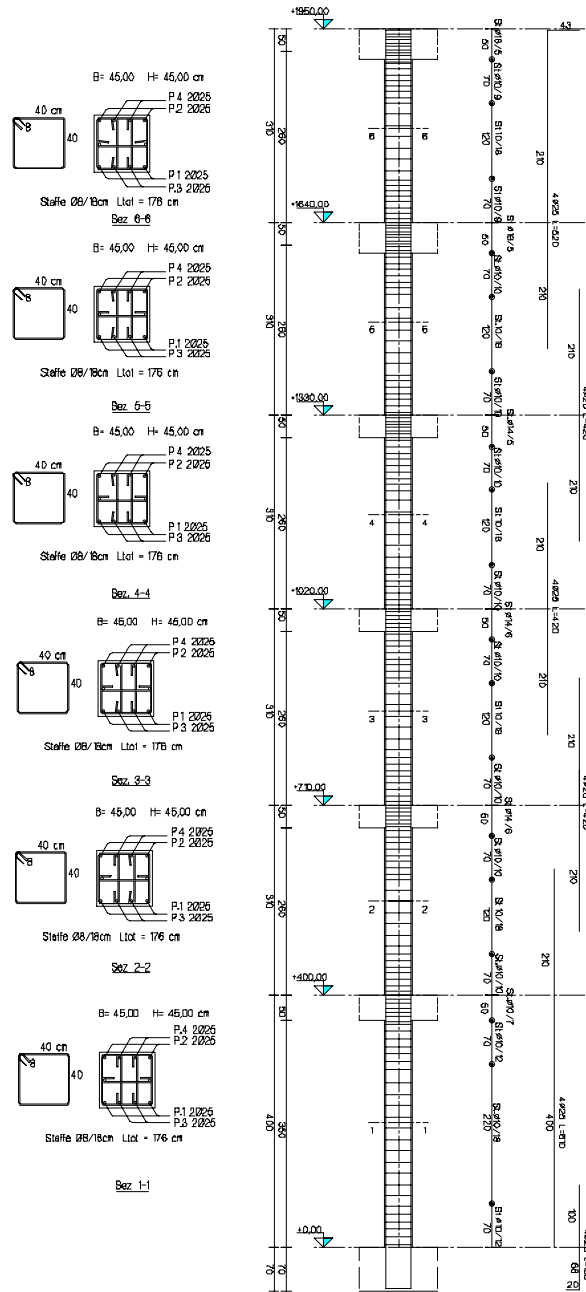


Figura 4.14 Distribuzione delle armature longitudinali e taglianti sulla pilastrata di spina

La parete è stata armata (Figura 4.15) differenziando l'armatura longitudinale alle quote  $h_i = 0.00, 7.10$  e  $13.30$  m. Le armature longitudinali e trasversali sono riportate in Tabella 4.8. I domini di interazione Momento Flettente – Sforzo Normale per le tre sezioni considerate sono riportati nella Figura 4.16.

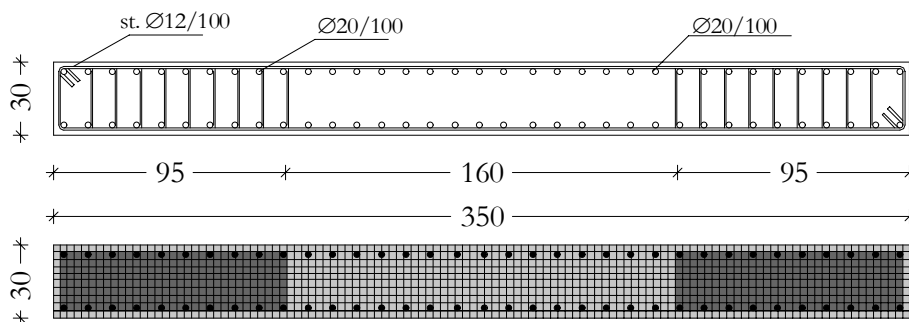


Figura 4.15 Armatura al piede della parete e discretizzazione in fibre della sezione.

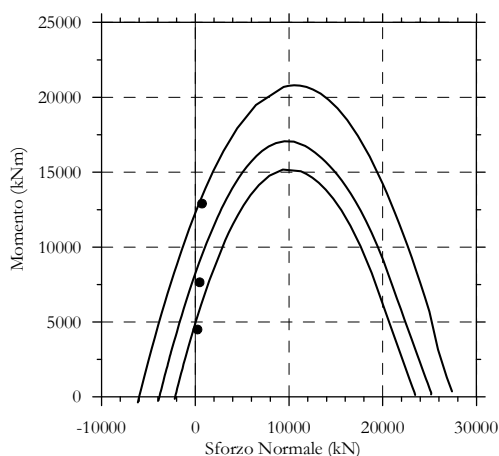


Figura 4.16 Domini di interazione M-N per le tre sezioni analizzate. I punti rappresentano le sollecitazioni alle quote  $H_i = 0.00, 7.10$  e  $13.30$  m

**Tabella 4.5 Pilastrate: Momento di analisi  $M_{CE}$  e di progetto DBD09,D;  
Momenti resistenti  $M_{Rd,min}$  e  $M_{Rd,max}$  in corrispondenza degli sforzi normali  
 $N_{max}$  e  $N_{min}$ ; Armatura tesa e compressa  $A_{sl}$  e percentuale geometrica  $\rho_{sl}$  (%)**

Piano	$M_{CE}$ kNm	$M_{C,D}$ kNm	$N_{max}$ kN	$N_{min}$ kN	$M_{Rd,max}$ kNm	$M_{Rd,min}$ kNm	$A_{sl}$ -	$\rho_{sl}$ %
6	190	309	128	35	314	295	4Ø25	1.0%
5	170	276	396	65	359	298	4Ø25	1.0%
4	170	276	652	97	396	303	4Ø25	1.0%
3	167	271	908	131	421	208	4Ø25	1.0%
2	169	275	1163	164	436	313	5Ø25	1.0%
1	228	371	1421	196	505	388	5Ø25	1.2%

**Tabella 4.6 Pilastrate: Taglio di analisi  $V_{CE}$  e di progetto  $V_{C,D}$ ; Taglio  
resistente  $V_{Rd,min}$  corrispondente all'armatura minima  $A_{st,min}$ ; Armatura  
trasversale nelle zone di raffittimento  $A_{st}$**

Piano	$V_{CE}$ kN	$V_{C,D}$ kN	$V_{Rd,min}$ kN	$A_{st}$ -	$A_{st,min}$ -
6	108	176	104	Ø8/90	Ø8/140
5	107	174	104	Ø8/90	Ø8/140
4	109	177	104	Ø8/90	Ø8/140
3	108	176	104	Ø8/90	Ø8/140
2	111	180	104	Ø8/90	Ø8/140
1	64	104	104	Ø8/90	Ø8/140

**Tabella 4.7 Travate: Momento flettente  $M_{BE}$  e taglio  $V_{BE}$  di calcolo;  
Armatura longitudinale  $A_{sl}$  e trasversale  $A_{st}$**

Piano	$h_i$ m	$M_{BE}$ kNm	$A_{sl}$ -	$A_{sl}$ cm <sup>2</sup>	$\rho_{sl}$ -	$V_{BE}$ kN	$A_{st}$ -
6	19.5	115	2Ø20	6.28	0.4%	36	Ø8/200
5	16.4	195	4Ø20	12.56	0.8%	84	Ø8/200
4	13.3	207	4Ø20	12.56	0.8%	87	Ø8/200
3	10.2	208	4Ø20	12.56	0.8%	87	Ø8/200
2	7.4	207	4Ø20	12.56	0.8%	87	Ø8/200
1	4	205	4Ø20	12.56	0.8%	87	Ø8/200

Tabella 4.8 Parete: Momento flettente di progetto  $M_{Ed}$  e resistente  $M_{Rd}$ ;  
 Taglio di progetto  $V_{Ed}$  e resistente  $V_{Rd}$ ; Armatura longitudinale  $A_{sl}$  e  
 trasversale  $A_{st}$

$h_i$ m	$M_{Ed}$ kNm	$M_{Rd}$	$A_{sl}$ -	$\rho_{sl}$ %	$V_{Ed}$ kN	$V_{Rd}$ kN	$A_{st}$ -
19.5	0	4935	Ø12/100	0.8%	1761	2654	Ø12/150
16.4	2010	6735	Ø12/100	0.8%	2181	2654	Ø12/150
13.3	4021	6954	Ø12/100	0.8%	2601	3317	Ø12/120
10.2	6031	7173	Ø16/100	1.3%	3021	3317	Ø12/120
9.75	6323	9061	Ø16/100	1.3%	3082	3317	Ø12/120
7.1	8112	9061	Ø16/100	1.3%	3440	3981	Ø12/100
4	10204	13394	Ø20/100	2.1%	3860	4976	Ø12/55
0	12904	13559	Ø20/100	2.1%	4402	4976	Ø12/55



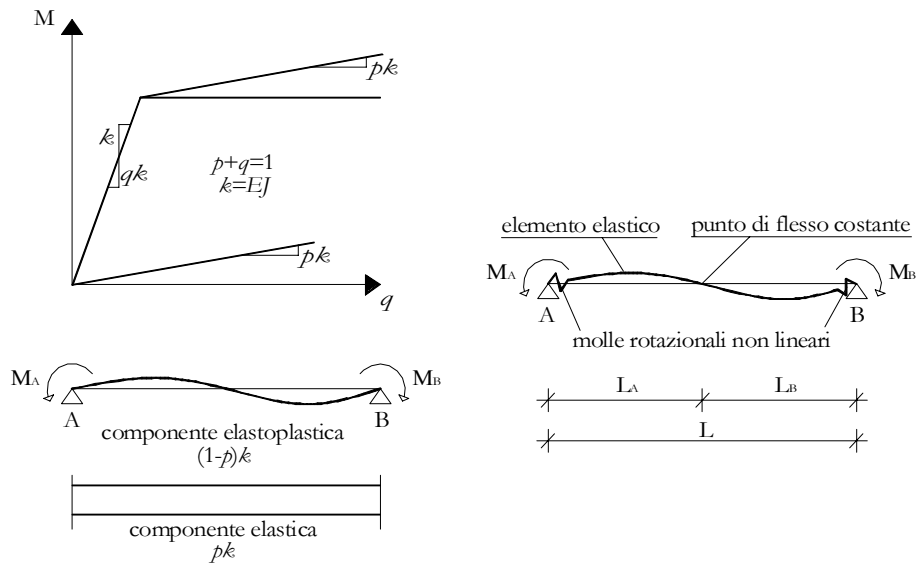


## CAPITOLO 5: MODELLI PER ANALISI DINAMICHE NON LINEARI

### 5.1 MODELLI A PLASTICITÀ CONCENTRATA

Una struttura in cemento armato, sottoposta a sollecitazioni di natura sismica, concentra generalmente il proprio comportamento non lineare alle estremità degli elementi strutturali che la compongono. Nel caso particolare della mensola incastrata alla base questo fenomeno fa sì che alla formazione di una cerniera plastica alla base si generi un cinematismo che può, se non favorire il collasso dell'edificio, offrire almeno spostamenti ultimi non compatibili con la protezione degli elementi non strutturali.

I primi tentativi di simulare questo comportamento prevedevano l'introduzione, nei codici di calcolo, di cerniere plastiche (*zero length plastic hinges*) che agiscono come molle concentrate collocate alle estremità degli elementi. A seconda della formulazione utilizzata queste molle potevano essere collocate in serie o in parallelo.



a) modello in parallelo  
(Clough e Johnson, 1967)

a) modello in serie  
(Giberson, 1967)

Figura 5.1 - Elementi a plasticità concentrata: a) modello di Clough e Johnson, b) modello di Giberson.

I primi che introdussero una formulazione a plasticità concentrata in parallelo (Figura 5.3a) furono Clough e Johnson (1967). Essi basarono i loro studi su una relazione Momento-Rotazione di tipo bilineare. L'elemento da loro introdotto risulta composto da due contributi: il primo, elastico-perfettamente plastico, per rappresentare il comportamento dell'elemento strutturale fino a snervamento, il secondo, puramente elastico, per rappresentare l'incrudimento. Di conseguenza la matrice di rigidezza veniva calcolata come somma delle rigidezze dei singoli contributi. Takizawa (1976) generalizzò questo modello al caso multilineare e ciò permise di tenere in considerazione l'effetto della fessurazione.

Il modello con cerniere concentrate in serie fu introdotto invece da Giberson (1967). Nella sua forma originaria (Figura 5.3b) si compone di un elemento elastico lineare e di due molle rotazionali di natura non lineare collocate alle estremità del tratto elastico. Questo modello risulta più versatile di quello proposto da Clough e Johnson in quanto esso è in grado di descrivere comportamenti isteretici anche molto complessi sulla base dell'appropriata selezione del diagramma Momento-Rotazione alle estremità.

Negli anni seguenti furono introdotti numerosi modelli costitutivi basati sull'approccio a plasticità concentrata. Alcuni di essi includono un degrado della rigidezza flessionale e tagliante sotto carichi ciclici (Clough et Benuska 1966, Takeda et al. 1970, Brancaleoni et al. 1983), altri il fenomeno del *pinching* all'inversione della sollecitazione (Banon et al. 1981, Brancaleoni et al. 1983), alcuni altri ancora prevedono la rotazione alle estremità dei nodi trave-colonna a causa dell'espulsione delle barre (Otani 1974, Filippou e Issa 1988).

Tuttavia, tipicamente, questo genere di modelli escludono l'accoppiamento Momento Flettente-Sforzo Normale. Questo genere di formulazioni è stata generalizzata sulla base della teoria endocronica di Ozdemir (1981), allo scopo di fornire relazioni isteretiche continue per le molle non lineari. Una discussione esaustiva delle funzioni matematiche che risultano appropriate per questo genere di modelli è stata fornita da Iwan (1978). Un punto critico di questi modelli è tuttavia dovuta alla difficile selezione dei parametri che rappresentano il ciclo isteretico sperimentale. Si sono infatti riscontrati due problemi fondamentali: (a) i parametri del modello non dipendono solo dalle caratteristiche della sezione ma anche dallo stato tensiodeformativo della sezione stessa, e ciò limita fortemente la generalità di questo approccio, e (b) un metodo razionale e coerente per la selezione dei parametri del modello richiede algoritmi particolari che assicurino almeno una corrispondenza quadratica tra i risultati analitici e quelli sperimentali. Un algoritmo di questo tipo è stato introdotto da Ciampi e Nicoletti (1986) in un metodo formale per l'identificazione dei parametri basati sul diagramma Momento-Curvatura proposto da Brancaleoni et al. (1983).

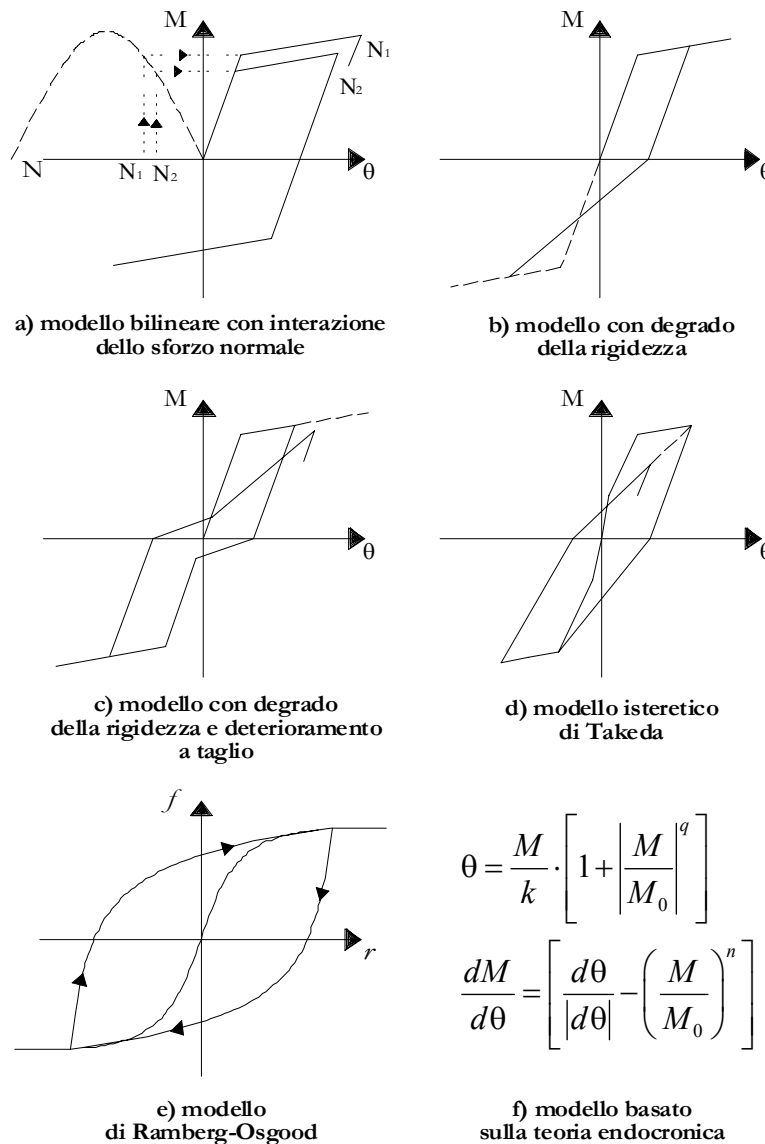


Figura 5.2 - Modelli costitutivi proposti per le molle non lineari

La dipendenza tra la rigidità flessionale e il carico assiale, per il caso di flessione assiale e biassiale deve essere inclusa esplicitamente nella modellazione di travi-colonne e pareti strutturali. In molti modelli a plasticità concentrata l'interazione tra momento flettente e sforzo assiale è descritta da una superficie di snervamento per la risultante degli sforzi e da una legge di flusso associata, fondata sui principi fondamentali della teoria della plasticità classica (Prager e Hodge, 1951). La risposta si considera lineare per gli stati di sollecitazione che ricadono all'interno della superficie

di snervamento. In questo caso la rigidità assiale e flessionale degli elementi risulta disaccoppiata ed indipendente alle estremità di carico. Con l'introduzione delle superfici multiple di snervamento e di carico e alle corrispondenti leggi di incrudimento, è possibile rappresentare un modello costitutivo multilineare per le molle che includa la fessurazione e il degrado della rigidità sotto azioni cicliche, come originariamente suggerito da Takayanagi e Schnobrich (1979).

Un modello a plasticità concentrata rappresenta una semplificazione del comportamento che coinvolge il graduale raggiungimento delle deformazioni anelastiche negli elementi come funzione della storia di carico. L'inadeguatezza di questo modello fu riconosciuta in numerosi studi e ricerche, in particolar modo, in quelle relative ai grandi elementi resistenti delle strutture miste telaio-parete, come descritto in Charney e Bertero (1982) e Bertero et al. (1984). Il vantaggio fondamentale di questo tipo di modellazione è la semplicità, che riduce l'onere computazionale e di archiviazione e migliora la stabilità numerica del sistema. Molti modelli, tuttavia, riducono troppo certi aspetti importanti del comportamento isteretico delle membrature in cemento armato e ne limitano, pertanto, l'applicabilità. Una limitazione su tutte deriva dall'assunzione restrittiva *a priori* per la determinazione dei parametri della molla. Analisi teoriche e parametriche di travi sottoposte a carichi monotoni presentate da Anagnostopoulos (1981) hanno dimostrato una forte dipendenza tra i parametri impostati nel modello, le storie di carico imposte e il livello di deformazione plastica raggiunto. Probabilmente ciò è dovuto al fatto che nessun parametro rimane costante durante la risposta dinamica. Il problema è ulteriormente accentuato dalla fluttuazione dello sforzo assiale nelle colonne. A causa della dipendenza dalla storia di carico, la previsione globale del danno, ma particolarmente anche a livello locale, può essere fortemente inaccurata. Questa informazione può essere ottenuta solamente a mezzo di modelli più raffinati in grado di descrivere il comportamento isteretico della sezione in funzione dal carico assiale. Un'altra limitazione della maggior parte dei modelli a plasticità concentrata proposti finora è l'inadeguatezza nel descrivere le deformazioni nei tratti di *softening* degli elementi in calcestruzzo armato. Questo comportamento può essere osservato ad esempio come la riduzione della resistenza laterale in una mensola caricata di punta sotto uno spostamento laterale monotonicamente crescente. Ancora una volta, in questo caso, sono necessari modelli più accurati.

La generalizzazione dei concetti della teoria rigido-plastica di Prager et al. (1951) alle caratteristiche di deformazione e sollecitazione degli elementi in cemento armato, cioè momento flettente e rotazione, sforzo normale ed estensione assiale, limita l'applicabilità di questi modelli ad elementi ben dettagliati con capacità di deformazione anelastica rilevante nelle regioni critiche. Per la sezione di una colonna in calcestruzzo armato, la superficie di snervamento delle risultanti degli sforzi è in realtà funzione della deformazione corrispondente che accoppia la relativa

componente di spostamento. Ciò contraddice la teoria della plasticità classica che non tiene in considerazione le deformazioni di *softening* e assume che la deformabilità delle sezioni sia illimitata.

Al fine di superare alcune di queste limitazioni della teoria della plasticità classica nella descrizione dell'interazione tra sforzo normale e momento flettente, Lai et al. (1984) proposero un modello di cerniera a fibre che consiste in un elemento elastico lineare che si estende oltre l'intera lunghezza dell'elemento in calcestruzzo armato e possiede un elemento anelastico a ciascuna estremità (Figura 5.3). Ciascun elemento inelastico è formato da una molla inelastica in ogni spigolo della sezione, che rappresenta l'armatura longitudinale e da una molla centrale che reagisce unicamente a compressione. Questa discretizzazione per mezzo di cinque molle consente di simulare l'interazione tra Momento Flettente e Sforzo Assiale negli elementi in calcestruzzo armato nel modo più razionale possibile, tenuto conto della teoria della plasticità classica. Nel modello di Lai et al., la relazione sforzi-deformazioni per le molle efficaci che simulano l'acciaio segue il modello isteretico di Takeda, ma i parametri che definiscono l'involuppo sono stabiliti da considerazioni di equilibrio.

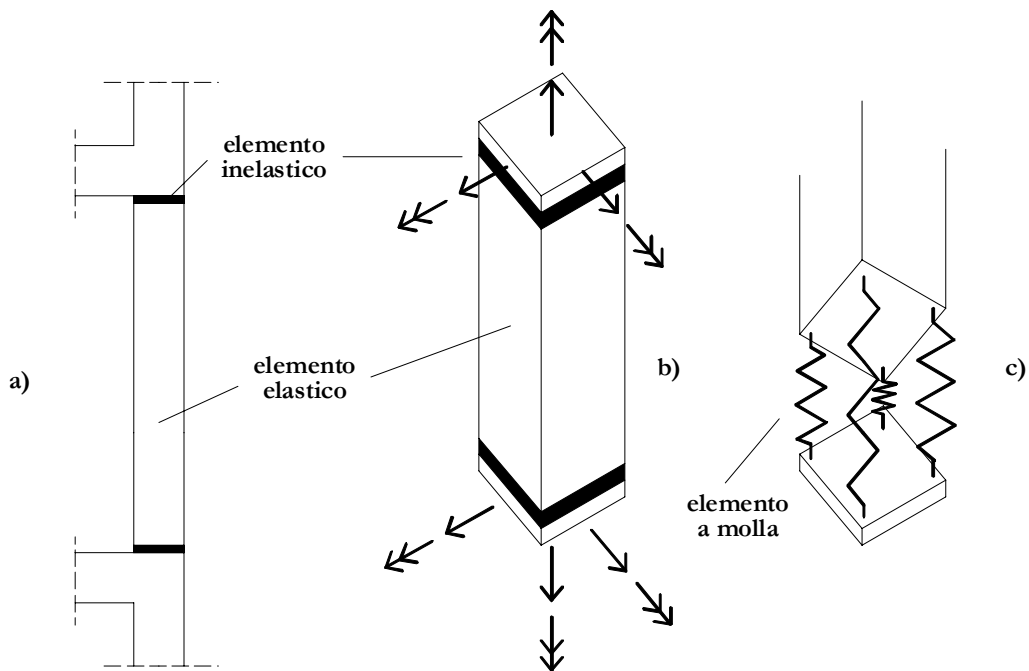


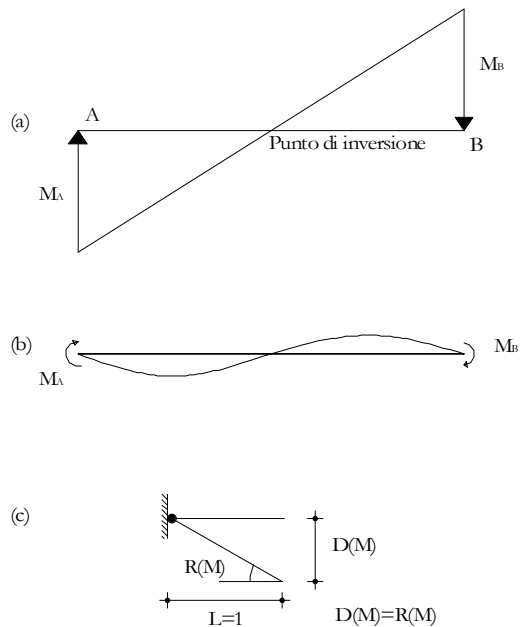
Figura 5.3 – Modello di Lai et al. (1984). Elemento inelastico con degrado per membrature in calcestruzzo armato soggette a momento e sforzo assiale: a) membratura all'interno del telaio; b) modello della membratura; c) elemento inelastico

## 5.2 MODELLI A PLASTICITÀ DISTRIBUITA

Una descrizione più accurata del comportamento inelastico degli elementi in calcestruzzo armato è possibile per mezzo dei modelli a plasticità distribuita. In contrasto con i modelli a plasticità concentrata, la non linearità del materiale si può qui sviluppare in qualsiasi sezione e il comportamento dell'elemento si deriva dall'integrazione pesata della risposta nella sezione. In pratica, dal momento che gli integrali sugli elementi sono valutati per via numerica, si controlla solo il comportamento della sezione selezionata nei punti di integrazione. Le incognite principali di questo modello sono le deformazioni o le forze sugli elementi, e queste possono essere ottenute attraverso l'opportuna interpolazione di funzioni a partire rispettivamente dagli spostamenti o dalle forze globali sugli elementi. I fenomeni fessurativi discreti sono "spalmati" su una lunghezza finita anziché essere trattati esplicitamente. Il comportamento costitutivo della sezione trasversale può essere formulato sia in accordo con la teoria della plasticità classica in termini di risultanti di sforzi e deformazioni, sia derivata esplicitamente discretizzando la sezione trasversale in un numero finito di fibre, come nel caso dei modelli a fibre a plasticità diffusa. Un'assunzione comune a questi modelli è che le sezioni rimangono piane (ipotesi di Bernoulli), in modo che le deformazioni siano distribuite linearmente lungo la sezione trasversale.

I primi modelli con elementi di tipo trave introdotti trascuravano l'accoppiamento tra sforzo assiale e momento flettente e, tipicamente, consistevano in due travi a mensola connesse all'estremo libero, che diventava il punto di inversione del momento flettente (Figura 5.4), come evidenziato dal modello di Otani (1974).

Per derivare la rigidezza di una mensola si ricorreva a due leggi isteretiche indipendenti tra il momento d'estremità e lo spostamento all'estremo libero e tra il momento d'estremità e la rotazione all'estremo libero. Per superare le difficoltà numeriche che si incontravano nella formulazione dell'elemento, ad esempio la mancanza di simmetria della matrice di rigidezza, Otani assunse che le deformazioni plastiche fossero concentrate in due molle equivalenti alle estremità dell'elemento, sacrificando pertanto la generalità del modello. Il comportamento globale del modello di Otani si deriva dall'integrazione della curvatura lungo le due mensole che compongono la struttura. La limitazione principale di questo modello e dei modelli simili è dovuta all'assunzione del punto di inversione del momento flettente in posizione costante sull'elemento.

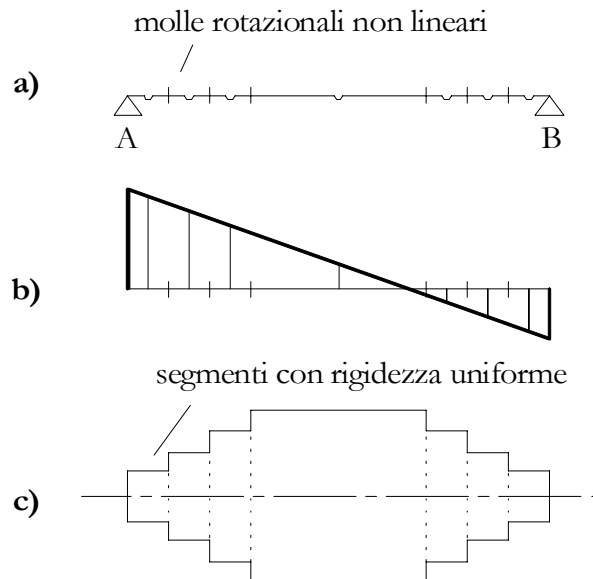


**Figura 5.4 – Modello di Otani a) distribuzione del momento flettente; b) deformazione dell'elemento; c) molla rotazionale elastica equivalente**

Nel modello introdotto da Soleimani et al. (1979), una zona di deformazioni plastiche si espande gradualmente dal nodo di interfaccia trave-colonna e si sviluppa all'interno dell'elemento in funzione della storia di carico. La rimanente porzione di trave rimane in campo elastico. La rotazione dell'estremo fisso all'interfaccia tra trave e colonna è modellata attraverso cerniere concentrate inserite all'estremità degli elementi. Queste ultime sono correlate alla curvatura nella sezione corrispondente attraverso un coefficiente di "lunghezza efficace" che rimane costante durante la risposta all'intera storia di carico. Un modello molto simile al precedente è stato sviluppato da Meyer et al. (1983). I coefficienti di flessibilità del modello sono identici a quelli proposti da Soleimani. Diversamente Meyer propone un modo leggermente differente di calcolare la rigidezza nella zona plastica durante la fase di ricarico e adopera il modello di Takeda per descrivere la relazione isteretica tra momento e curvatura. Tuttavia nel suo studio non considera le rotazioni all'estremo libero. Il modello originale fu più tardi esteso da Roufaiel e Meyer (1987) per includere l'effetto del taglio e dello sforzo assiale nel comportamento isteretico flessionale sulla base di una serie di regole empiriche. La variazione di carico assiale dovuta all'*overturning moment* non è considerata. Darvall e Mendis (1985) proposero un modello simile ma semplificato con le deformazioni plastiche alle estremità definite per mezzo di una relazione momento-curvatura di tipo trilineare. Dopo che si è formata una cerniera plastica all'estremità essa può rimanere perfettamente plastica oppure esibire un comportamento incrudente o di *softening*. Le cerniere perfettamente plastiche sono

concentrate in un punto, mentre le cerniere a comportamento incrudente o di *softening* sono definite sulla base di una lunghezza finita definita *a priori*, che normalmente varia tra  $0.75d$  e  $d$ , dove  $d$  è la profondità efficace della sezione trasversale.

Takayanagi e Schnobrich (1979) proposero di suddividere l'elemento in un numero finito di conci longitudinali, ciascuno dei quali rappresentato da una molla rotazionale non lineare. Il modello è riportato in Figura 5.5. Le proprietà di ciascun segmento, che si assumono costanti su tutta la sua lunghezza, dipendono dal momento flettente sulla mezzeria del concio stesso. Per ridurre questo modello ad un sistema di molle multiple in un singolo elemento trave-colonna si utilizza il procedimento della condensazione statica. Anche se il comportamento dell'elemento non lineare è alla fine concentrato nella molla d'estremità, questo elemento fa parte della famiglia dei modelli a plasticità distribuita poiché tiene conto delle deformazioni anelastiche che si sviluppano lungo tutto l'elemento. Il modello a molla multipla fu usato per primo nello studio della risposta sismica delle pareti strutturali accoppiate, le quali presentano generalmente una significativa variazione di sforzo normale. Per tenere in considerazione l'interazione tra Sforzo Normale e Momento Flettente fu introdotta una superficie limite tridimensionale per le molle rotazionali.



**Figura 5.5 – Modello a molla multipla di Takayanagi e Schnobrich: a) modello dell'elemento; b) diagramma del momento flettente; c) distribuzione della rigidezza sugli elementi**

Anche Filippou e Issa (1988) proposero di suddividere l'elemento in un numero finito di sottoelementi, ma seguirono un approccio sostanzialmente differente. Ciascun sottoelemento descrive in questo caso un singolo effetto, ad esempio il



comportamento inelastico dovuto alla flessione e al taglio o il comportamento *bond-slip* nel nodo trave-colonna. L'interazione tra questi effetti si raggiunge con una combinazione di sottoelementi. Questo approccio consente alla legge isteretica del singolo sottoelemento di essere più semplice, mentre l'elemento globale possiede un comportamento isteretico più complesso dovuto all'interazione tra i differenti sottoelementi.

Il primo elemento con non linearità distribuita fu formulato con il metodo classico delle rigidezze usando polinomi cubici ermitiani per approssimare le deformazioni lungo l'elemento. L'elemento generale tridimensionale con gradi di libertà assiali e flessionali è rappresentato nel sistema di riferimento locale di Figura 5.6.

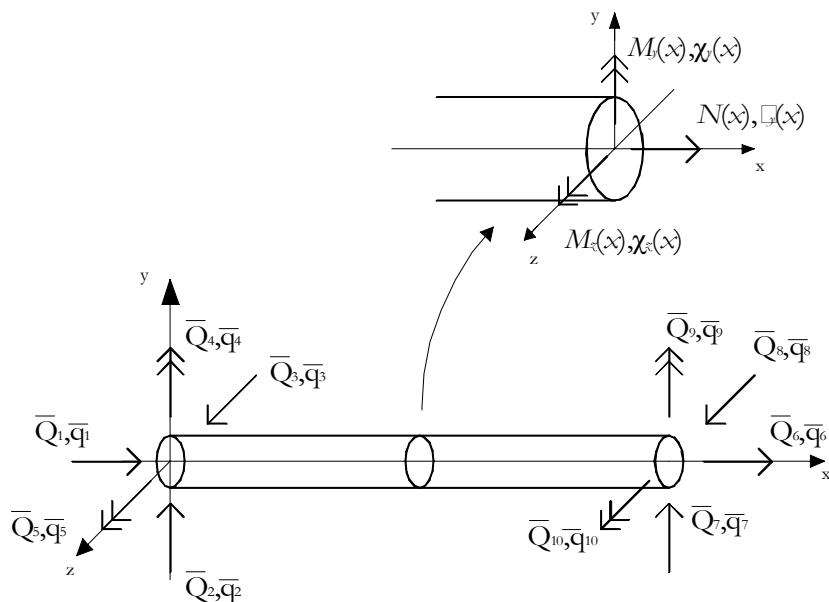


Figura 5.6. Elemento di trave con modi rigidi nel sistema di riferimento locale

L'elemento in assenza di modi rigidi è riportato in Figura 5.7. Per tutti gli elementi il grado di libertà torsionale assume un comportamento elastico lineare ed è disaccoppiato dallo Sforzo Normale e dai Momenti Flettenti, cosicché possa essere debitamente trascurato.

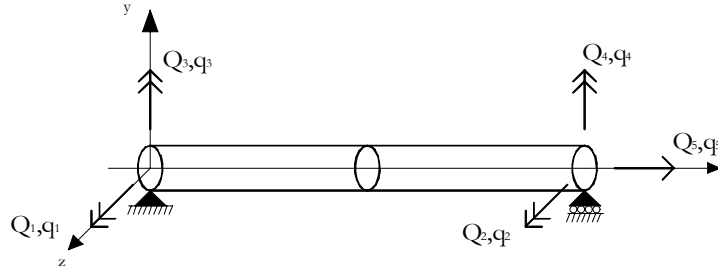


Figura 5.7 Elemento di trave senza modi rigidi nel sistema di riferimento locale

Per brevità si considererà qui ora il caso di flessione uniassiale lungo l'asse  $z$ , dal momento che l'estensione al caso biassiale vi discende direttamente. Gli spostamenti nodali sono raggruppati nel vettore  $\mathbf{q}$  per l'elementi con moti rigidi e nel vettore  $\mathbf{p}$  per l'elemento senza moti rigidi:

$$\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_5, q_6, q_7, q_{10}\}^T \quad (5.1)$$

$$\mathbf{p} = \{p_1, p_2, p_5\}^T \quad (5.2)$$

Se si indica con  $x$  l'asse longitudinale dell'elemento, lo spostamento trasversale  $v(x)$  e lo spostamento assiale  $u(x)$  possono essere approssimati con:

$$\mathbf{d}(x) = \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \end{Bmatrix} = \mathbf{a}_d(x) \cdot \mathbf{q} \quad (5.3)$$

dove  $\mathbf{a}_d(x)$  è una matrice che contiene le funzioni di interpolazione cubica per gli spostamenti trasversali e le funzioni di interpolazione lineare per gli spostamenti assiali:

$$\mathbf{a}_d(x) = \begin{bmatrix} \psi_1(x) & 0 & 0 & \psi_2(x) & 0 & 0 \\ 0 & \phi_1(x) & \phi_2(x) & 0 & \phi_3(x) & \phi_4(x) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

con

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= 1 - \frac{x}{L} & \psi_2(x) &= \frac{x}{L} \\ \phi_1(x) &= \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1 & \phi_2(x) &= \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x \\ \phi_3(x) &= -\frac{2x^3}{L^3} + \frac{3x^2}{L^2} & \phi_4(x) &= \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Le funzioni di interpolazione qui riportate possono essere facilmente estese al caso di flessione biassiale.

Nel derivare la matrice di rigidezza dell'elemento trave o colonna attraverso il principio dei lavori virtuali, le deformazioni generalizzate del problema sono la deformazione assiale  $\epsilon(x)$  e la curvatura lungo l'asse  $z$ ,  $\chi_z(x)$ . Sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti e di planarità delle sezioni, le deformazioni della sezione  $\mathbf{d}(x)$  sono correlate agli spostamenti nodali attraverso la seguente:

$$\mathbf{d}(x) = \begin{Bmatrix} \epsilon(x) \\ \chi_z(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'(x) \\ v''(x) \end{Bmatrix} = \mathbf{a}(x) \cdot \mathbf{q} \quad (5.6)$$

dove  $\mathbf{a}(x)$  è derivata dalle funzioni di interpolazione dello spostamento in accordo con:

$$\mathbf{a}(x) = \begin{bmatrix} \psi'_1(x) & 0 & 0 & \psi'_2(x) & 0 & 0 \\ 0 & \phi''_1(x) & \phi''_2(x) & 0 & \phi''_3(x) & \phi''_4(x) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Usando il principio degli spostamenti virtuali o il principio dell'energia potenziale minima, la matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  dell'elemento è l'integrale delle rigidezze  $\mathbf{k}(x)$  della sezione:

$$\mathbf{K} = \int_0^L \mathbf{a}^T(x) \cdot \mathbf{k}(x) \cdot \mathbf{a}(x) \cdot dx \quad (5.8)$$

dove la rigidezza sezionale  $\mathbf{k}(x)$  collega le forze  $\mathbf{D}(x)$  sulla sezione alle corrispondenti deformazioni  $\mathbf{d}(x)$ :

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{k}(x) \cdot \mathbf{d}(x) \quad (5.9)$$

Le forze sulla sezione sono gli sforzi generalizzati del problema, ovvero lo Sforzo Normale  $N(x)$  e il Momento Flettente  $M_z(x)$  nella generica sezione  $x$ . Pertanto:

$$\mathbf{D}(x) = \begin{Bmatrix} N(x) \\ M_z(x) \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

L'applicazione del principio degli spostamenti virtuali produce le forze resistenti nell'elemento  $\mathbf{Q}_R$  come integrale delle forze resistenti sulle sezioni  $\mathbf{Q}_R(x)$ :

$$\mathbf{Q}_R = \int_0^L \mathbf{a}^T(x) \cdot \mathbf{D}_R(x) \cdot dx \quad (5.11)$$

Hellesland e Scordelis (1981) e Mari e Scordelis (1984) proposero, tra i tanti, un elemento basato su questo approccio classico agli elementi finiti sugli spostamenti. La sua formulazione è stata estesa da Bazant e Bhat (1977) al fine di includere l'effetto del taglio per mezzo di una legge costitutiva multiassiale basata sulla teoria endocronica. In questo modello la sezione è suddivisa in strati orizzontali ma ciascuno di essi si fessura per un diverso valore di curvatura, dipendente dall'interazione tra sforzo normale e taglio all'interno dello strato considerato.

Il principale difetto degli elementi basati sulla rigidità è rappresentato dalla loro incapacità di descrivere il comportamento di elementi strutturali prossimi alla loro resistenza ultima o al raggiungimento di uno stato di *softening* per le deformazioni, del momento che sono condizionati da problemi di instabilità numerica per ragioni che saranno descritte nel seguito.

Dal momento che la distribuzione della curvatura su un elemento strutturale che ha raggiunto lo snervamento alle estremità non è ben rappresentato da funzioni di interpolazione cubiche Ermitiane, una maggior economia computazionale con una migliorata rappresentazione delle deformazioni interne si raggiunge mediante l'approssimazione combinata sia delle deformazioni sulla sezione, che sono le incognite principali del problema, sia della cedevolezza della sezione. Menegotto e Pinto (1977) interpolano entrambe le variabili basandosi sui valori di poche sezioni monitorate, includendo l'interazione tra momento flettente e sforzo assiale.

La cedevolezza delle sezioni si assume che vari linearmente tra le sezioni monitorate, il che è equivalente ad una variazione di rigidità iperbolica. Questo miglioramento nell'accuratezza rende l'approccio conveniente dal punto di vista computazionale, dal momento che le sezioni che necessitano di essere monitorate sono esigue e, pertanto, il numero di variabili che necessitano di essere calcolate sono inferiori rispetto ai modelli basati sulla rigidità per livelli di discretizzazione comparabili.

Miglioramenti ulteriori nell'accuratezza dell'elemento si sono raggiunti con l'introduzione di funzioni variabili di interpolazione degli spostamenti. La maggiore limitazione dell'approccio classico agli spostamenti è basata sull'assunzione di funzioni di interpolazione cubiche, che generano distribuzioni di curvatura lineare lungo gli elementi. Questa assunzione garantisce risultati soddisfacenti sotto risposte lineari o quasi lineari. Tuttavia, quando l'elemento in calcestruzzo armato subisce uno snervamento significativo alle estremità, la distribuzione di curvatura diventa altamente non lineare nelle regioni plastiche. Ciò richiede l'uso di una discretizzazione molto sottile nelle regioni plastiche degli elementi basati sulla formulazioni alle

rigidezze. Mahasuverachai (1982) fu il primo a proporre l'uso di funzioni di forma dipendenti dalla flessibilità che si aggiornano continuamente durante l'analisi al propagarsi delle deformazioni plastiche all'interno dell'elemento. Nel suo studio sono approssimati gli incrementi di deformazione piuttosto che le deformazioni totali. Gli incrementi di deformazione sulla sezione sono scritti come:

$$\Delta \mathbf{d}(x) = \mathbf{f}(x) \cdot \mathbf{b}(x) \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{q} = \mathbf{a}(x) \cdot \Delta \mathbf{q} \quad (5.12)$$

dove  $\Delta$  denota gli incrementi del corrispondente vettore. La nuova formulazione è tuttavia applicata allo sviluppo di elementi snelli dove la sorgente di non linearità dipende dalla geometria piuttosto che dal materiale.

Recenti tentativi di sviluppare degli elementi di trave per strutture in calcestruzzo armato che risultino più robusti ed affidabili si sono sviluppati su due diverse tendenze. Nella prima, deviando dal metodo classico originale basato sulle rigidezze, i ricercatori hanno concentrato l'attenzione su funzioni di forma dipendenti della cedevolezza e, più recentemente, su formulazioni basate sulla cedevolezza che permettano una descrizione più accurata della distribuzione di forze lungo l'elemento. Nella seconda, gli elementi sono stati suddivisi in fibre longitudinali, il che ha prodotto due vantaggi fondamentali: a) il comportamento della sezione in calcestruzzo armato è derivato direttamente dal comportamento sforzo-deformazione uniassiale delle fibre e agli effetti tridimensionali, ovvero ad esempio il confinamento del calcestruzzo dovuto alla presenza di staffe trasversali di acciaio può essere debitamente tenuto in considerazione e incorporato nella relazione costitutiva del materiale, e, b) l'interazione tra momento flettente e sforzo assiale può essere descritta in modo razionale.

L'approccio basato sugli spostamenti è basato sulle funzioni di interpolazione di forze all'interno dell'elemento. Tipicamente, l'elemento è analizzato senza includere movimenti di corpo rigido. In questo caso le rotazioni alle estremità, relative alla corda e agli spostamenti assiali differenziali sono le deformazioni generalizzate degli elementi o, semplicemente, le deformazioni degli elementi. Le forze sugli elementi e le deformazioni senza moti rigidi sono mostrate in Figura 6.7. Sotto l'assunzione di piccole deformazioni e piccoli spostamenti le deformazioni  $\mathbf{q}$  degli elementi sono correlate con gli spostamenti degli elementi  $\bar{\mathbf{q}}$  in Figura 6.6 dalla matrice di compatibilità. Nel caso di flessione uniassiale il vettore degli sforzi negli elementi senza includere il moto rigido è:

$$\mathbf{Q} = \{Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3\}^T \quad (5.13)$$

Risulta comune assumere che la distribuzione del momento flettente all'interno dell'elemento sia lineare e che la distribuzione dello sforzo assiale sia costante. In notazione vettoriale:

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{b}(x) \cdot \mathbf{Q} \quad (5.14)$$

dove  $\mathbf{b}(x)$  è la matrice contenente le funzioni di interpolazione degli sforzi:

$$\mathbf{b}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \left(\frac{x}{L} - 1\right) & \left(\frac{x}{L}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

L'applicazione del principio delle forze virtuali produce la cedevolezza dell'elemento:

$$\mathbf{F} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \cdot \mathbf{f}(x) \cdot \mathbf{b}(x) \cdot dx \quad (5.16)$$

dove  $\mathbf{f}(x)$  è la matrice di cedevolezza della sezione, cosicché:

$$\mathbf{d}(x) = \mathbf{f}(x) \cdot \mathbf{D}(x) \quad (5.17)$$

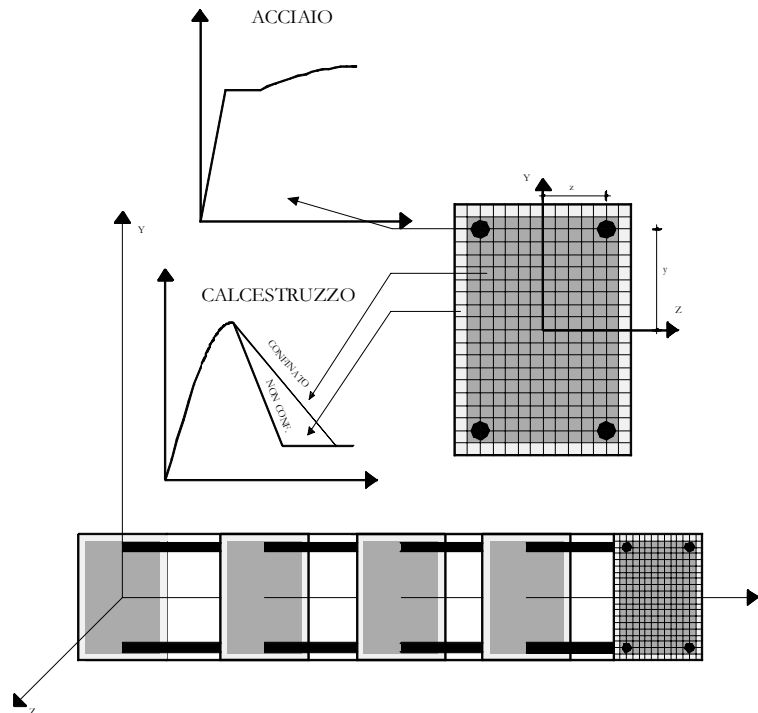
Il vantaggio di questa formulazione deriva dalla consapevolezza che, indipendentemente dallo stato dell'elemento, le funzioni di interpolazione delle forze (Eq. 6.15) soddisfano l'equilibrio degli elementi in senso stretto, a condizione che nessuno altro carico sia applicato all'elemento. In altre parole, ovunque la non linearità del materiale si presenti all'interno della sezione o anche quando l'elemento entra nel tratto di *softening* dopo aver raggiunto la sua resistenza massima, la distribuzione delle forze interne risulta esatta.

Un aspetto critico degli elementi basati sulla cedevolezza riguarda l'implementazione nei programmi ad elementi finiti esistenti. I codici di calcolo sono basati tipicamente su un metodo diretto di analisi basato sulla rigidità. In questo caso la soluzione del sistema globale di equazioni di equilibrio per i carichi assunti produce gli spostamenti incogniti della struttura. Dopo che gli spostamenti dell'elemento sono stati estratti dagli spostamenti della struttura, inizia la fase della determinazione dello stato degli elementi. Durante questa fase le forze resistenti e la matrice di rigidità deve essere determinata sulla base degli spostamenti forniti. La determinazione dello stato dell'elemento richiede una particolare procedura per gli elementi basati sulla cedevolezza, dal momento che le forze resistenti degli elementi non possono essere derivate dall'integrazione delle forze resistenti nelle sezioni in accordo con l'Eq. 6.16. Una procedura interessante per la determinazione dello stato delle forze resistenti è

proposto da Ciampi e Carlesimo (1986) ed è discussa ampiamente in Spacone et al. (1992). La relazione momento curvatura per le sezioni di questo modello è basata sulla teoria endocronica presentata da Brancaloni et al. (1983). La determinazione dello stato dell'elemento è basata sulle deformazioni residue della sezione che risultano dall'integrazione numerica della relazione costitutiva della sezione stessa. L'interazione tra momento flettente e sforzo assiale non è inclusa in quest'ultimo modello. **ILLEGGIBILE**

### 5.2.1 Modelli a fibre

I modelli più promettenti per l'analisi non lineare di elementi in calcestruzzo armato sono, ad oggi, gli elementi a fibre basati sull'approccio di cedevolezza. In questi modelli l'elemento è suddiviso in fibre longitudinali, come evidenziato in Figura 6.8. Le caratteristiche geometriche delle fibre sono la loro posizione nel sistema di riferimento locale  $y$  e  $z$  e l'area delle singola fibra  $A_{i, \text{fib}}$ . La relazione costitutiva della sezione non è specificata esplicitamente, ma discende dall'integrazione delle risposta delle fibre, che segue la relazione sforzi-deformazioni uniassiale del materiale specifico di cui è composta (Figura 6.8). Gli elementi proposti fino ad ora sono limitati a piccoli spostamenti e deformazioni, ed assumono che le sezioni rimangano piane. Due nuovi incarichi appaiono nella formulazione degli elementi a fibre: a) la determinazione dello stato degli elementi per spostamenti assegnati, e, b) la determinazione della matrice di cedevolezza della sezione  $\mathbf{f}(x)$  che è richiesta nel calcolo della matrice di cedevolezza dell'elemento  $\mathbf{F}$  in accordo con l'Eq. 6.16.



**Figura 5.8** Elemento a fibre: distribuzione delle sezioni di controllo e suddivisione degli elementi in fibre

L'assunzione che sta alla base dei modelli fondati sulla flessibilità è la distribuzione delle forze interne sull'elemento, che è espresso dall'Eq. 6.14 mediante le funzioni di interpolazione degli sforzi  $\mathbf{b}(x)$ . In un processo di determinazione coerente degli stati le forze sulla sezione sono determinate a partire dalle forze sull'elemento in accordo con l'Eq. 6.14, seguita dal calcolo, basato sull'equilibrio, delle tensioni corrispondenti nelle fibre. Le deformazioni e le cedevolezza delle fibre sono determinate dalle relazioni sforzi-deformazioni delle fibre e dalle deformazioni della sezione. Inoltre la flessibilità delle sezioni è calcolata applicando il principio delle forze virtuali. La determinazione degli sforzi nelle fibre a partire dalle forze nella sezione è, tuttavia, un problema staticamente indeterminato per una sezione con più di due fibre: le tensioni nelle fibre non possono essere determinate dallo sforzo assiale e del momento flettente nella sezione, dal momento che esistono solo due equazioni di equilibrio in caso di flessione uniassiale per tre o più incognite. Una possibile soluzione è quella di assumere una distribuzione delle tensioni lungo la sezione, ma il problema è tuttavia solo rimandato alla fase dell'algoritmo in cui si determinano gli stati delle fibre, dal momento che le relazioni sforzi-deformazioni sono tipicamente espresse come funzioni esplicite della deformazione. La soluzione adottata nei modelli proposti è di linearizzare la relazione costitutiva della sezione e calcolarne le deformazioni a partire



dalle nuove forze nella sezione e la cedevolezza della sezione dal passo precedente. Le forze resistenti nella sezione sono calcolate sulla base della distribuzione di sforzi nelle fibre e la rigidezza  $\mathbf{k}(x)$  della sezione è assemblata dalla rigidezza della singola fibra. Nel caso di flessione uniassiale  $\mathbf{k}(x)$  prende la forma

$$\mathbf{k}(x) = \begin{bmatrix} \sum_{i,\text{fib}}^{n(x)} E_{i,\text{fib}} \cdot A_{i,\text{fib}} & -\sum_{i,\text{fib}}^{n(x)} E_{i,\text{fib}} \cdot A_{i,\text{fib}} \cdot y_{i,\text{fib}} \\ -\sum_{i,\text{fib}}^{n(x)} E_{i,\text{fib}} \cdot A_{i,\text{fib}} \cdot y_{i,\text{fib}} & \sum_{i,\text{fib}}^{n(x)} E_{i,\text{fib}} \cdot A_{i,\text{fib}} \cdot y_{i,\text{fib}}^2 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

La matrice di rigidezza della sezione si può invertire per ottenere la matrice di cedevolezza della sezione  $\mathbf{f}(x) = \mathbf{k}^{-1}(x)$ . Il nuovo elemento di flessibilità  $\mathbf{F}$  è calcolato mediante l'Eq. 6.15 ed è poi invertito per ottenere la rigidezza dell'elemento  $\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1}$ . Il rimanente problema è quello di determinare le forze resistenti sull'elemento a partire dalle forze resistenti sulle sezioni lungo l'elemento stesso. Attualmente è questa la principale sfida nello sviluppo di elemento a fibre basati sul modello di flessibilità.

Il primo modello a fibre basato sulla formulazione di flessibilità qui esposta fu proposto da Kaba e Mahin (1984). Esso segue la bozza dell'approccio di flessibilità presentato sopra usando la funzioni di interpolazione delle forze  $\mathbf{b}(x)$  nell'Eq. 6.14. nella determinazione della matrice di flessibilità dell'elemento. Questo modello teneva in considerazione solo il caso di flessione uniassiale. Nella fase di determinazione degli stati dell'analisi non lineare le deformazioni della sezione sono calcolate dalle deformazioni degli elementi con le funzioni di forma delle deformazioni dipendenti dalla flessibilità dell'Eq. 6.12. A causa del comportamento non lineare della sezione,  $\mathbf{f}(x)$ ,  $\mathbf{F}$  e di conseguenza  $\mathbf{a}(x)$  cambiano durante la storia deformativa dell'elemento. Le deformazioni della sezione sono quindi usate per determinare le deformazioni nelle fibre sotto l'ipotesi di planarità delle sezioni e le corrispondenti tensioni e rigidzze delle fibre sono stabilite dalla relazione sforzi-deformazioni della fibra. Di conseguenza, la rigidezza  $\mathbf{k}(x)$  della sezione le corrispondenti forze resistenti  $\mathbf{D}_R(x)$  sono determinate dall'applicazione del principio dei lavori virtuali sulla sezione. La rigidezza della sezione è invertita per ottenere la cedevolezza  $\mathbf{f}(x)$ . Infine, la matrice di flessibilità dell'elemento  $\mathbf{F}$  è determinata dall'Eq. 6.16. and l'incremento delle forze resistenti  $\Delta \mathbf{Q}_R$  è stabilito sulla base del principio degli spostamenti virtuali,

$$\Delta \mathbf{Q}_R = \int_0^L \mathbf{a}^T(x) \cdot \Delta \mathbf{D}_R(x) \cdot dx = \mathbf{F}^{-1} \cdot \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \cdot \mathbf{f}(x) \cdot \Delta \mathbf{D}_R(x) \cdot dx \quad (5.19)$$

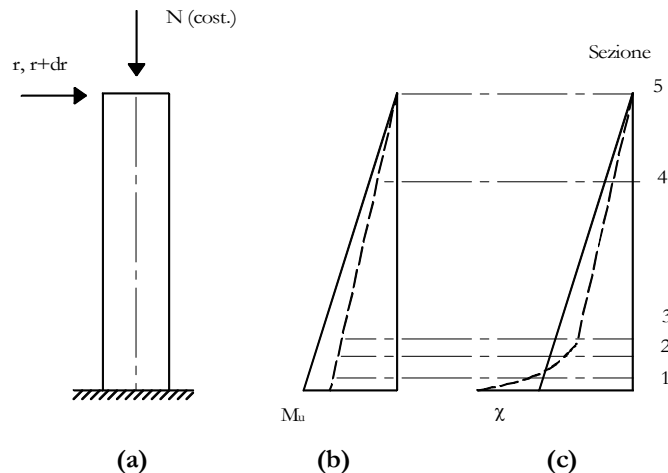
Gli integrali lungo l'estensione dell'elemento sono valutati suddividendo l'elemento in un numero equispaziato di conci e assumendo una distribuzione lineare di

cedevolezza tra due conci continui. Questo modello ottiene risultati molto promettenti, ma è afflitto da problemi di convergenza e dall'incapacità di descrivere fenomeni di *softening*. La formulazione dell'elemento è attualmente basata su un approccio misto, dal momento che utilizza funzioni di interpolazione sia per le forze, sia per le deformazioni. Sfortunatamente, l'elemento è carente di chiarezza teorica e contiene numerose incoerenze che causano problemi numerici. La prima incoerenza appare nella determinazione della matrice di flessibilità dell'elemento che è basata su considerazioni di compatibilità e sull'applicazione del principio delle forze virtuali, mentre la determinazione delle forze resistenti negli elementi è basata su considerazioni di equilibrio e l'applicazione del principio degli spostamenti virtuali. La seconda incoerenza appare nel processo di determinazione degli stati, il quale viola l'equilibrio tra gli elementi, dal momento che la distribuzione delle forze resistenti nelle sezioni  $\mathbf{D}_R(x)$  non soddisfano le condizioni di equilibrio delle Eq. 6.14 e 6.15. Di conseguenza, la distribuzione del momento flettente risultante non è lineare e la distribuzione degli sforzi assiali non è uniforme, come richiesto dalle funzioni di interpolazione delle forze  $\mathbf{b}(x)$ .

Zeris e Mahin (1988 e 1991) discutono i miglioramenti ottenuti dal modello originale di Kaba e Mahin ed estendono la formulazione al caso biassiale. I principali miglioramenti concernono la determinazione dello stato degli elementi. Dopo che il programma principale determina gli incrementi degli spostamenti nodali  $\Delta\mathbf{q}$ , la sequenza di aggiornamento dell'elemento consiste nei seguenti passi: a) L'Eq. 6.12 è applicata alle sezioni di estremità dell'elemento per determinare gli incrementi di deformazione sulla sezione  $\Delta\mathbf{d}(0)$  e  $\Delta\mathbf{d}(L)$ ; b) i momenti flettenti e gli sforzi assiali corrispondenti alle estremità delle sezioni sono stabiliti per mezzo di un metodo di avanzamento evento dopo evento sviluppato da Zeris (1986); c) le deformazioni nelle sezioni intermedie dell'elemento sono aggiornate attraverso una procedura iterativa in modo da produrre forze resistenti che siano conformi alla distribuzione di forze assunte nell'elemento.

Un'analisi interessante del comportamento *softening* di una trave a mensola è discussa in Zeris e Mahin (1988) ed è riprodotta in Figura 6.9. Quando la mensola raggiunge il valore di resistenza ultimo nella sezione di base, la sezione 1 alla base della mensola perde la sua capacità di carico e comincia a comportarsi in modo *softening*. La sezione dalla 2 alle 5 lungo l'altezza della mensola si scarica elasticamente in modo da soddisfare l'equilibrio interno. Le formulazioni basate sulla matrice di rigidità falliscono nel determinare il comportamento reale di questo elemento, a causa della distribuzione lineare di curvatura. La distribuzione di curvatura assunta devia significativamente dall'effettiva distribuzione nella fase di *softening*, come mostra il brusco salto di curvatura nella sezione in prossimità dell'incastro di Figura 6.9. In questo caso la colonna deve essere suddivisa in un maggior numero di elementi, tuttavia si riscontrano comunque problemi di convergenza. Gli ultimi elementi di

flessibilità introdotti, come quelli descritti da Kaba e Mahin (1984) sono anch'essi incapaci di tracciare correttamente il comportamento di *softening* di un elemento in cemento armato, poiché non è forzato l'equilibrio lungo l'elemento.



**Figura 5.9** Comportamento *softening* del modello di mensola: (a) struttura con carichi applicati; (b) distribuzione del momento; (c) distribuzione della curvatura sulla base della relazione Momento-Curvatura prescelta.

Anche se l'elemento proposto da Zeris e Mahin evidenzia un comportamento soddisfacente, la procedura per determinare lo stato dell'elemento non è molto chiara ed è derivata da correzioni *ad hoc* del modello di Kaba e Mahin piuttosto che dalla teoria generale.

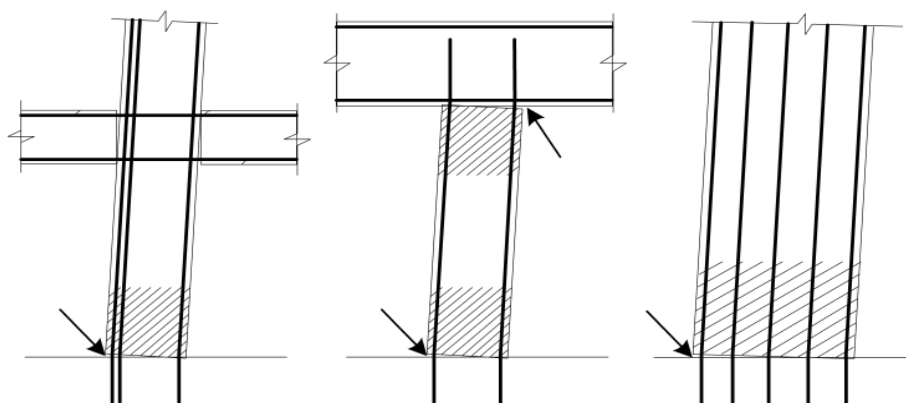
Nel corso degli anni seguenti, numerosi autori hanno migliorato, con i loro contributi, l'affidabilità del modello a fibre introdotto da Spacone, ponendo la loro attenzione sui fenomeni non lineari che coinvolgono le strutture in calcestruzzo armato. Questi fenomeni, correlati con il degrado strutturale, sono lo *spalling* del calcestruzzo, l'interazione flessione-taglio, il *bar-slip*, il *bar-buckling*, lo *strain penetration effect* e i fenomeni di fatica dovuti ad azioni cicliche.

Il fenomeno dello *spalling* è stato qui considerato modellando il copriferro mediante un opportuno legame costitutivo, che non tenga conto ad esempio del confinamento del nucleo interno di calcestruzzo.

Un aspetto particolare che riguarda il comportamento non lineare alla base delle pareti in cemento armato è rappresentato dalla penetrazione delle deformazioni lungo le barre che si innestano nella fondazione, in mancanza di un adeguato ancoraggio (efficacia dell'ancoraggio). In presenza di sollecitazioni di elevata intensità si verifica lo scorrimento delle barre con il conseguente aumento della rotazione alla base. Questa rotazione è una rotazione rigida che non sollecita la struttura ma incrementa

unicamente gli spostamenti. Nel caso di strutture telaio parete questo fenomeno diminuisce la rigidezza della parete e conseguentemente carica il telaio.

Determinare la risposta strutturale e il danno ad essa associato richiede la modellazione di deformazioni inelastiche localizzate, che si verificano nelle regioni di estremità degli elementi, come evidenziato in Figura 6.10. Queste deformazioni alle estremità degli elementi si compongono di due contributi: (a) il primo relativo alla deformazione flessionale che causa deformazioni inelastiche nelle barre longitudinali e nel calcestruzzo; (b) la rotazione all'estremità, come indicato dalla Figura 6.10, dovuta allo scorrimento dell'armatura. Lo sfilamento qui considerato è il risultato della penetrazione delle deformazioni in una porzione di barre completamente ancorate nel nodo adiacente l'elemento o nella fondazione, durante la risposta elastica e inelastica della struttura. Trascurando il contributo della penetrazione delle deformazioni può sembrare di produrre un risultato soddisfacente in termini di sforzi e deformazioni, con il contributo dell'azione flettente in corrispondenza di un assegnato carico laterale. Tuttavia questo approccio sovrastima in modo apprezzabile la deformazione e la curvatura della sezione nelle zone critiche degli elementi e, pertanto, sovrastima il danno strutturale.



(a) edifici a telaio

(b) pile da ponte

(c) pareti strutturali

**Figura 5.10 - Posizione delle cerniere plastiche attese alle estremità delle colonne o delle pareti**

Operativamente, questo contributo può essere tenuto debitamente in conto per mezzo di appositi elementi finiti di lunghezza pari a zero. Per modellare la rotazione all'estremo libero, l'elemento di lunghezza zero deve essere posizionato all'intersezione tra l'elemento flessionale e il suo adiacente ovvero tra l'elemento flessionale e il vincolo o la struttura fondazionale, come evidenziato in Figura 6.11. È necessario pertanto raddoppiare il nodo in corrispondenza dell'interfaccia tra elemento flessionale ed elemento adiacente, come riportato in Figura 6.11. I gradi di

libertà traslazionali di questo nuovo nodo (i.e. il nodo  $j$  in Figura 6.11 dovrebbe essere vincolato all'altro nodo (i.e. il nodo  $i$  in Figura 6.11) per prevenire lo scorrimento dell'elemento sotto azioni laterali a causa della mancanza di resistenza a taglio nell'elemento di lunghezza nulla.

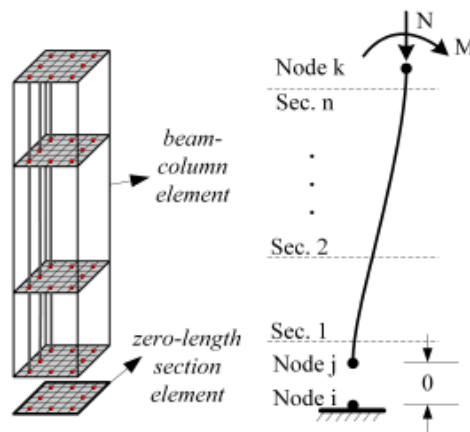


Figura 5.11 - *Zero-length section element* aggiunto alla base di un elemento finito di trave

In genere questi elementi hanno lunghezza unitaria, cosicché le deformazioni su di essi (i.e. l'allungamento e la rotazione) sono uguali alla deformazione sulla sezione (i.e. deformazione assiale e curvatura). Il modello costitutivo del materiale per le fibre di acciaio nell'elemento di lunghezza nulla rappresenterà lo scorrimento delle barre anziché la loro deformazione, per un sforzo assegnato.

In modo del tutto simile al modello proposto per le fibre che descrivono l'acciaio strutturale, un modello costitutivo di materiale che descriva la risposta monotona e il procedimento isteretico è richiesto anche per le fibre di calcestruzzo. L'uso combinato dell'elemento sezionale di lunghezza nulla e l'ipotesi di planarità delle sezioni alle estremità di un elemento prevalentemente flessionale implica notevoli deformazioni nelle fibre di calcestruzzo estreme alla sezione di lunghezza nulla. Queste deformazioni corrispondono a deformazioni significative sul calcestruzzo compresso, che possono superare la capacità de formativa di un tipico modello di calcestruzzo confinato. Questo elevato livello di deformazione in campo compresso all'estremità della membratura in flessione è possibile a causa dell'effetto di confinamento addizionale operato dall'elemento strutturale adiacente e a causa delle complesse deformazioni localizzate alle estremità dell'elemento. Per determinare le grandi deformazione che ci si aspetta nelle fibre estreme del calcestruzzo nell'elemento di lunghezza nulla, questo modello di calcestruzzo può essere assunto

come elastico perfettamente plastico una volta che la resistenza del calcestruzzo riduce dell'80% la resistenza a compressione confinata. Uno studio parametrico ha indicato che i risultati della simulazione non dipendono dalla deformazione a compressione scelta per simulare il comportamento elastoplastico per le fibre di calcestruzzo nell'elemento di lunghezza nulla.

Zhao e Sritharan (2007) hanno proposto un legame costitutivo per l'acciaio che tiene conto del fenomeno della penetrazione della deformazione per barre d'armatura completamente ancorate in fondazione. Esso può essere usato per modellare lo scorrimento nelle unioni con la penetrazione delle deformazioni che tipicamente avviene lungo una porzione della lunghezza di ancoraggio. Questo modello può essere applicato alle regioni di estremità delle travi, laddove la penetrazione della deformazione può includere lo scorrimento delle barre lungo l'intera lunghezza di ancoraggio, ma i parametri del modello devono essere scelti in maniera appropriata, come nel caso di pareti in cemento armato che si innestano in fondazioni oppure nei nodi trave-pilastro. Lo scorrimento (in mm) della barra ancorata nella sezione di controllo all'atto dello snervamento è dato dalla seguente Eq.ne:

$$S_y = 2.54 \cdot \left[ \frac{d_b}{8437} \cdot \frac{F_y}{\sqrt{f_c'}} \cdot (2\alpha + 1) \right]^{1/\alpha} + 0.34 \quad (5.20)$$

In cui  $d_b$  è il diametro della barra longitudinale oggetto del fenomeno,  $F_y$  è la tensione di snervamento della barra di acciaio,  $f_c'$  è la resistenza caratteristica del calcestruzzo impiegato e  $\alpha$  è un parametro usato nella relazione di scorrimento locale e può essere assunto pari a 0.4 in accordo con CEB-FIP Model Code 90. Questo modello tiene conto anche del fenomeno dell'astrizione della barra d'armatura (come evidenziato in Figura 6.12).

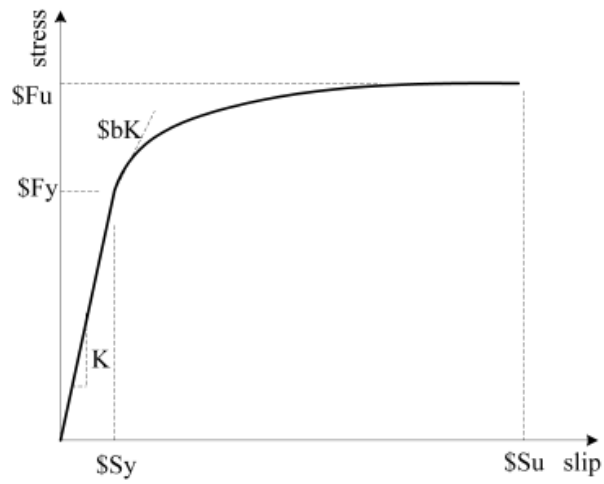


Figura 5.12 – Risposta monotonica tensione-scorrimento sulle barre

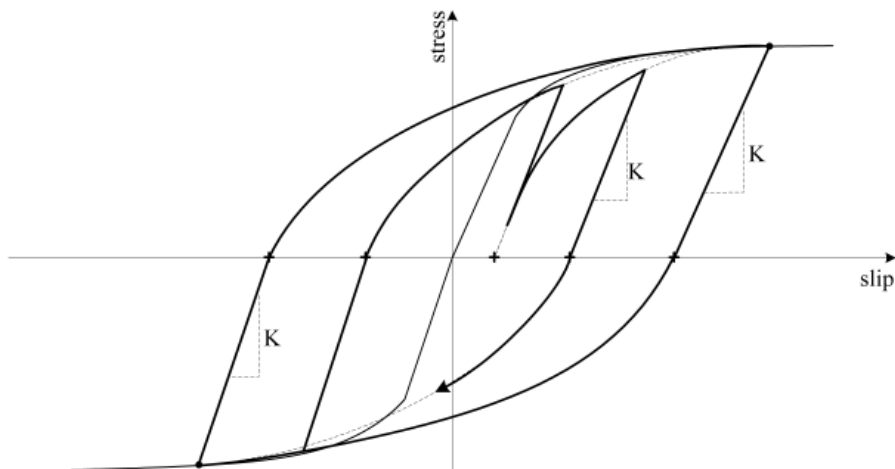


Figura 5.13 - Risposta ciclica tensione-scorrimento sulle barre

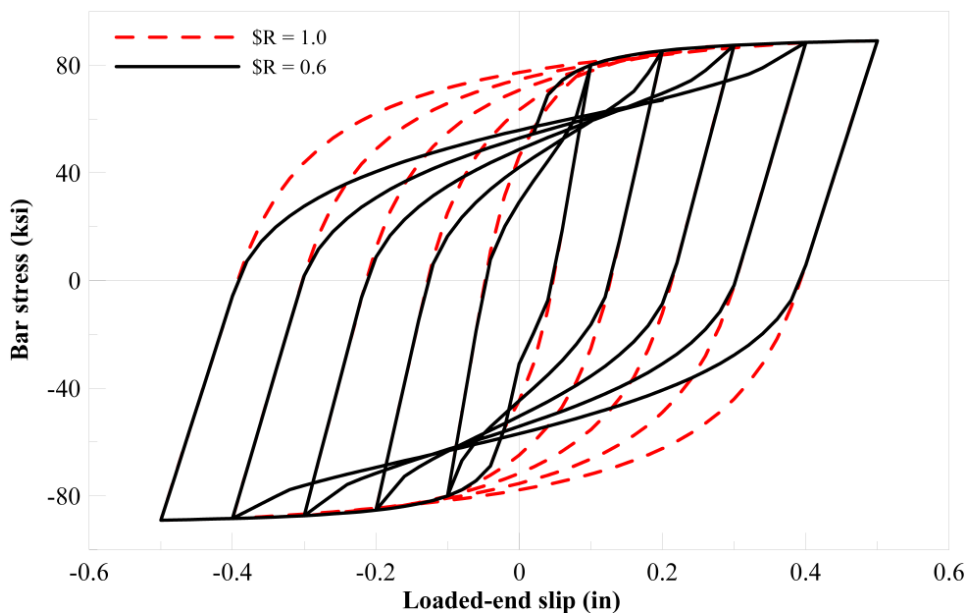


Figura 5.14 – Effetto *pinching* per il modello di *bond slip penetration*

### 5.3 LEGAMI COSTITUTIVI ADOTTATI PER LE ANALISI DINAMICHE NON LINEARI

Nei sottoparagrafi seguenti si introducono i legami costitutivi impiegati nella analisi dinamiche non lineari. In particolare si sono adottate due differenti configurazioni. Nella prima si è considerato il legame di Kent-Park-Scott per descrivere il comportamento del calcestruzzo, ed il legame di Menegotto-Pinto per descrivere il comportamento dell'acciaio d'armatura. Nella seconda si è introdotto il comportamento del calcestruzzo a trazione secondo la formulazione di Reinhardt.

#### 5.3.1 Modelli a compressione impiegati per il calcestruzzo

Kent e Park (1972) introdussero un legame costitutivo che tiene conto dell'effetto del confinamento laterale del calcestruzzo per mezzo di un'opportuna staffatura laterale. Il tratto ascendente, fino al raggiungimento della resistenza di picco è composto dalla parabola del legame di Hognestad (1953), mentre il tratto lineare discendente risulta funzione, oltre che del rapporto di armatura trasversale, anche del passo della staffatura, come riportato dalle equazioni 5.7-5.11. Inoltre, all'aumentare dell'armatura di confinamento aumenta il valore di resistenza e di deformazione al picco, in funzione di un parametro  $K$ .



$$\sigma_c = K f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right]; \text{ per } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \quad (5.21)$$

$$\sigma_c = K f_c [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})]; \text{ per } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}; \quad (5.22)$$

$$\varepsilon_{c0} = 0.002K \quad (5.23)$$

$$K = 1 + \frac{\rho_s f_y}{f_c} \quad (5.24)$$

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.29 \cdot f_c}{145 \cdot f_c - 1000} + 0.75 \cdot \rho_s \sqrt{\frac{h}{s}} - 0.002K} \quad (5.25)$$

dove  $\rho_s$  è la percentuale geometrica di armatura di confinamento,  $h$  è l'altezza della sezione,  $s$  il passo della staffatura e  $f_y$  la resistenza a trazione dell'acciaio di cui sono composte le staffe. Scott et al. (1982) introdussero il valore di deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}$  in corrispondenza del quale si ha un abbattimento della resistenza del calcestruzzo fino al 20% della resistenza di picco:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.9 \cdot \rho_s \left( \frac{f_y}{300} \right) \quad (5.26)$$

Sostituendo ed operando le opportune semplificazioni si ottiene:

$$\sigma_c = f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right]; \text{ per } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0}; \quad (5.27)$$

$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - \frac{0.5}{\frac{3 + 0.29 \cdot f_c}{145 \cdot f_c - 1000} - 0.002} (\varepsilon_c - \varepsilon_{c0}) \right] \geq 0.2 f_c \quad (5.28)$$

per  $\varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ ;

### 5.3.2 Modelli a trazione impiegati per il calcestruzzo

Sebbene nella maggior parte dei casi sia lecito trascurare il comportamento a trazione del calcestruzzo, pur ottenendo risultati del tutto attendibili, specialmente con riferimento alle condizioni ultime delle sezioni, così non è qualora occorra valutare il comportamento della sezione sotto azioni cicliche di piccola ampiezza ovvero in condizioni di esercizio. Ciò risulta significativo in quanto la resistenza a trazione del calcestruzzo è generalmente un ordine di grandezza inferiore rispetto alla resistenza a compressione. In quest'ottica, infatti, l'ipotesi di perfetta aderenza è applicabile, infatti, solo per bassi stati di sollecitazione, in quanto al crescere dello stato di deformazione aumentano gli scorrimenti. Al legame d'aderenza è legata anche la distribuzione delle fessure e quindi l'effetto del *tension stiffening* e della localizzazione delle deformazioni plastiche.

Esiste una differenza fondamentale tra il comportamento a trazione del calcestruzzo rispetto ad un qualunque altro materiale, ad esempio l'acciaio. Il calcestruzzo ha una resistenza a trazione molto ridotta e non mostra alcun incrudimento dopo aver superato il limite elastico, ma manifesta sempre un comportamento softening. Il comportamento tensiodeformativo è governato dalla formazione di micro e macro fessure all'interno di una porzione ben definita del campione o dell'elemento strutturale.

La resistenza a trazione  $f_{ct}$  viene spesso espressa in letteratura in funzione della resistenza a compressione  $f_{cc}$ .

$$f_{ct} = 0.3 \cdot (f_{cc})^{2/3} \quad (5.29)$$

La deformazione totale del provino può essere separata in due contributi: il primo, elastico lineare fino al picco e il secondo che rappresenta la deformazione della fascia fessurata. Il picco di carico che separa i due comportamenti del provino costituisce la resistenza a trazione del materiale.

La maggior parte dei ricercatori che hanno proposto modelli per il comportamento monotono a trazione è d'accordo sul descrivere il comportamento fino al picco attraverso una legge elastica lineare, con modulo di elasticità pari alla tangente all'origine del ramo monotono a compressione. Poiché al raggiungimento del picco di resistenza a trazione si verifica la fessurazione del campione, risulta immediato definire la deformazione di fessurazione  $\varepsilon_{c,cr}$ , che costituisce il punto di passaggio dal comportamento elastico a quello *softening*.

$$\sigma_c = E_{c0} \cdot \varepsilon_c \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c,cr} = f_{ct} / E_{c0} \quad (5.30)$$

Per quanto riguarda la descrizione del legame tensione-deformazione di fessurazione, sono state formulate diverse leggi negli ultimi decenni, che descrivono il comportamento del solo calcestruzzo fessurato oppure tengono conto della presenza delle armature che consentono il trasferimento delle tensioni di trazione tra acciaio e calcestruzzo in corrispondenza delle fessure (*tension stiffening*); alcuni di essi richiedono anche la conoscenza della direzione di formazione delle fessure rispetto a quella delle armature.

Si riportano qui di seguito alcune formulazioni citate in letteratura:

$$\sigma_c = \frac{f_{ct}}{\left[1 + \sqrt{200 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c,cr})}\right]} \quad \varepsilon_c > \frac{f_{ct}}{E_{c0}} \quad (\text{Vecchio e Collins, 1982}) \quad (5.31)$$

$$\sigma_c = f_{ct} \left[1 - \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c,cr}}{0.005}\right] \geq 0 \quad \varepsilon_c > \frac{f_{ct}}{E_{c0}} \quad (\text{Cervenka, 1985}) \quad (5.32)$$

$$\sigma_c = \frac{f_{ct}}{\left[1 + \sqrt{500 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c,cr})}\right]} \quad \varepsilon_c > \frac{f_{ct}}{E_{c0}} \quad (\text{Collins e Mitchell, 1987}) \quad (5.33)$$

$$\sigma_c = \frac{f_{ct}}{\left[1 + 1000 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c,cr}) \cdot (\theta / 90)^{3/2}\right]} \quad \varepsilon_c > \frac{f_{ct}}{E_{c0}} \quad (\text{Hu e Schnobrich, 1990}) \quad (5.34)$$

$$\sigma_c = f_{ct} \quad \frac{f_{ct}}{E_{c0}} < \varepsilon_c \leq \frac{2f_{ct}}{E_{c0}} \quad (\text{Okamura, 1990}) \quad (5.35)$$

$$\sigma_c = f_{ct} \cdot \left(\frac{2f_{ct}}{E_{c0} \cdot \varepsilon_c}\right)^{0.2} \quad \varepsilon_c > \frac{2f_{ct}}{E_{c0}}$$

$$\sigma_c = f_{ct} \left\{ a + (1-a) \cdot e^{\left[\frac{270}{\sqrt{a}} \left(\varepsilon_c - \frac{f_{ct}}{E_{c0}}\right)\right]} \right\} \quad (\text{Stevens et al., 1987}) \quad (5.36)$$

$$a = 75 \cdot \sum_i \left[ \cos^2 \theta_i + \sin^2 \left( \frac{4\theta_i}{\pi} \right)^2 \right] \cdot \frac{\rho_i}{\phi_i}$$

Nell'ultima formulazione viene introdotto un angolo che permette di inserire diverse direzioni in cui sono presenti armature, aggiungendo come ulteriori parametri i rapporti di armatura e i diametri delle barre.

Nel 1987 Reinhardt, Cornelissen e Hordijk, ricercatori del Laboratorio di Ingegneria Strutturale dell'Università di Delft, hanno pubblicato i risultati di diversi test uniassiali di rottura a trazione su campioni di calcestruzzo e hanno proposto una legge che descrive il comportamento monotono. Dai risultati emerge un comportamento inizialmente lineare della curva tensioni-deformazioni, che si mantiene tale fino al 60% della massima tensione ottenibile, quindi si rileva una crescita più che proporzionale delle deformazioni rispetto alle tensioni fino al raggiungimento del massimo. Oltre il massimo viene rilevato un aumento di deformazione con una caduta di tensione fino all'annullamento della tensione stessa ad un valore di apertura della fessura  $\delta_0$ . Superato questo valore il materiale non manifesta ulteriore resistenza a trazione.

Il comportamento del calcestruzzo fino al raggiungimento della resistenza a trazione può essere approssimato con un ramo elastico lineare, trascurando ciò che avviene in prossimità del picco ed adottando anche in questo caso l'espressione 5.27. Relativamente al comportamento *softening* post-picco sono state proposte due leggi per approssimare i risultati dei test sperimentali, espresse in funzione dell'ampiezza della fessura fittizia:

$$\sigma_c = f_{ct} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\delta}{\delta_0} \right)^k \right] \quad (5.37)$$

$$\sigma_c = f_{ct} \cdot \left\{ \left[ 1 + \left( c_1 \frac{\delta}{\delta_0} \right)^3 \right] \cdot \exp \left( -c_2 \frac{\delta}{\delta_0} \right) - \frac{\delta}{\delta_0} (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2) \right\} \quad (5.38)$$

Per passare dall'ampiezza della fessura  $\delta$  alla deformazione del calcestruzzo, occorre dividerne il valore per la lunghezza del campione utilizzato negli esperimenti e depurare il risultato dalla deformazione di fessurazione.

$$\varepsilon_c = \frac{\delta}{l} - \varepsilon_{c,cr} \quad (5.39)$$

All'interno delle due espressioni sono presenti alcuni parametri che vengono fissati per avvicinare i punti sperimentali, essi dipendono sensibilmente dalla classe di calcestruzzo utilizzata. Come esempio si riportano qui di seguito i valori relativi alle prove sperimentali realizzate con un calcestruzzo avente resistenza a compressione di 27 MPa .

$$\begin{aligned}
 \delta_0 &= 140\mu\text{m} \\
 k &= 0.319 \\
 c_1 &= 3.00 \\
 c_2 &= 6.93
 \end{aligned}
 \tag{5.40}$$

Nella figura seguente sono presenti due grafici adimensionalizzati dove vengono riportati i punti sperimentali e gli andamenti delle funzioni relativamente a campioni di calcestruzzo di due classi diverse sollecitati a trazione. Si può osservare che la seconda legge proposta (Eq. 5.28) si avvicina ai risultati in maniera migliore.

Nonostante il grafico della seconda equazione risulti migliore, diversi ricercatori che hanno applicato il modello di Reinhardt hanno adottato una legge derivata dalla prima Eq. 5.27, che in particolare introduce un valore di deformazione  $\epsilon_{c,cr}$  a cui si verifica l'annullamento della tensione del calcestruzzo e sostituisce il parametro  $\epsilon_0$ .

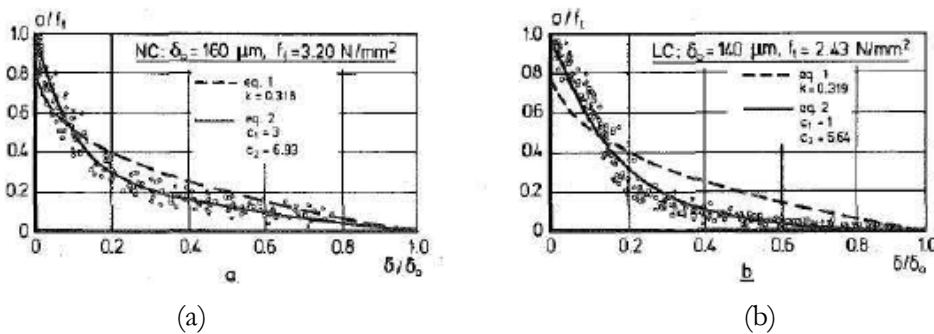


Figura 5.15 – Curve adimensionalizzate relative al legame tensione-apertura della fessura, ottenute con due serie di prove su campioni di calcestruzzo avente diversa resistenza (40.8 MPa per il grafico *a* e 27 MPa per il grafico *b*)

$$\begin{aligned}
 \sigma_c &= f_{ct} \cdot \left( 1 - \frac{\epsilon_c - \epsilon_{c,cr}}{\epsilon_{c,ct}} \right)^2 \\
 \epsilon_{c,ct} &= 0.04\%
 \end{aligned}
 \tag{5.41}$$

L'espressione finale del comportamento monotono a trazione risulta molto simile a una qualsiasi di quelle definite nella parte introduttiva di questo paragrafo. A favore

della scelta di un'espressione semplice che non risulta la migliore approssimazione dei risultati sperimentali, va ricordato che i livelli tensionali che si raggiungono con il comportamento a trazione sono più bassi di un ordine di grandezza rispetto a quelli che si raggiungono a compressione e spesso la differenza di legge adottata comporta variazioni limitate al comportamento globale di una struttura sollecitata in maniera generica.

Il comportamento isteretico a trazione rappresenta un argomento che viene frequentemente trascurato nella realizzazione dei percorsi teorici tensione-deformazione, in quanto è consuetudine applicare un'ipotesi semplificativa secondo la quale il calcestruzzo non mobilita tensioni se è soggetto a deformazioni di trazione inferiori alla massima subita durante la storia di carico.

Alcuni risultati sperimentali di prove cicliche a trazione dimostrano che in realtà il calcestruzzo mobilita tensioni in caso di ricarico da trazione verso compressione, con percorsi tensionali che spesso possono occupare il secondo quadrante del piano tensionideformazioni (Figura 5.27).

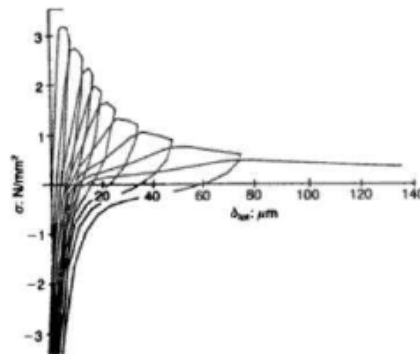


Figura 5.16 – Risultati sperimentali di test a trazione ciclica

### 5.3.3 Modelli per l'acciaio

Il modello costitutivo di maggior impiego in letteratura per descrivere il comportamento monotono o isteretico del calcestruzzo è il modello di Menegotto-Pinto. Esso è costituito da una legge che descrive una transizione curvilinea tra due asintoti aventi pendenza differente: dalla pendenza  $E_0$  del ramo elastico si giunge alla pendenza  $E_1$  del ramo incrudente mediante una relazione di tipo endocronico.

$$\sigma^* = b \cdot \varepsilon^* + \frac{(1-b) \cdot \varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^{*R})^{1/R}} \quad (5.42)$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_O}{\varepsilon_P - \varepsilon_O} \tag{5.43}$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_O}{\sigma_P - \sigma_O} \tag{5.44}$$

Il parametro  $R$  introdotto nell'Eq. 5.37 governa la forma della curva di raccordo e condiziona fortemente la maggiore o minore vicinanza della curva stessa alla spezzata del legame elastico-plastico incrudente corrispondente. Nel caso di un percorso di carico monotono,  $R$  è un parametro sperimentale per il quale si consiglia di assumere un valore compreso tra 15 e 20.

$$R_0 = 15 \div 20 \tag{5.45}$$

Per applicare questa legge occorre tuttavia definire un sistema di riferimento ausiliario, in cui il punto  $O$  rappresenta l'origine del sistema di riferimento. Il punto  $P$  è invece l'intersezione tra i due asintoti aventi pendenza  $E_0$  ed  $E_1$  e rappresenta il punto di snervamento del modello elastico-plastico incrudente (Fig. 5.14).

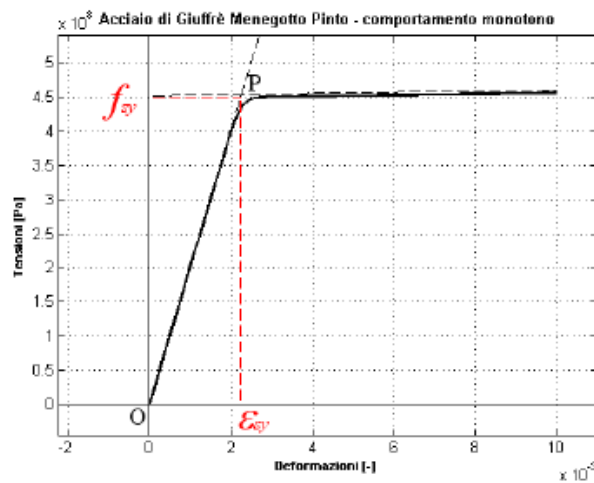


Figura 5.17 – Comportamento monotono secondo il modello di Menegotto e Pinto.

Con il modello di Menegotto e Pinto le rette di incrudimento possono ancora essere definite, esse tuttavia costituiscono degli asintoti e non sono più dei percorsi veri e propri, come con il modello precedente individuano l'area degli stati tensionali ammissibili per il materiale.

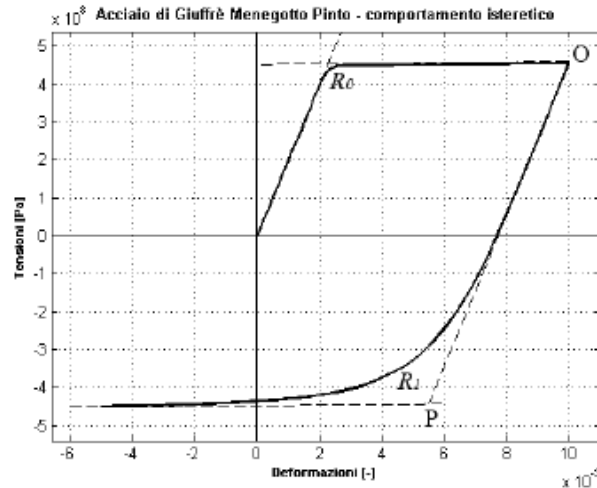


Figura 5.18 – Comportamento isteretico secondo il modello di Menegotto e Pinto.

Nel caso di comportamento isteretico il parametro  $R$  iniziale dipende dalla storia di carico e deve essere aggiornato ad ogni inversione del ciclo

$$R_i = R(\xi_i) = R_0 - \frac{a_1 \cdot \xi_i}{a_2 + \xi_i} \quad (5.46)$$

$a_1$  ed  $a_2$  sono due parametri sperimentali che vengono determinati assieme a  $R_0$ , i ricercatori suggeriscono di assumere 18.5 per il primo e 0.15 per il secondo.

$\xi$  è una variabile adimensionale che esprime la deformazione rapportata al valore di deformazione a snervamento. Ad ogni inversione di carico, si assume  $\xi$  come differenza tra le deformazioni del punto attuale di inversione  $O$  e il punto di incrudimento precedente  $P$ .

$$\xi_i = \frac{\varepsilon_{sO_i} - \varepsilon_{sP_{i-1}}}{\varepsilon_{sy}} \quad (5.47)$$

Si può notare dalla Figura 5.12 come cambia il tipo di raccordo rispetto al percorso monotono già dal primo scarico.

Dal punto di vista computazionale questo comportamento risulta molto difficile da riprodurre, in quanto il programma di calcolo dovrebbe mantenere in memoria la storia di carico completa per il materiale studiato. In generale gli algoritmi che applicano i legami costitutivi dei materiali mantengono in memoria solo l'ultimo punto della storia di carico, fatta eccezione per i parametri globali di *input* del modello e le coordinate di alcuni punti significativi. Di conseguenza può accadere che in presenza di una curva di scarico o ricarico che non raggiunge la retta di incrudimento,



questa curva non venga mai completata e all'inversione successiva venga definito un nuovo percorso. Gli approfondimenti di Filippou et al. (1983) hanno dimostrato tuttavia che questa differenza tra il comportamento simulato e quello reale provoca una discrepanza molto bassa nel comportamento di un intero elemento in cemento armato o di una struttura.

#### 5.4 CRITERI DI VERIFICA ADOTTATI

Allo scopo di tenere in considerazione gli effetti di confinamento del calcestruzzo nei nuclei di estremità delle pareti, pur mantenendo un legame costitutivo isteretico semplice, si è scelto di utilizzare il legame proposto da Kent e Park, e successivamente modificato da Scott, per il calcestruzzo, trascurando gli effetti di trazione sul conglomerato. Per l'acciaio si è adottato il modello di Menegotto-Pinto discusso in precedenza.

Si valuti pertanto il comportamento isteretico alla base della parete di 20 piani progettata con il metodo DDBD e sottoposta ad una forzante sismica facente parte della serie spettrocompatibile oltre i 2 s, utilizzando i legami costitutivi proposti.

La Figura 5.13(a) riporta il ciclo isteretico  $M-\chi$  alla base della parete stessa ottenuto utilizzando il modello di Kent-Park-Scott per il calcestruzzo compresso e il modello di Menegotto-Pinto per l'acciaio: da esso si evince un particolare comportamento di tipo *flag-shape*, dovuto probabilmente alla mancanza della componente di trazione e del suo corrispondente ramo di ricarico. Introducendo invece il ramo a trazione di tipo *nonlinear tension softening*, come ad esempio il modello di Reinhardt, accoppiato al modello in compressione di Kent-Park-Scott, si ottiene quanto riportato in Figura 5.13(b). La Figura 5.14 riporta i due diagrammi sovrapposti per confronto.

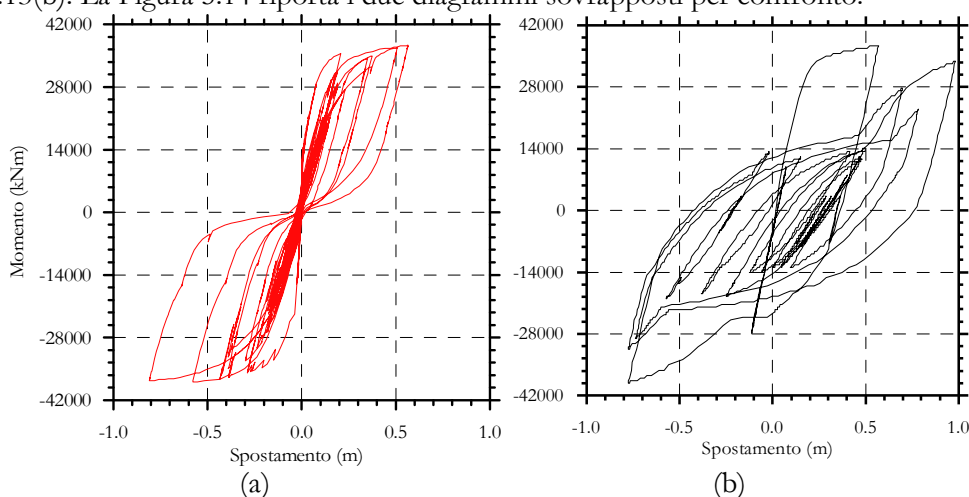


Figura 5.19 – Ciclo isteretico per calcestruzzo di Kent-Park-Scott (a) e Kent-Park-Scott con comportamento *nonlinear softening* a trazione (b)

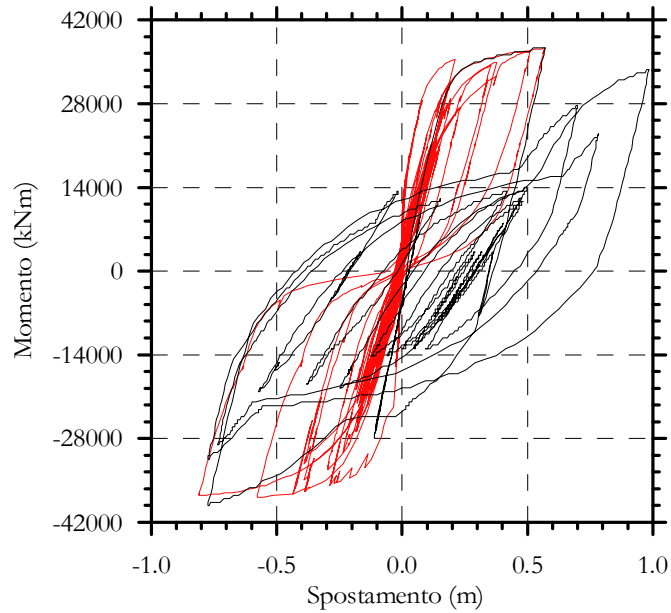


Figura 5.20 – Confronto tra i due cicli isterici

Nel seguito pertanto si utilizzerà il legame costitutivo di Kent-Park-Scott per il calcestruzzo compresso ed il legame di Reinhardt per il calcestruzzo teso, in quanto restituisce dei cicli isteretici più attendibili.

## **CAPITOLO 6: VERIFICA DEI RISULTATI RELATIVI ALLE PARETI IN C.A. MEDIANTE ANALISI DINAMICHE NON LINEARI**

### **6.1 INTRODUZIONE**

Nel presente Capitolo si valuta l'affidabilità dell'approccio DDBD sulle pareti studiate in precedenza, per confronto con i risultati di analisi dinamiche non lineari. In particolare, si è proceduto dapprima con modelli a plasticità concentrata e successivamente con modelli a plasticità diffusa.

Come già anticipato al Capitolo 5 il modello a plasticità concentrata risulta di più largo impiego e di più semplice implementazione. Esso presenta tuttavia la gravosa limitazione di dover stabilire a priori la posizione in cui si formerà la cerniera plastica. Nonostante ciò, per un edificio a mensola, tale modello risulta affidabile fin tanto che la plasticità possa considerarsi concentrata alla base. Nel seguito si stabilirà infatti quando tale ipotesi debba essere rimossa e occorra passare a metodi di verifica più accurati.

Per poter eseguire un'analisi dinamica non lineare con una modellazione a plasticità concentrata è necessario definire:

- una serie di accelerogrammi spettrocompatibili con lo spettro di progetto;
- un opportuno modello di smorzamento che tenga conto sia del ciclo isteretico sia del materiale;
- un modello isteretico che approssimi il comportamento ciclico della sezione in cemento armato a partire dal legame Momento-Curvatura adottato per la sezione;
- una tipologia di elementi finiti che consenta di applicare localmente la non-linearità del materiale;

La serie di cinque pareti presentata al terzo Capitolo è stata verificata con modelli a plasticità concentrata e con modelli a plasticità diffusa anche per il progetto condotto con approccio alle forze

### **6.2 DETERMINAZIONE DI ACCELEROGRAMMI SPETTROCOMPATIBILI**

L'impiego di analisi dinamiche non lineari nella verifica con il metodo DDBD necessita della ricerca di opportuni accelerogrammi compatibili con lo spettro elastico agli spostamenti adottato nel progetto. La difficoltà di reperire degli accelerogrammi compatibili su tutto lo spettro ha reso necessario suddividere la ricerca in tre intervalli

di spettrocompatibilità: tra 0 s e 1 s, tra 1 s e 2 s e oltre 2 s. Per ciascuno dei succitati intervalli si è ricercata una serie di sette accelerogrammi compatibili agli spostamenti, che rispettino i parametri definiti nell'Eurocodice 8. Gli stessi spettri qui adottati saranno utilizzati, per questioni di uniformità e per poter operare un confronto diretto, anche per verificare le pareti progettate con l'approccio alle forze.

Si elencano nel seguito le serie di accelerogrammi spettrocompatibili con lo spettro elastico agli spostamenti, calcolato per un terreno di tipo C con un'accelerazione di base al piede di 0.5 g. I parametri per definire la spettrocompatibilità sono definiti nell'Eurocodice 8.

Al fine di determinare uno spettro medio che rispetti i parametri dell'Eurocodice 8 è stato necessario introdurre, in ogni serie, alcuni accelerogrammi artificiali, di durata 20.0 s e periodo stazionario 10.0 s.

Le Figure 6.1-6.7, 6.9-6.16 e 6.18-6.25 presentate nel seguito, infatti, riportano, per ciascun accelerogramma che compone ognuna delle tre serie, l'accelerazione (a), la velocità (b) e lo spostamento (c) del suolo nel tempo. Inoltre in (d) ed (e) sono riportati rispettivamente lo spettro di risposta in termini di accelerazione e di spostamento, confrontati coi rispettivi spettri di progetto.

Le Figure 6.8, 6.17 e 6.26 riepilogano in grassetto gli spettri di progetto rispettivamente in accelerazione e in spostamento, con linea continua gli spettri relativi agli accelerogrammi che compongono le tre serie analizzate e che risultano spettrocompatibili entro 1 s, tra 1 s e 2 s e oltre 2 s, e in rosso la media dei predetti spettri. Le Tabelle 6.1, 6.2 e 6.3 riportano, inoltre, per ciascun accelerogramma di ogni serie, il sito epicentrale, la durata, il passo temporale di campionamento del sisma e il fattore di scala impiegato nella serie al fine di ottenerne la spettro compatibilità.

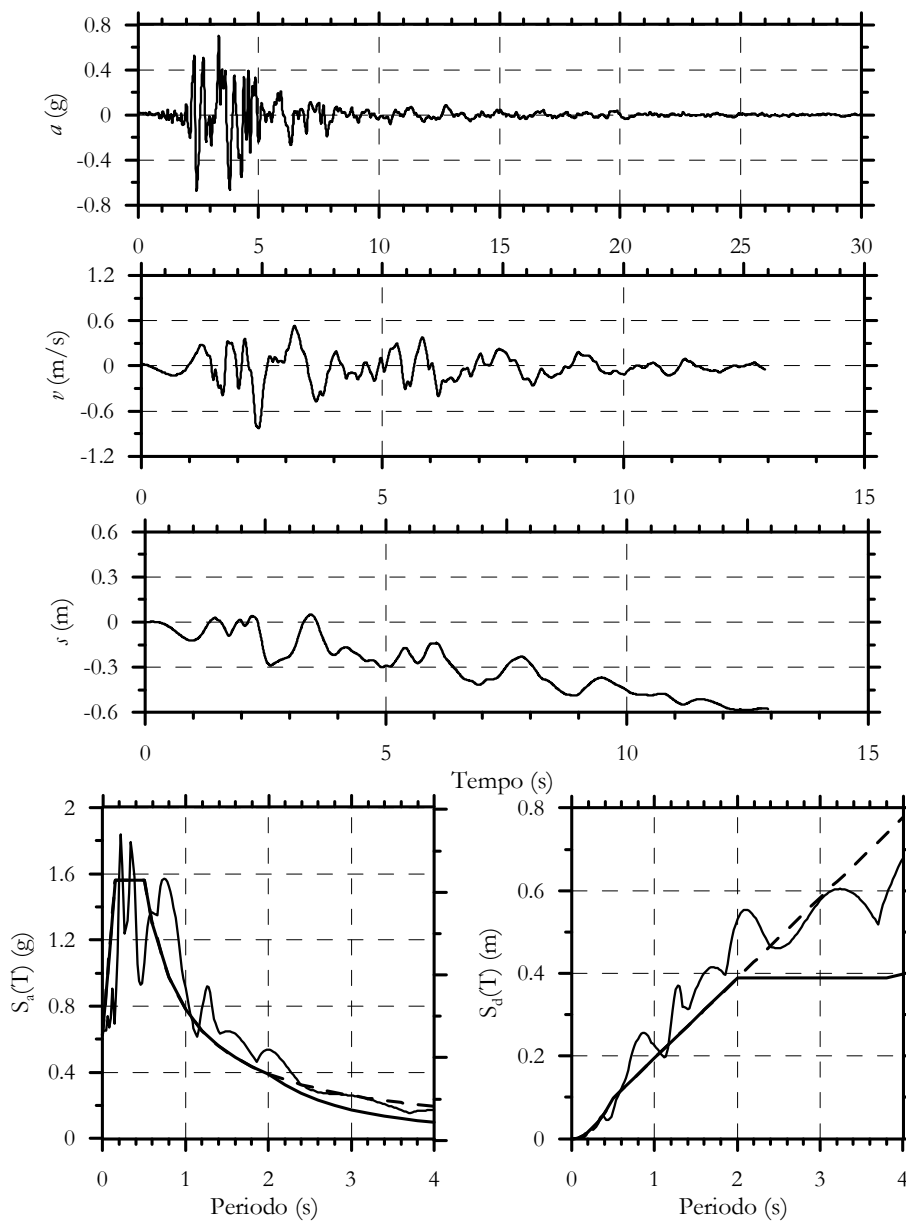


Figura 6.1 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del primo evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

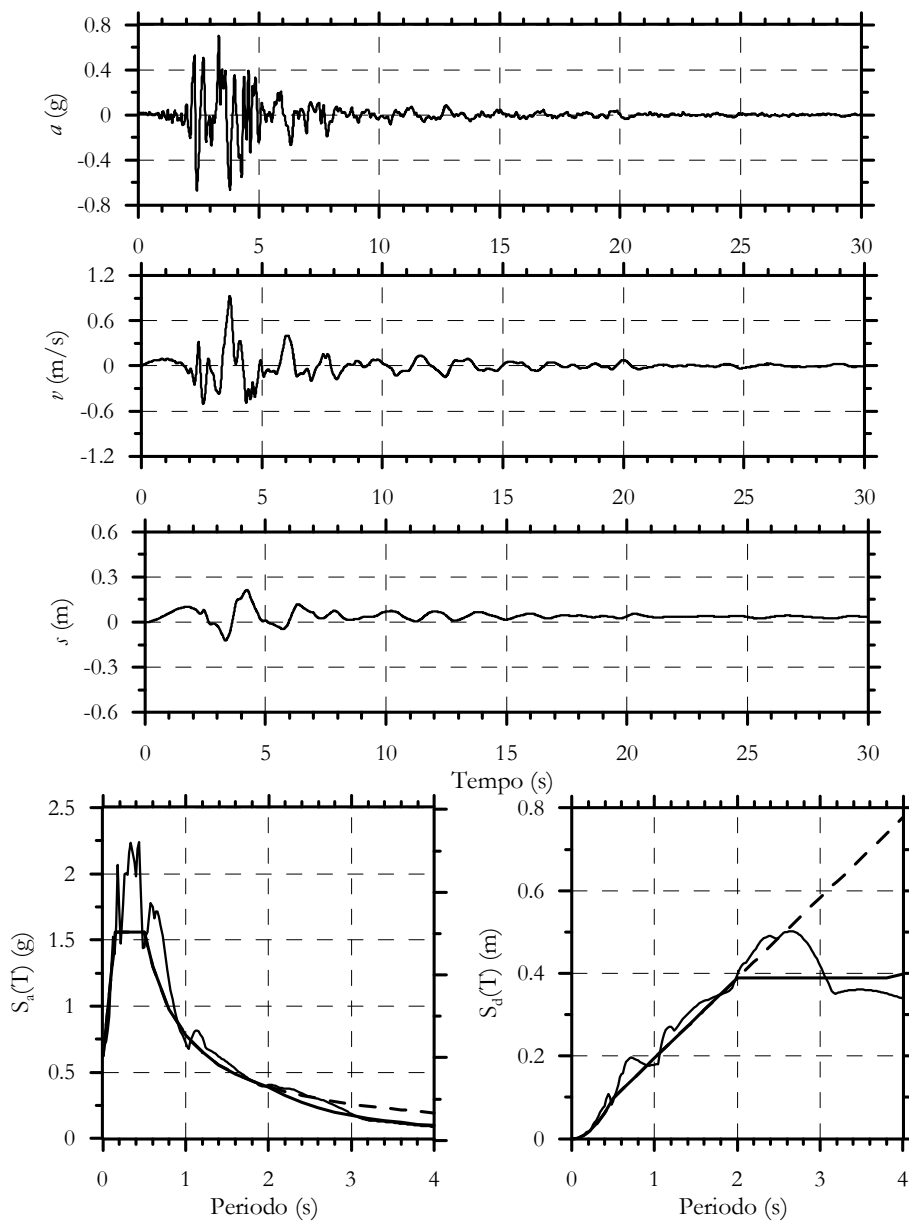


Figura 6.2 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del secondo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

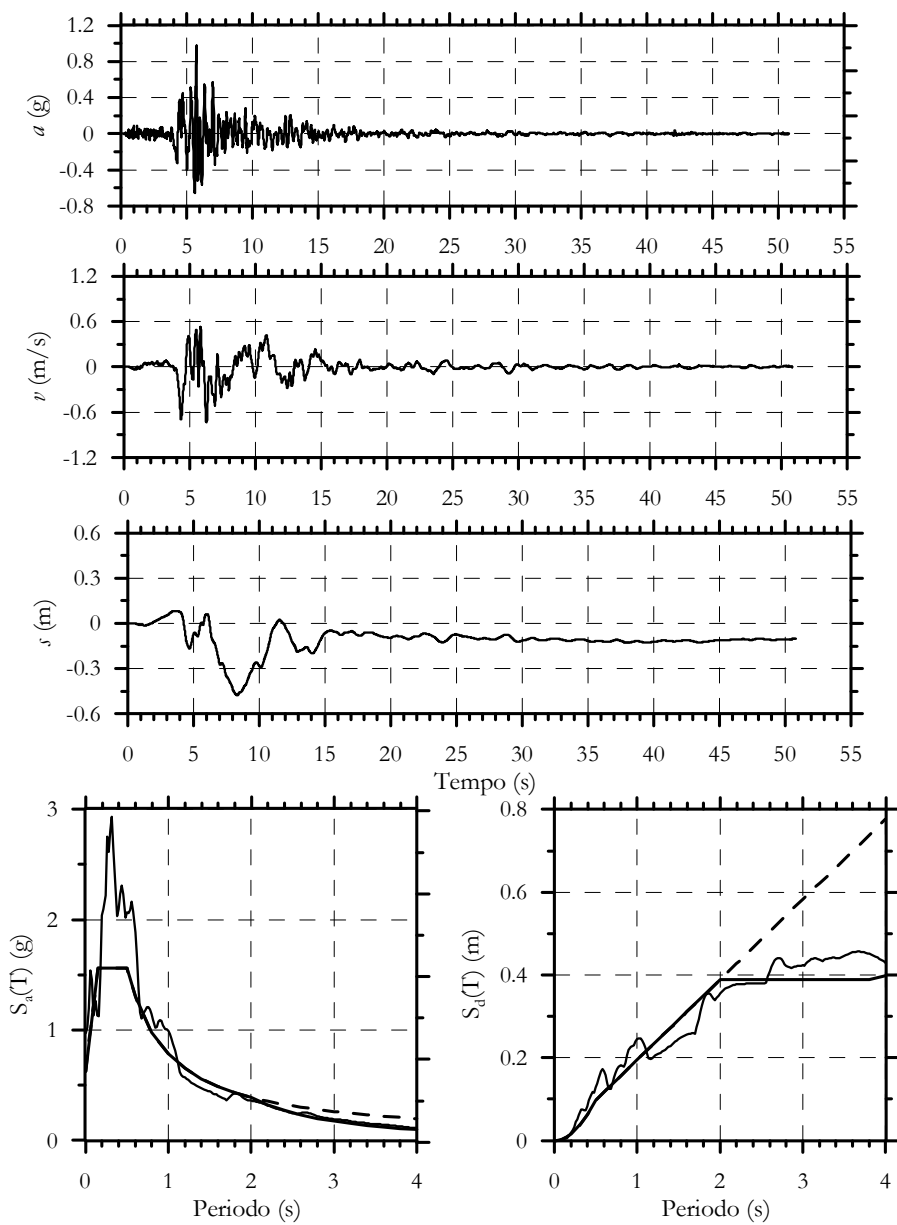


Figura 6.3 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del terzo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

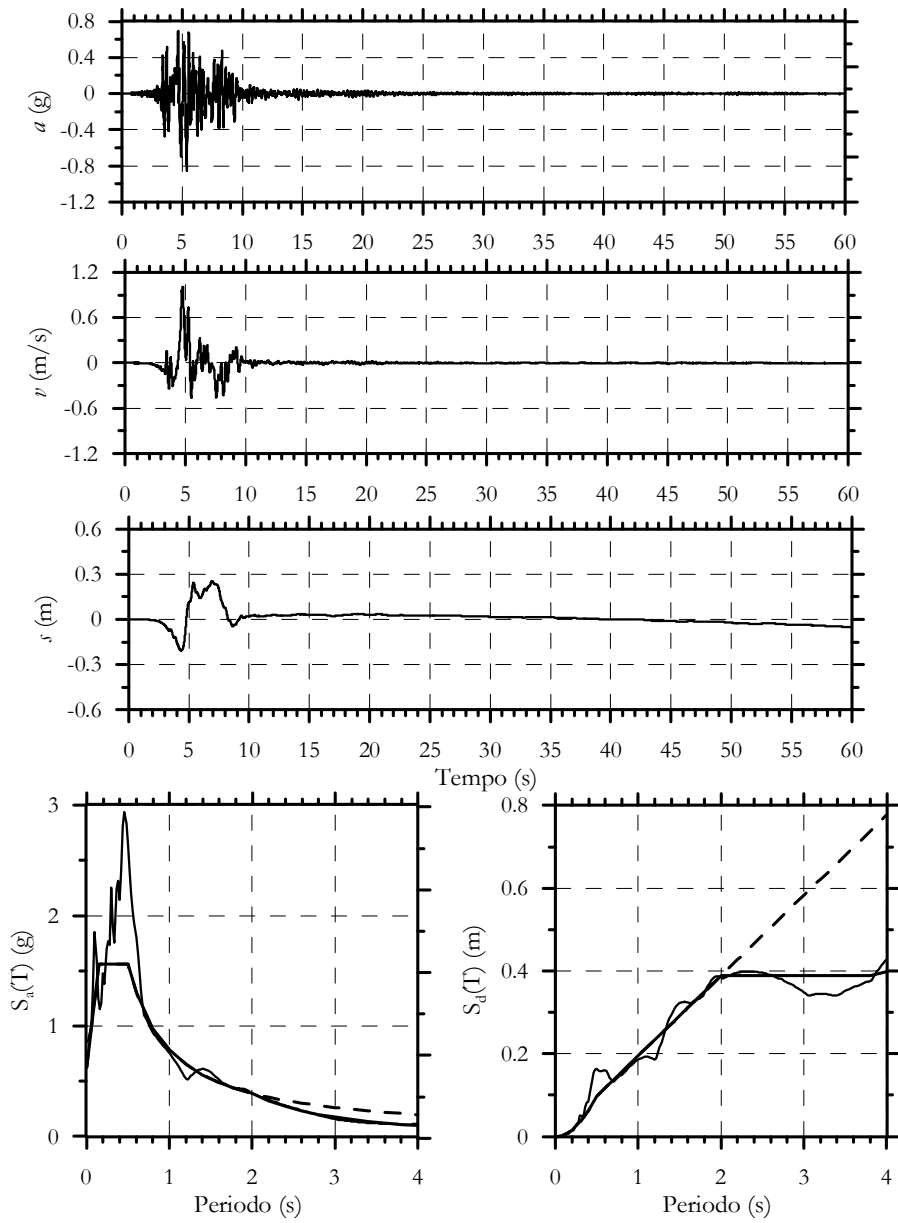


Figura 6.4 - (a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quarto evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.



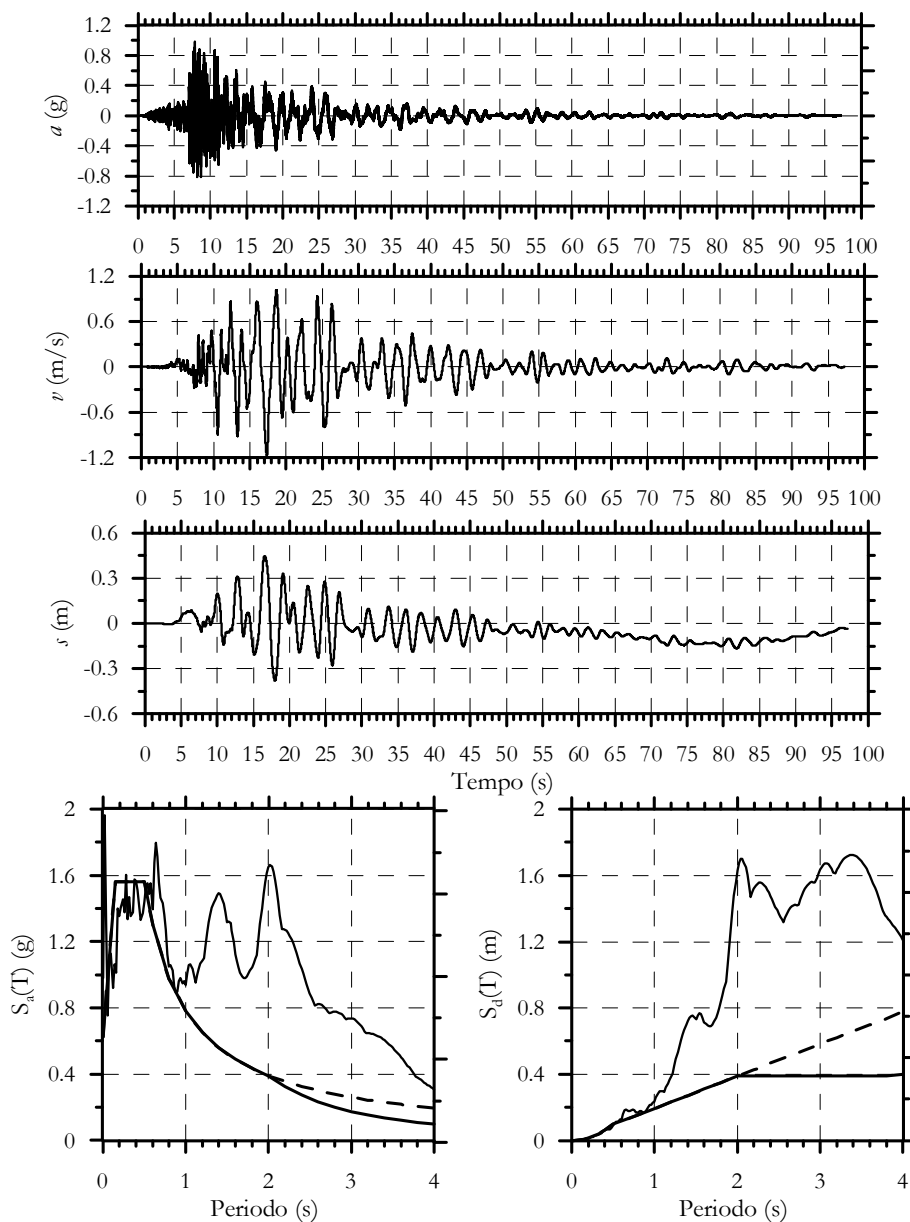


Figura 6.5 - (a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quinto evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

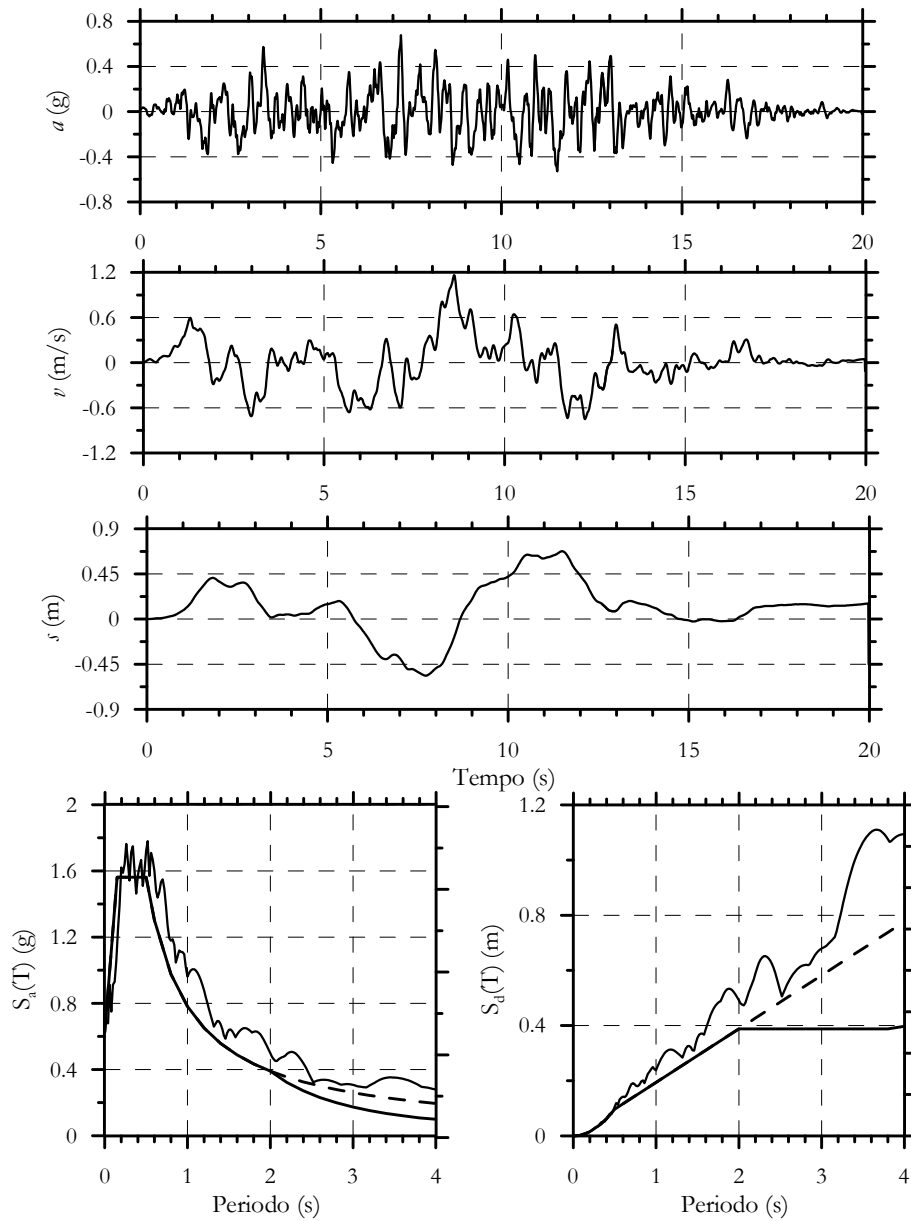


Figura 6.6 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del sesto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

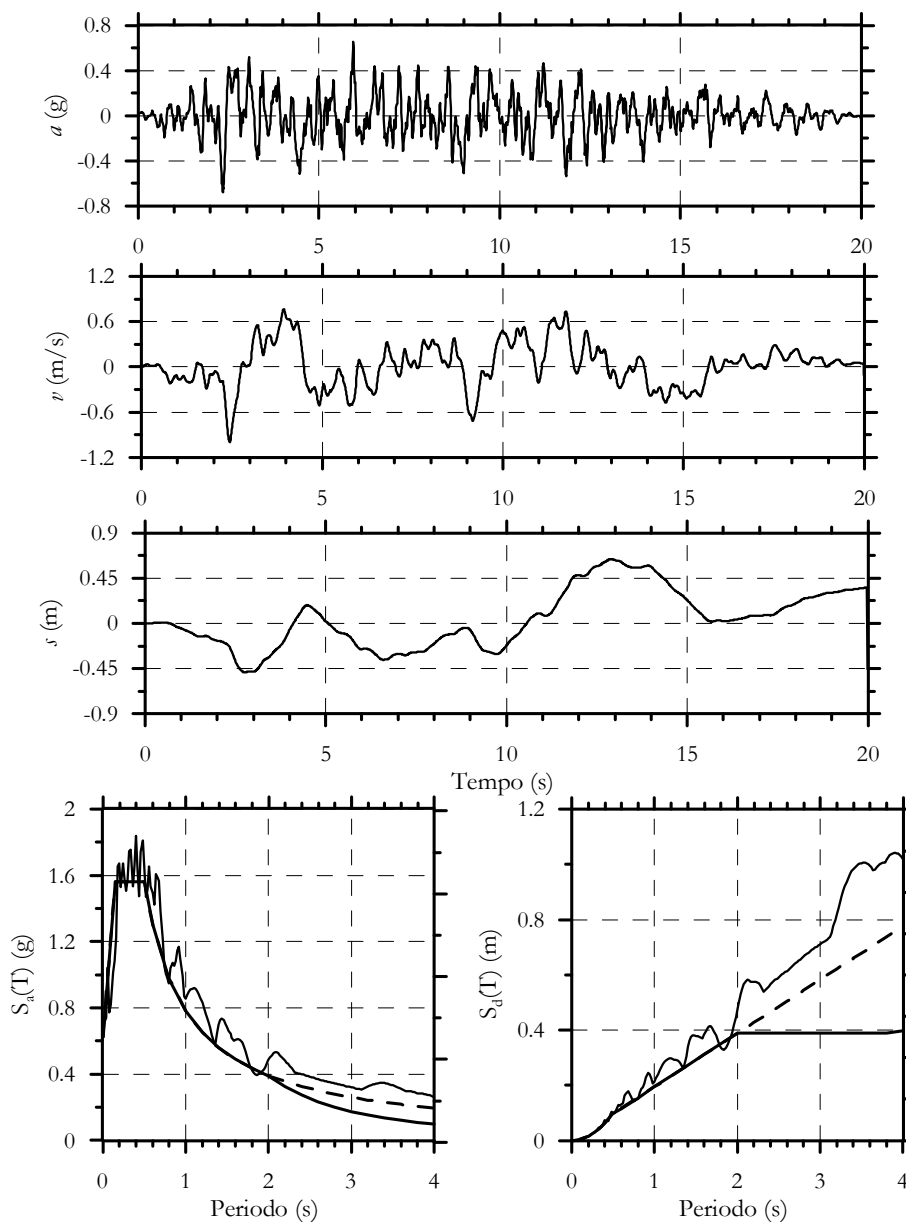


Figura 6.7 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del settimo evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 0 e 1 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

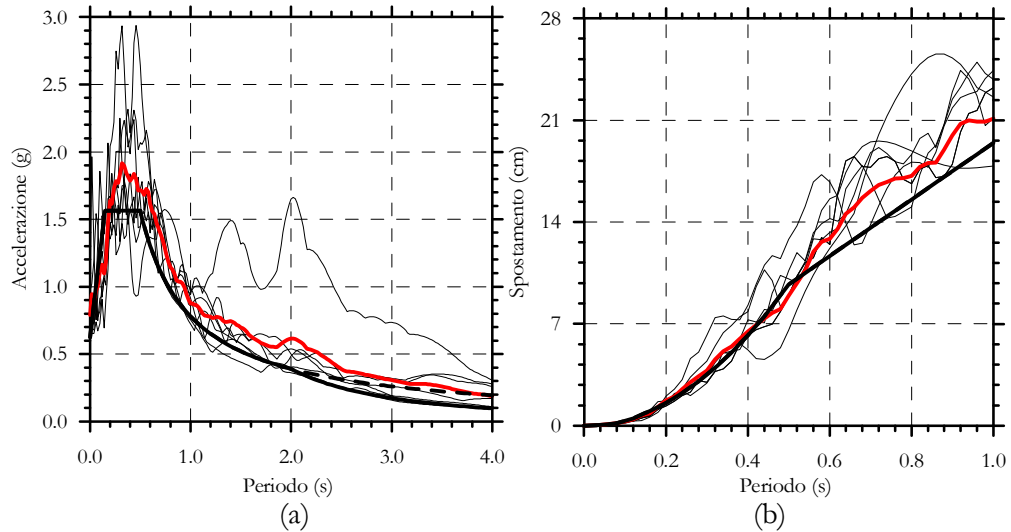


Figura 6.8. Spettro elastico in accelerazione (a) e in spostamento (b) spettrocompatibile agli spostamenti tra 0 s e 1 s.

Tabella 6.1 – Serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 0 s e 1 s.

Accelerogramma	Epicentro	Durata (s)	$\Delta t$ (s)	Fattore di scala
1	Duzce	25.890	0.010	1.15
2	Kalamata	29.995	0.005	3.00
3	Bolu	50.850	0.010	1.30
4	Hella	60.000	0.005	1.80
5	Gubbio	97.225	0.005	8.50
6	Artificiale 1	19.990	0.010	1.00
7	Artificiale 2	19.990	0.010	1.00

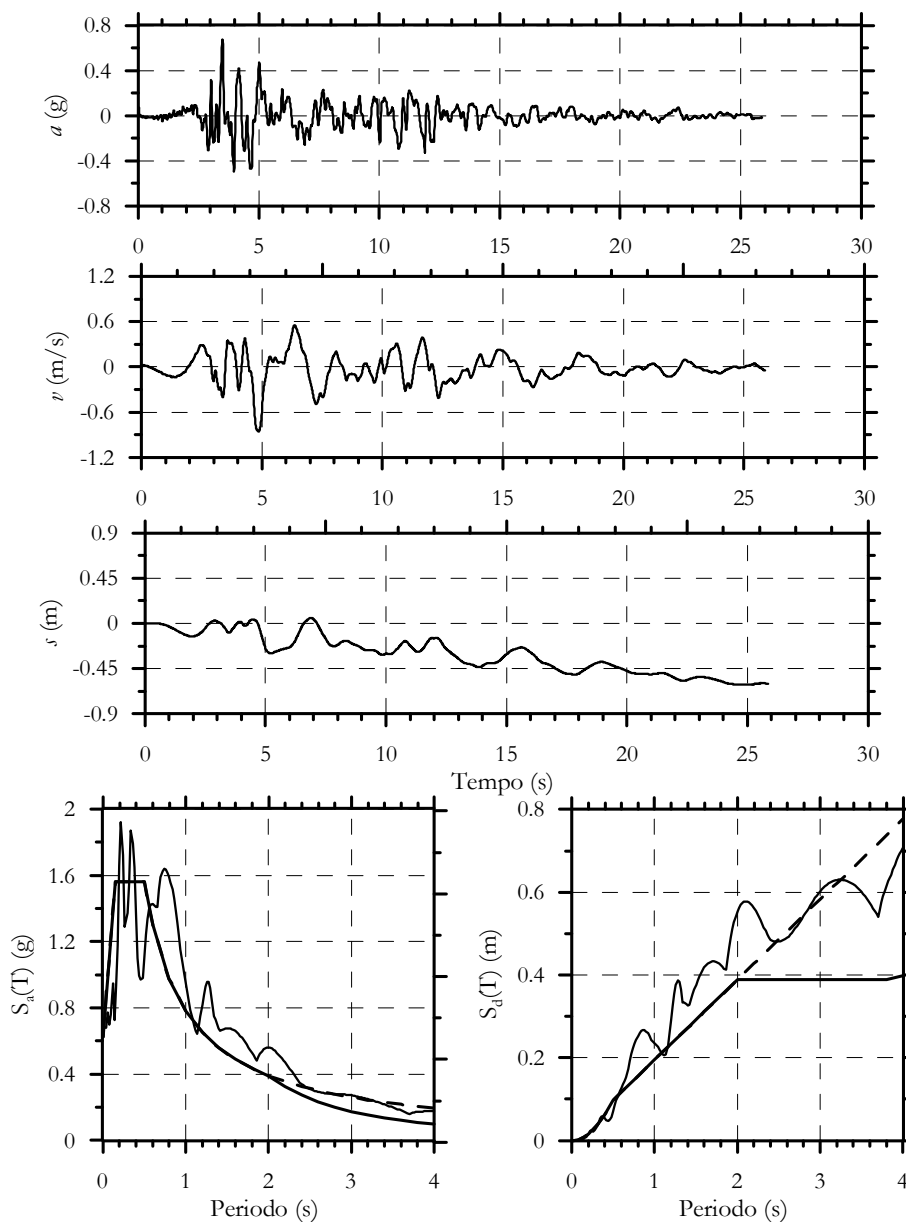


Figura 6.9 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del primo evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

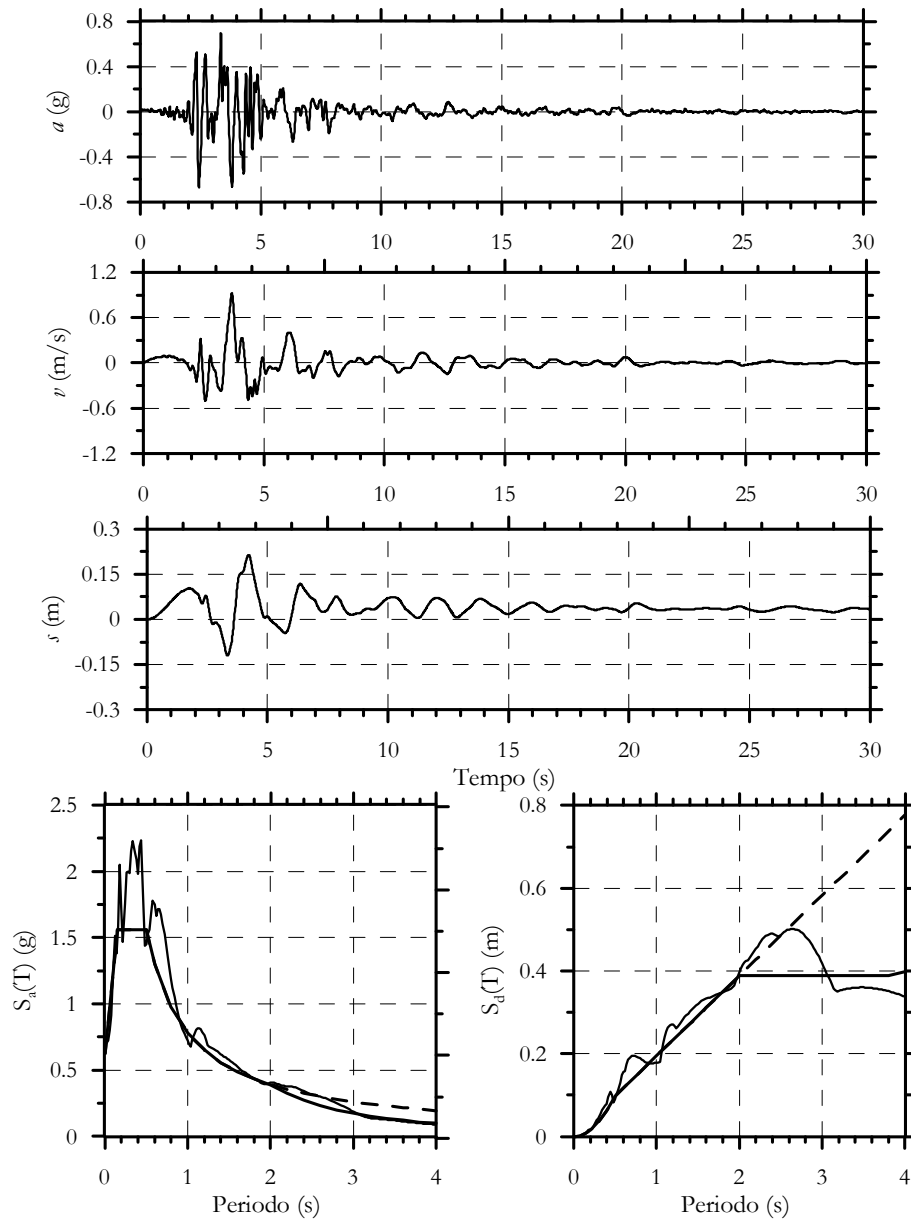


Figura 6.10 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del secondo evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

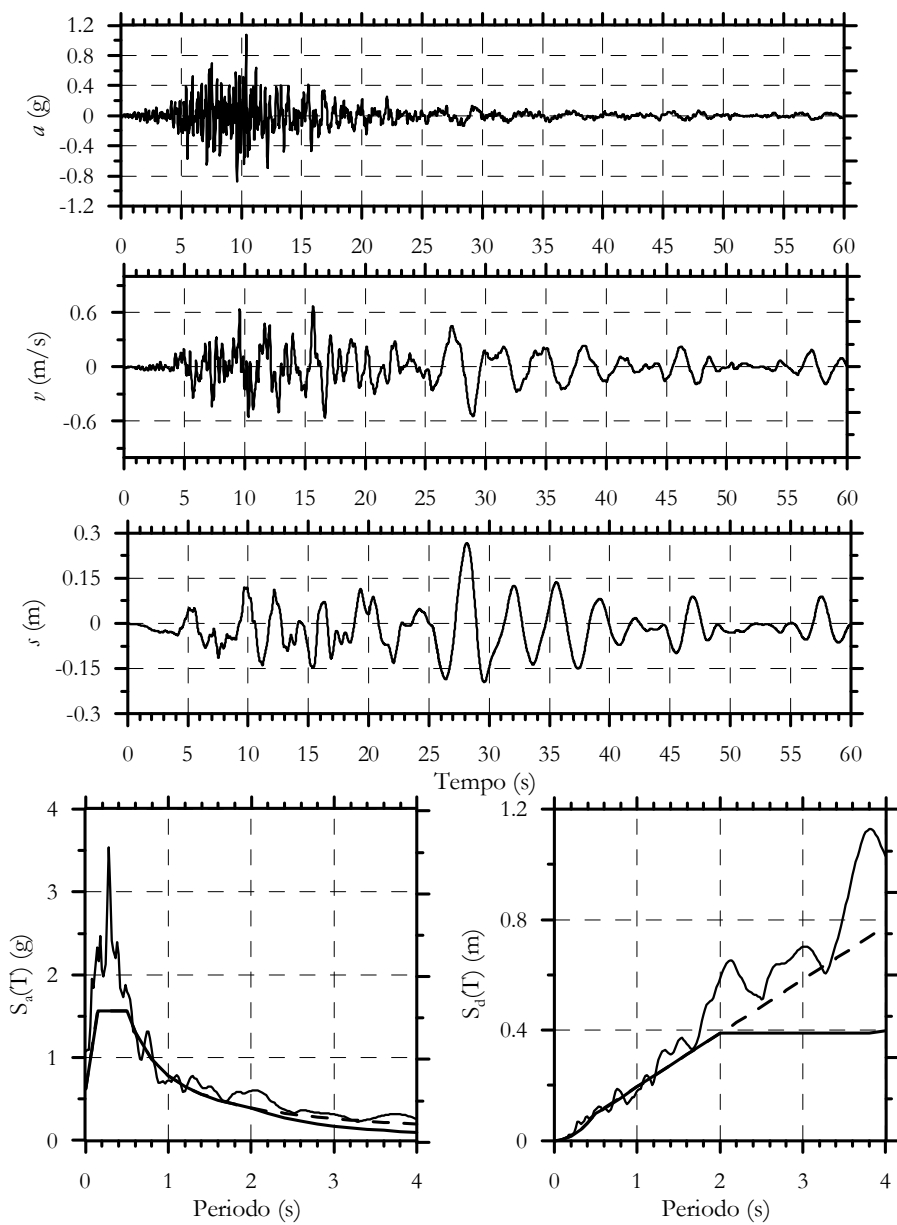


Figura 6.11 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del terzo evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

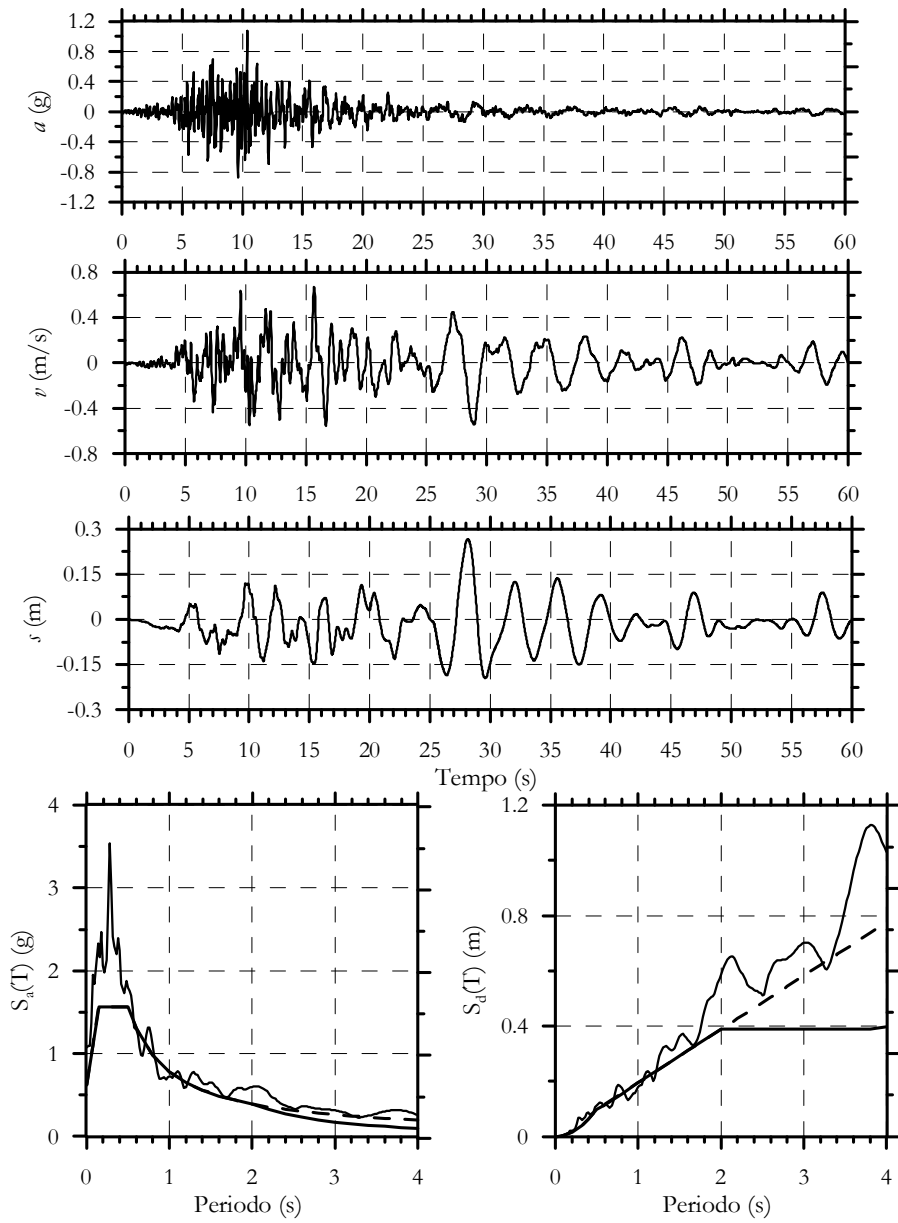


Figura 6.12 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quarto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.



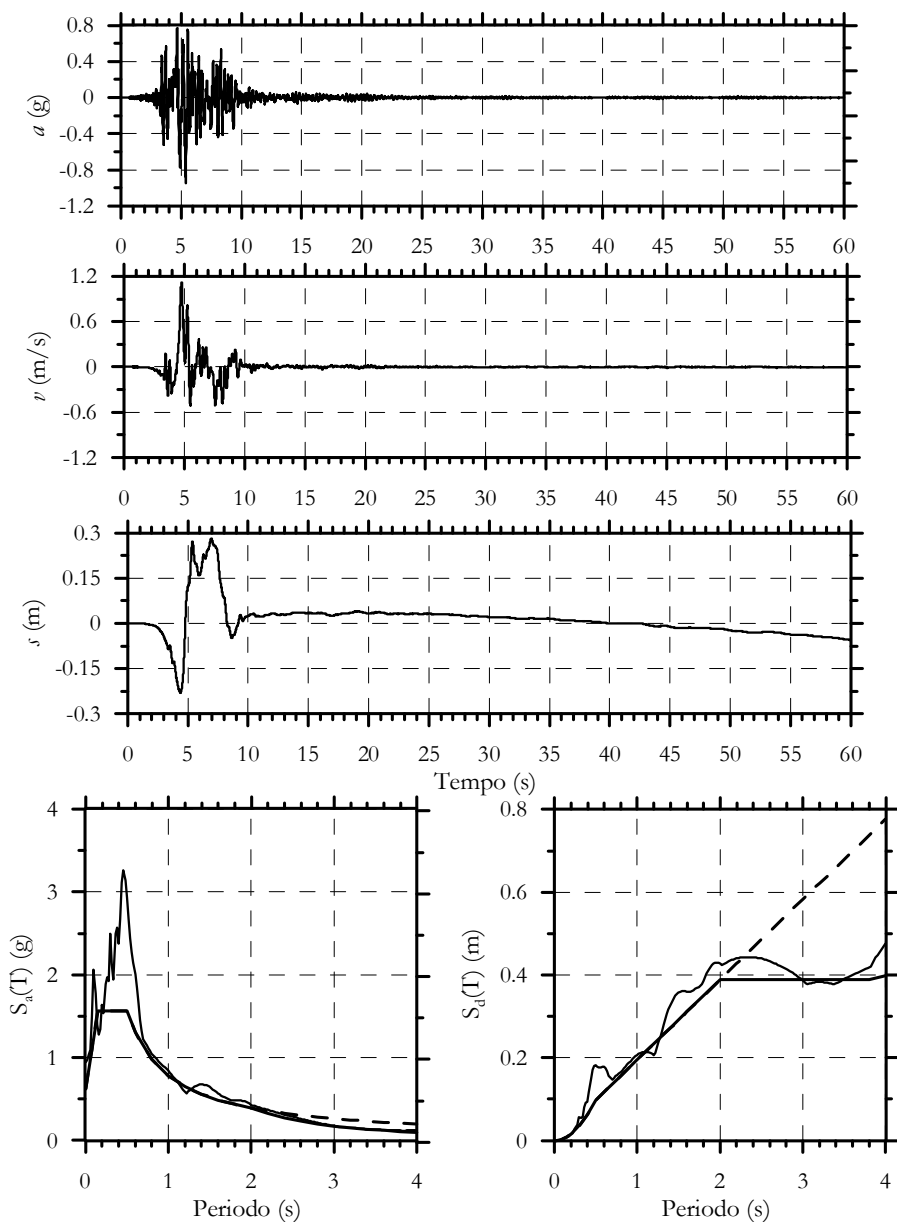


Figura 6.13 - Figure 8: –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quindi evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

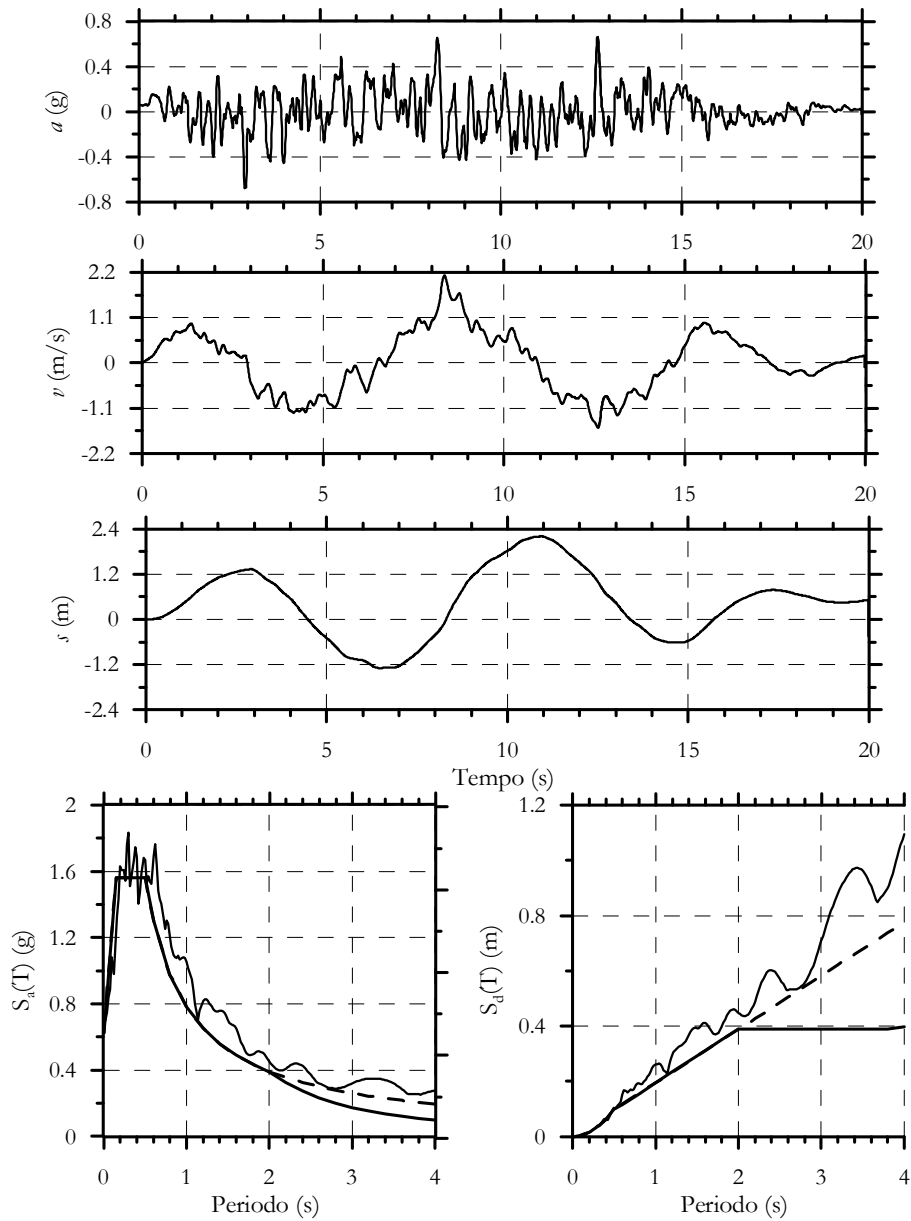


Figura 6.14 - Figure –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del sesto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

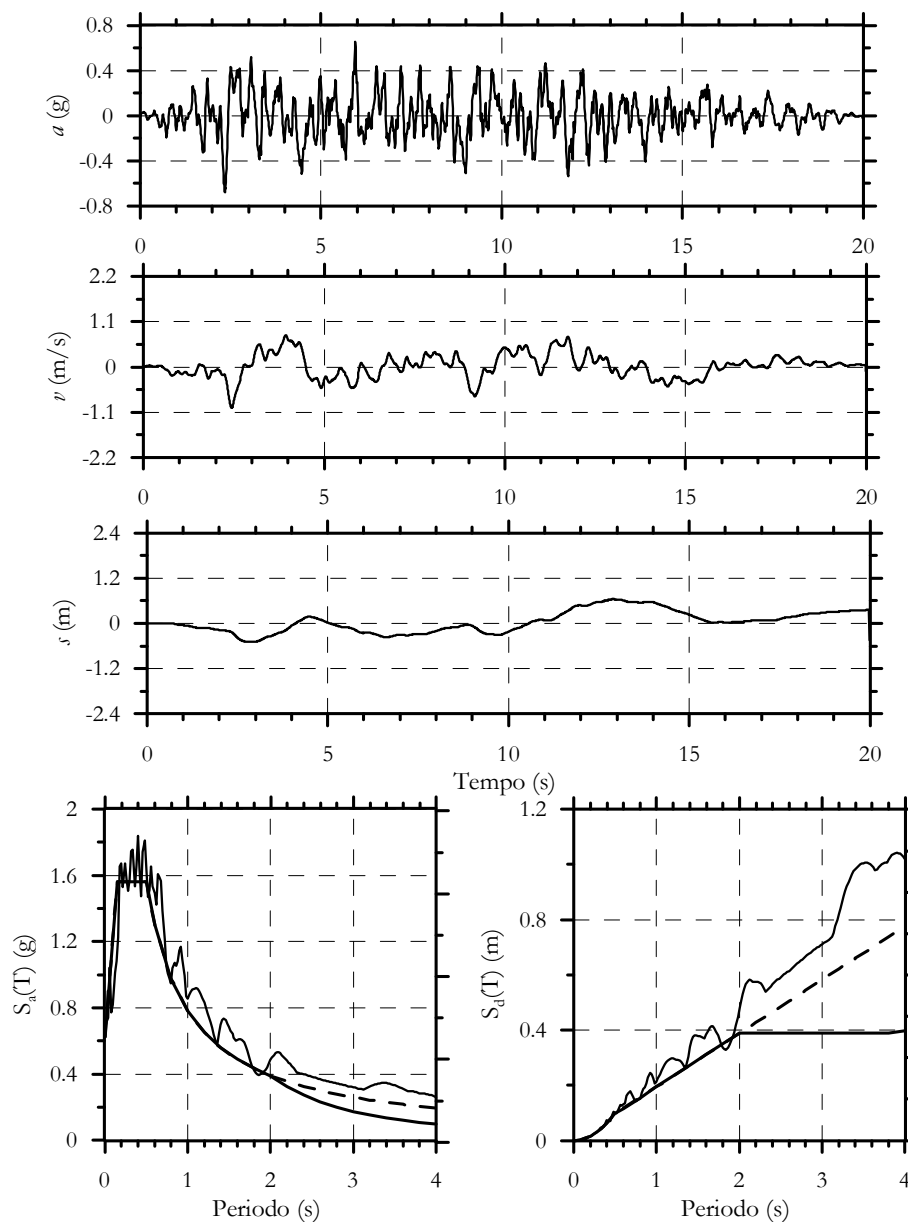


Figura 6.15 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del settimo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili tra 1 e 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

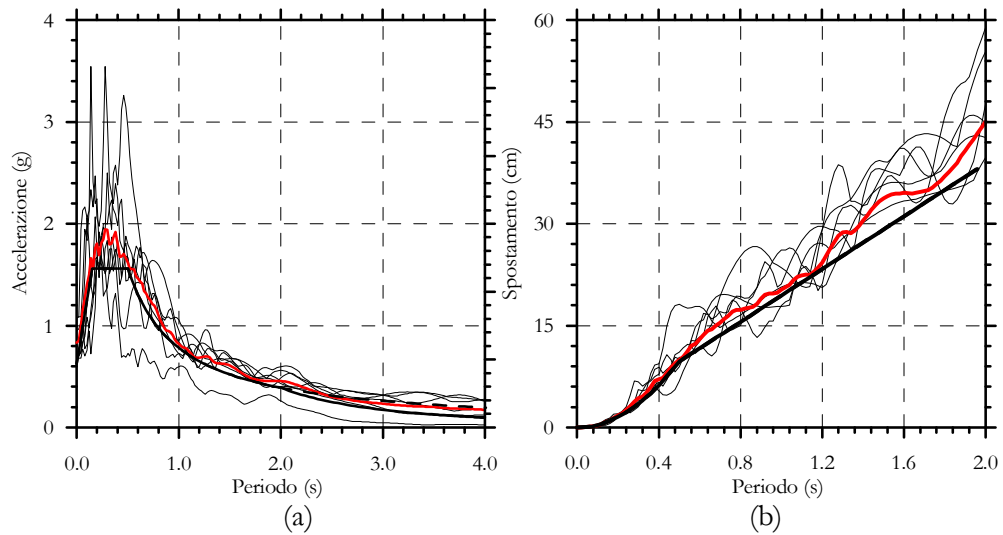


Figura 6.16 Spettro elastico in accelerazione (a) e in spostamento (b) spettrocompatibile agli spostamenti tra 1 s e 2 s.

Tabella 6.2. – Serie di accelerogrammi spettrocompatibili tra 1 s e 2 s.

Accelerogramma	Epicentro	Durata (s)	$\Delta t$ (s)	Fattore di scala
1	Duzce	25.890	0.010	1.20
2	Kalamata	29.995	0.005	3.10
3	Kocaeli – 1	70.380	0.020	2.10
4	Northridge – Baldwin	60.000	0.020	4.50
5	Hella	60.000	0.005	2.00
6	Artificiale 3	19.990	0.010	1.00
7	Artificiale 2	19.990	0.010	1.00

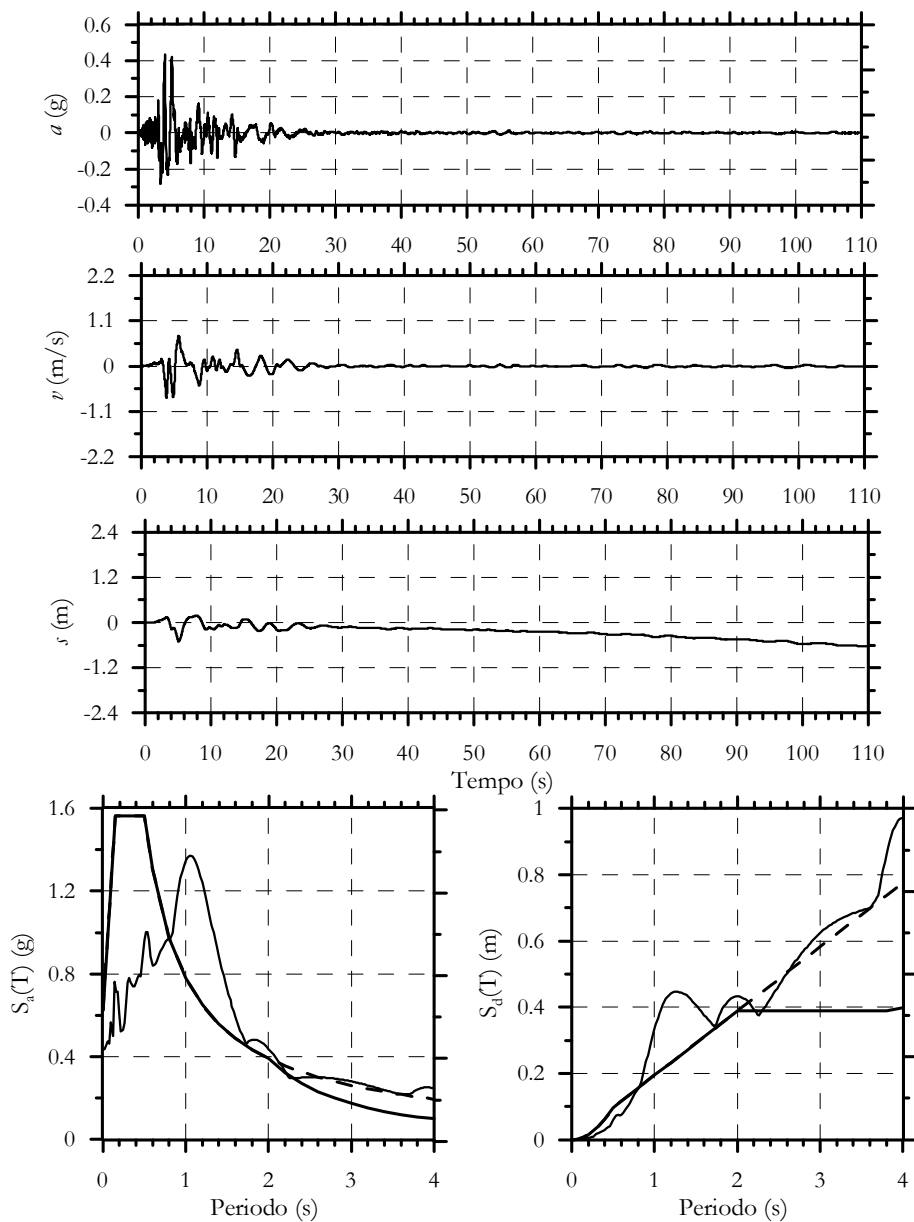


Figura 6.17 - (a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del primo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

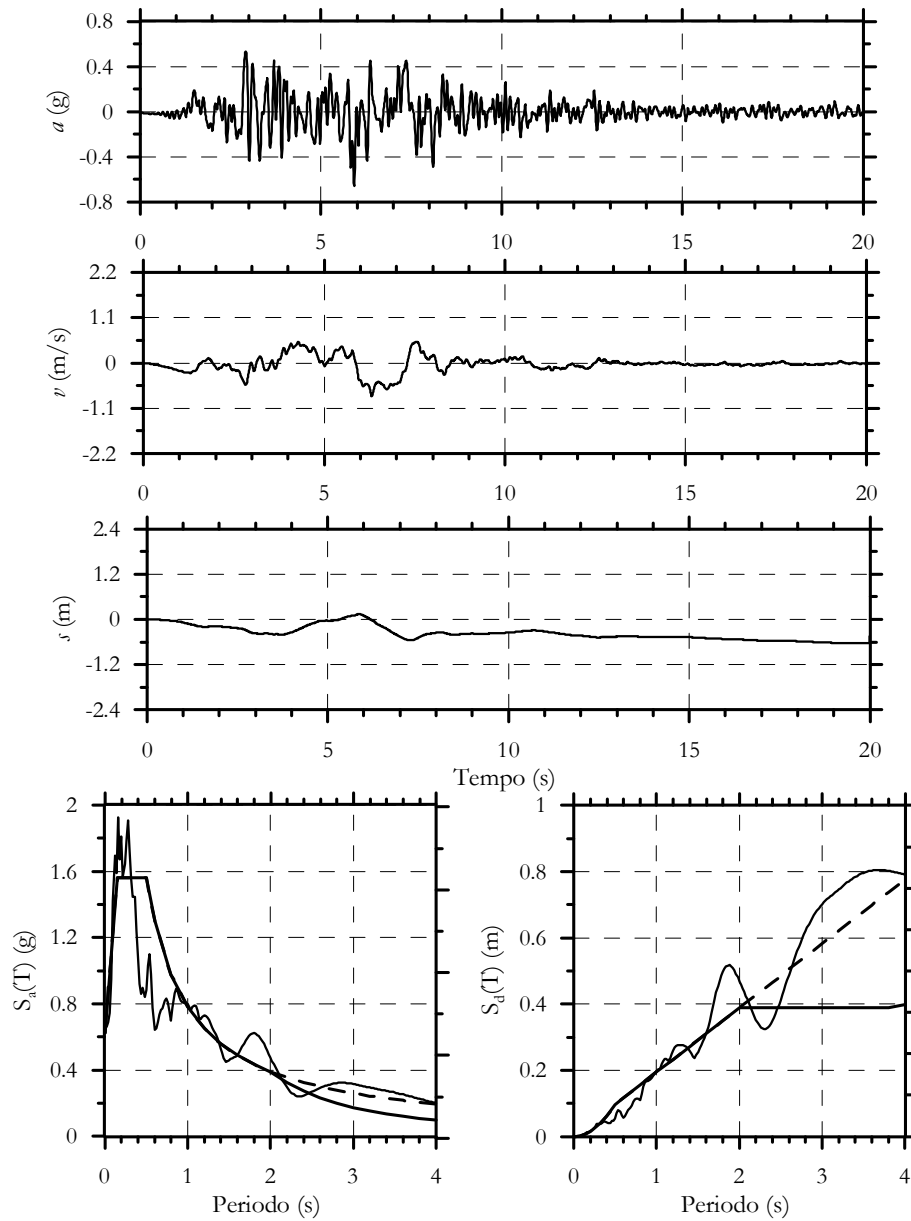


Figura 6.18 - (a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del secondo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

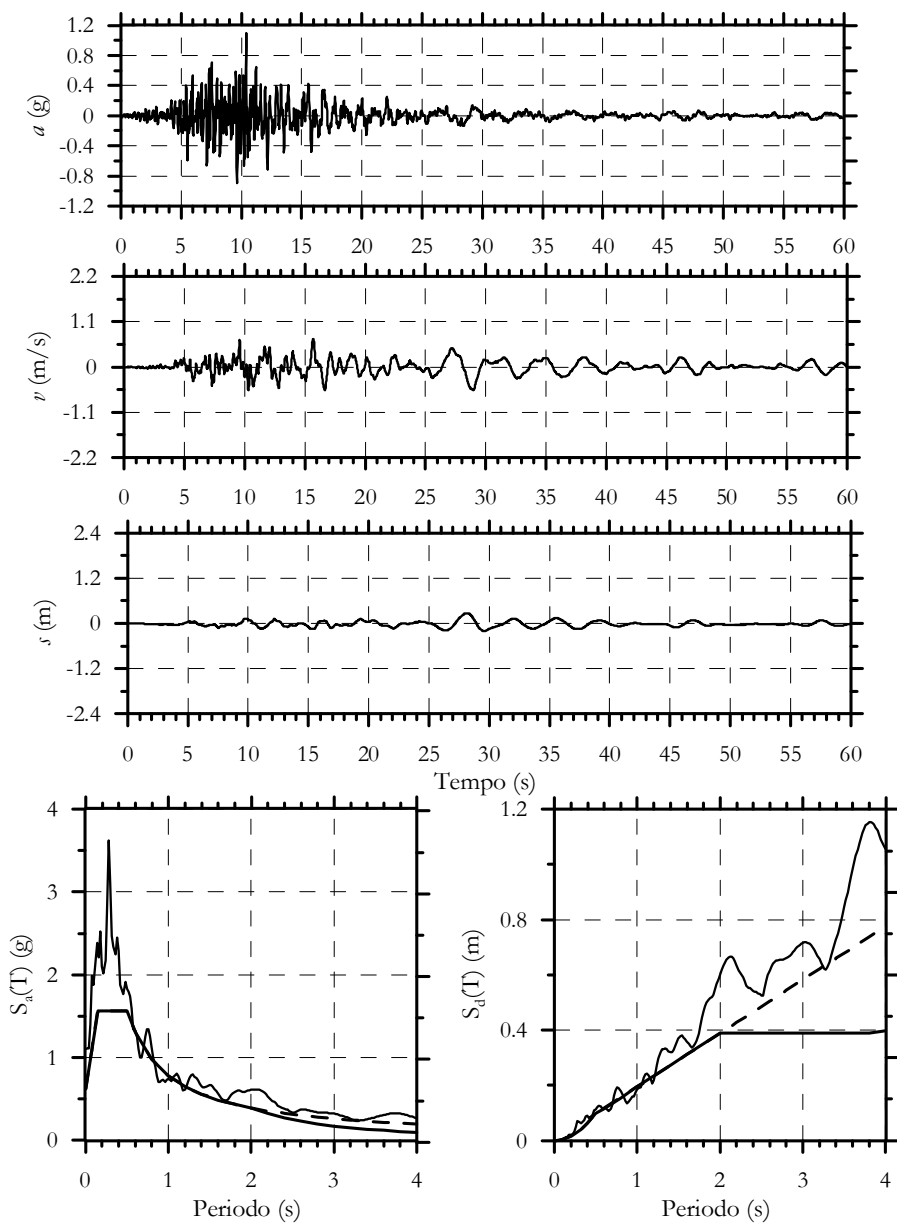


Figura 6.19 --(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del terzo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

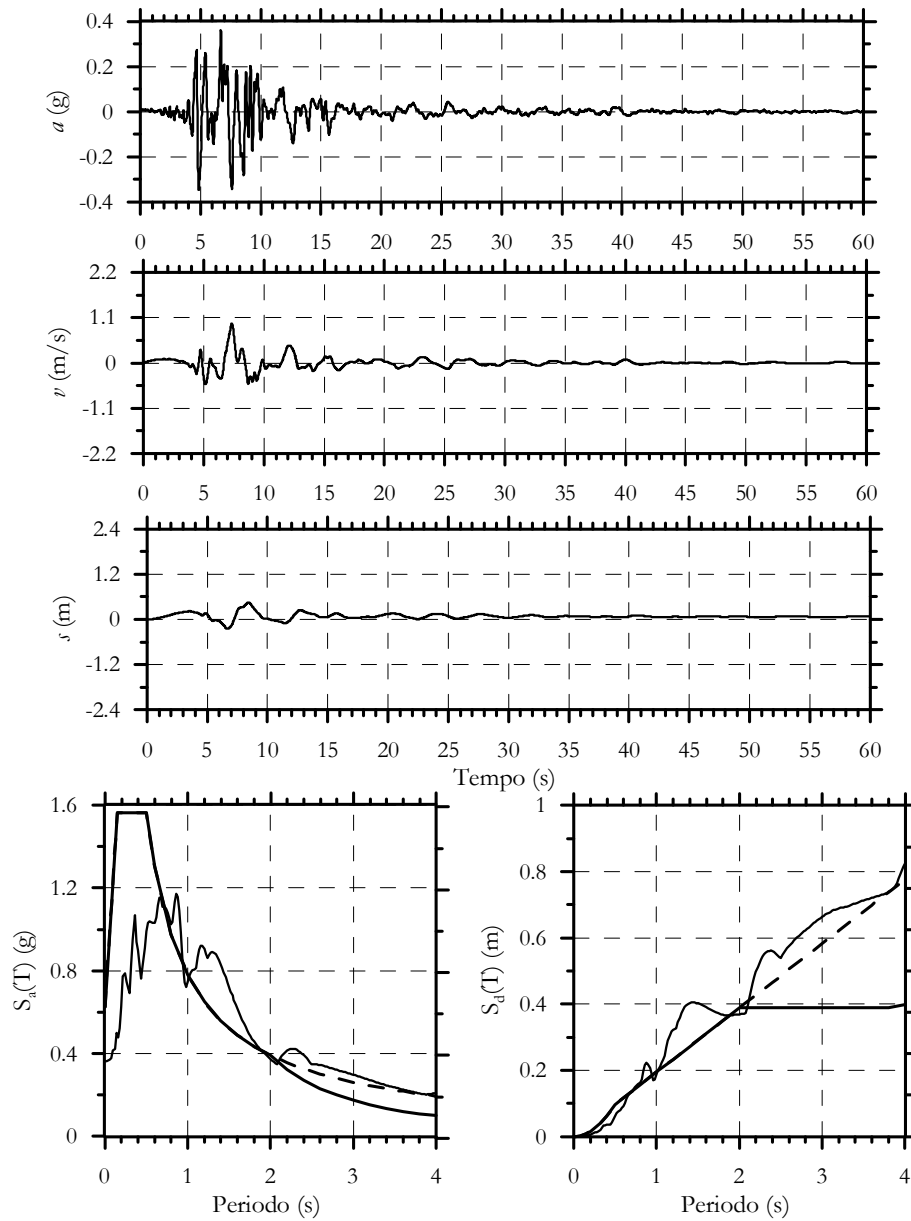


Figura 6.20 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quarto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.



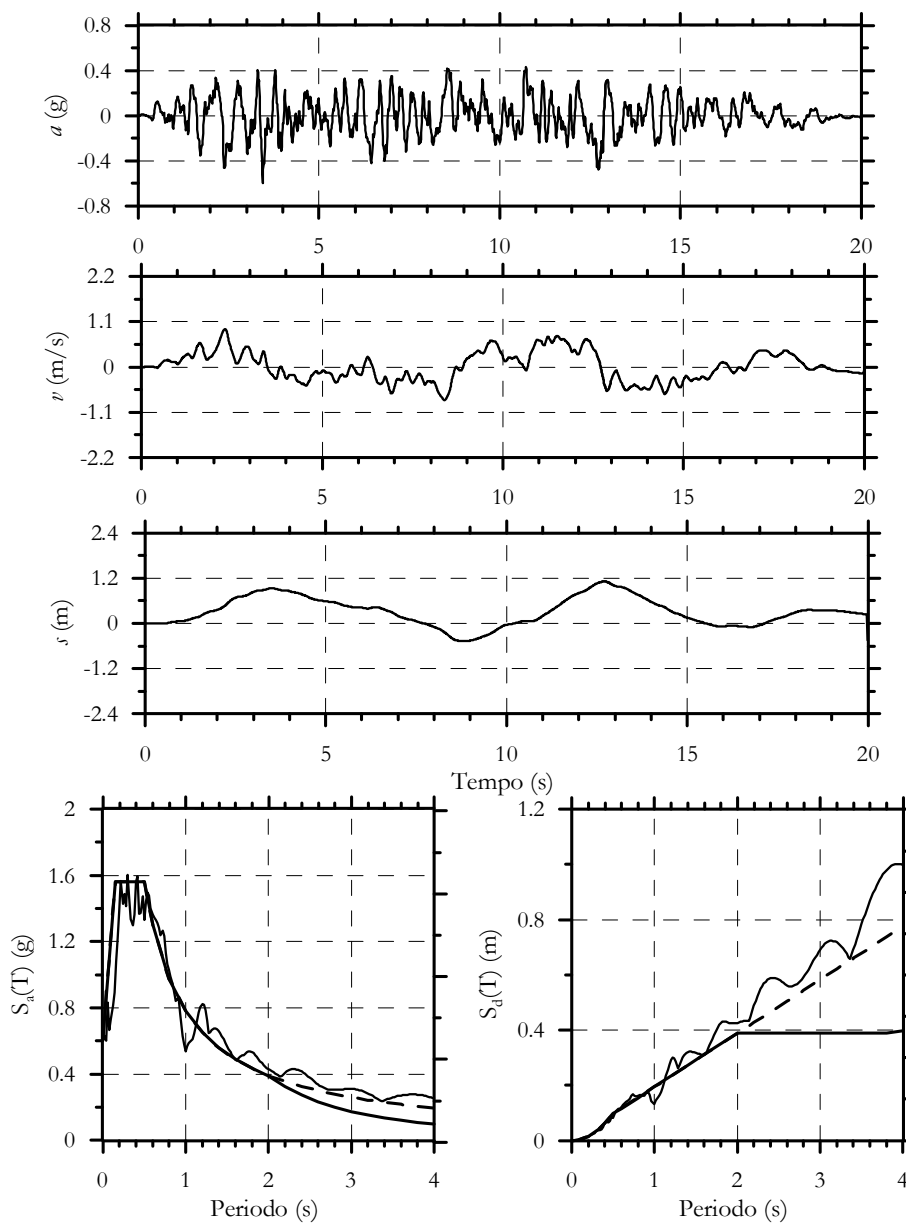


Figura 6.21 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del quinto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

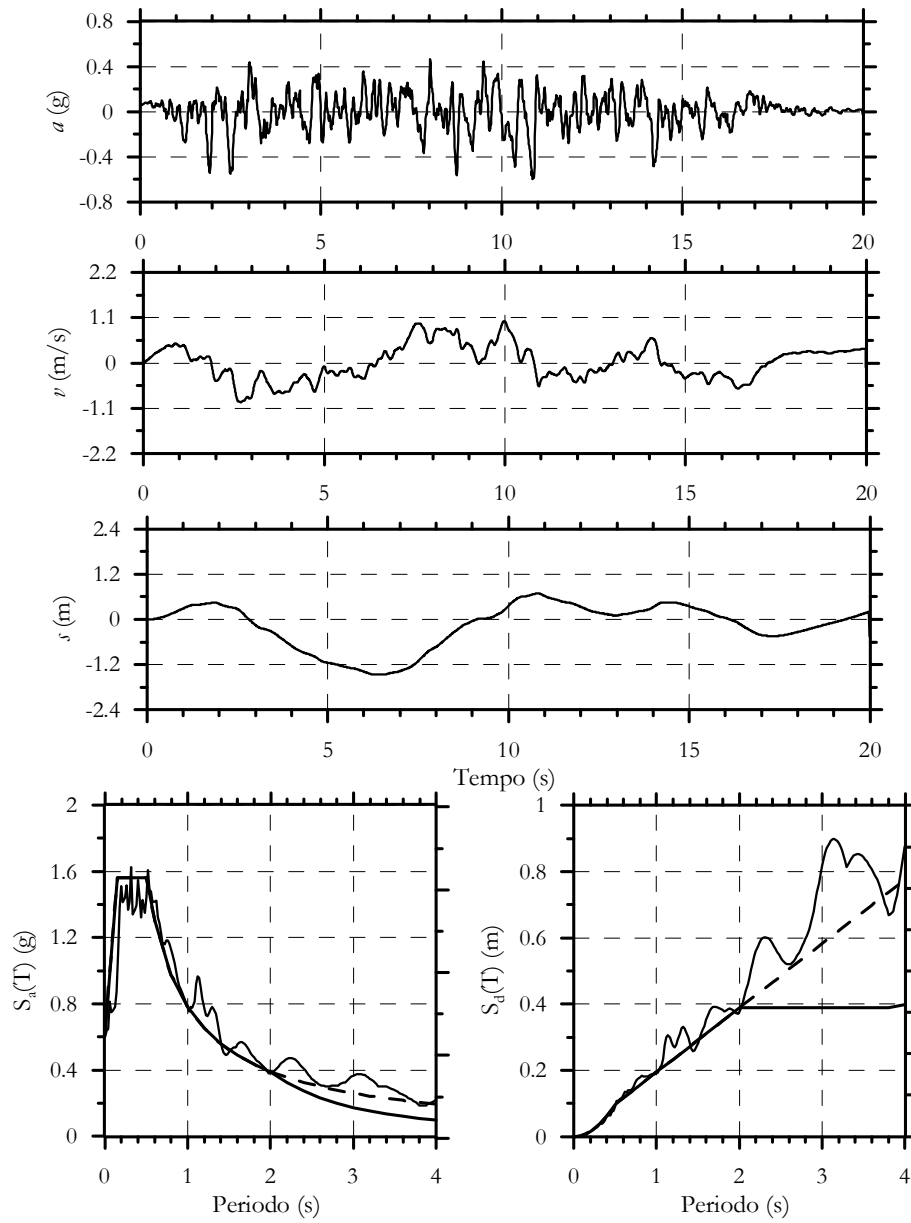


Figura 6.22 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del sesto evento sismico della serie di accelerogrammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

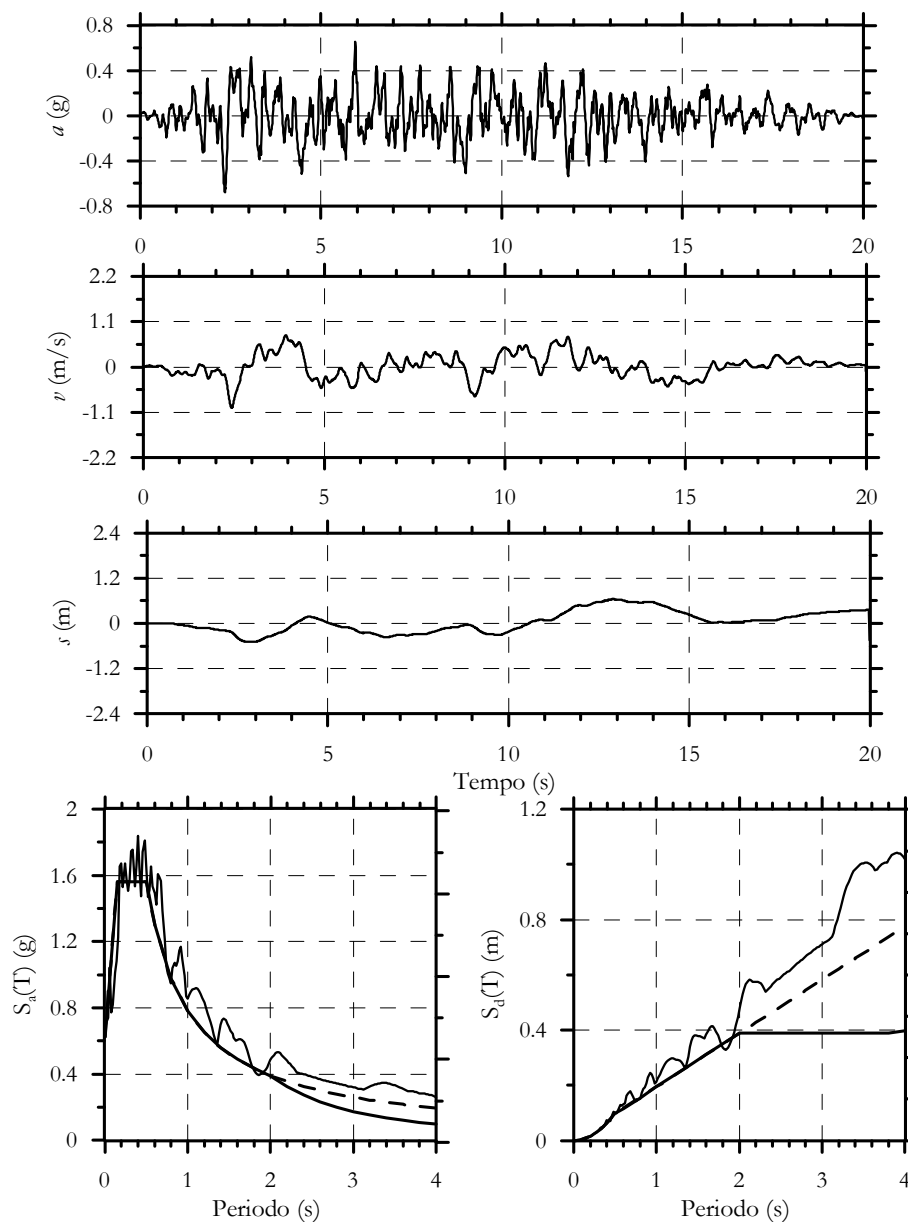


Figura 6.23 –(a) accelerazione, (b) velocità e (c) spostamento nel tempo del settimo evento sismico della serie di accelero grammi spettrocompatibili oltre 2 s, (d) spettro in accelerazione e (e) spettro di spostamento, a confronto con gli spettri elastici di progetto.

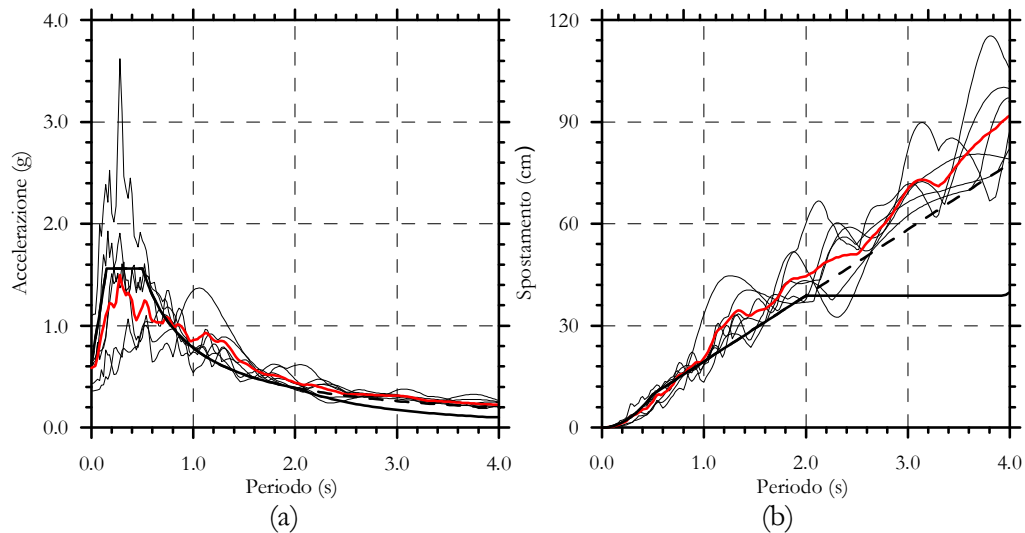


Figura 6.24. Spettro elastico in accelerazione (a) e in spostamento (b) spettrocompatibile agli spostamenti oltre i 2 s.

Tabella 6.3 – Serie di accelerogrammi spettrocompatibili oltre 2 s.

Accelerogramma	Epicentro	Durata (s)	$\Delta t$ (s)	Fattore di scala
1	Port Island	109.98	0.01	1.50
2	Kocaeli – 2	20.00	0.01	1.05
3	Northridge – Baldwin	60.00	0.02	4.60
4	Kalamata	60.00	0.01	1.55
5	Artificiale 4	19.99	0.01	1.00
6	Artificiale 5	19.99	0.01	1.00
7	Artificiale 6	19.99	0.01	1.00

### 6.3 MODELLO PER LA VALUTAZIONE DELLO SMORZAMENTO VISCOSO

Ogni struttura è naturalmente soggetta a fenomeni di dissipazione del carico sotto cicli ripetuti. Nella realtà, persino le strutture caricate all'interno del loro intervallo elastico dissipano energia. Infatti se si testa sotto vibrazioni libere di piccola ampiezza una qualsiasi struttura, gli spostamenti che si osservano diminuiscono ad ogni ciclo. La natura semplificata dei modelli isteretici disponibili in letteratura non consente di tener conto di questa caratteristica, ad eccezione di qualche rara eccezione, come il modello di Ramberg-Osgood. Ci sono comunque un numero di sorgenti che dissipano energia nel comportamento delle strutture reali, che sono ignorate nei tipici modelli strutturali, come ad esempio il comportamento di elementi non strutturali e la flessibilità del suolo e delle fondazioni. Questi fenomeni devono essere tenuti debitamente in considerazione nelle analisi, al fine di ottenere risultati quanto più rispondenti alla realtà.

Dal momento che risulta molto difficile, se non impossibile, tener conto di tutte queste sorgenti di dissipazione dell'energia, è ormai consuetudine che essi vengano racchiusi in un termine di smorzamento viscoso lineare. Il vettore della forza di smorzamento è pertanto dato da:

$$\bar{F}_d = C \cdot \bar{D} \quad (6.1)$$

dove  $C$  è la matrice dello smorzamento e  $D$  è il vettore di velocità relativa.

È risaputo che lo smorzamento viscoso è una semplificazione della risposta strutturale di una struttura reale (Chopra, 2001).

Per strutture ad un solo grado di libertà non è richiesto nessun modello particolare per determinare il coefficiente di smorzamento,  $c$ . Generalmente, infatti, si assume sempre un valore di  $c$  costante, che si esprime in termini dello smorzamento critico del sistema, e si definisce con  $\xi$ .

Per strutture a più gradi di libertà, invece, è richiesta una matrice dei coefficienti di dimensione  $N \times N$ , dove  $N$  è il numero di gradi di libertà del modello strutturale. Per ottenere ciò è necessario operare una assunzione riguardo alla grandezza relativa di ciascun coefficiente, basata sull'effetto di ciascun componente sulla risposta strutturale. Come si vedrà nel seguito, ciò si raggiunge assumendo che la matrice di smorzamento sia ortogonale rispetto ai vettori che definiscono le funzioni di forma elastiche, e che lo smorzamento possa essere espresso in termini di coefficienti di smorzamento modale.

Nel presente lavoro, facendo riferimento a modelli a più gradi di libertà, risulterà dunque necessario assumere un modello che tenga opportunamente conto dello smorzamento.

In analisi modale e con spettro di risposta, la risposta totale di una struttura a più gradi di libertà è decomposta nei contributi dovuti a modi di vibrazione ortogonali. Tale decomposizione è possibile a causa delle proprietà di ortogonalità della matrice delle masse e delle rigidità, rispetto ai vettori che definiscono le funzioni di forma; si assume che pure la matrice di smorzamento abbia questa proprietà e che lo smorzamento modale possa quindi essere espresso individualmente. L'uso di una matrice di smorzamento modale che sia ortogonale rispetto alle funzioni di forma si definisce *smorzamento classico*.

Nelle analisi dinamiche non lineari non è necessario specificare alcuna particolare forma per la matrice di smorzamento, dal momento che la proprietà di ortogonalità non viene utilizzata. Infatti, anche se le proprietà modali non possono essere applicate alla proprietà elastiche delle strutture, risulta desiderabile esprimere la matrice di smorzamento in termini di coefficienti di smorzamento modali elastici.

Allo stato attuale, si conosce ben poco riguardo allo smorzamento viscoso di una struttura non lineare in sistemi a più gradi di libertà, e spesso si preferisce quindi assegnare i coefficienti di smorzamento ricavati per l'analisi elastica, direttamente all'analisi non lineare.

Se, in effetti, la matrice di smorzamento deve essere definita rispettando i coefficienti di smorzamento modale, si richiede allora la definizione di un modello di smorzamento classico, nel quale i modi elastici indipendenti possono essere definiti attraverso la proprietà di ortogonalità.

Le seguenti espressioni delineano due possibilità per matrici di smorzamento classico a banda:

$$\underline{\underline{C}} = a_0 \underline{\underline{M}} \quad (6.2)$$

$$\underline{\underline{C}} = a_1 \underline{\underline{K}} \quad (6.3)$$

nei quali le lettere  $M$  e  $K$  rappresentano rispettivamente le matrici di massa e rigidezza (quest'ultima iniziale o tangente), e  $a_0$  e  $a_1$  sono costanti. Le due espressioni precedenti formano la matrice di smorzamento ortogonale, a causa dell'ortogonalità della matrice delle masse e delle rigidezze. Questi modelli di smorzamento assumono rispettivamente il nome di smorzamento proporzionale alle masse e proporzionale alle rigidezze.

Per i due modelli precedentemente descritti, un solo parametro definisce l'energia viscosa di dissipazione del sistema a più gradi di libertà. Il coefficiente di smorzamento modale del modo  $i$ -esimo,  $C_i^*$ , si determina moltiplicandolo prima e dopo per il vettore di forma modale,  $\phi_i$ , ed è definito in termini di proprietà modali dalla seguente espressione:

$$C_i^* = \phi_i^T \underline{\underline{C}} \phi_i = 2M_i^* \omega_i \xi_i = 2\sqrt{M_i^* K_i^*} \xi_i \quad (6.4)$$

dove  $\omega_i$  e  $\xi_i$  sono la frequenza naturale e il coefficiente di smorzamento dell' $i$ -esimo modo,  $M_i^* = \phi_i^T \underline{\underline{M}} \phi_i$  e  $K_i^* = \phi_i^T \underline{\underline{K}} \phi_i$  sono rispettivamente i coefficienti di massa e rigidezza del modo  $i$ -esimo.

Combinando insieme le tre equazioni precedenti, è possibile esprimere le due costanti sopra esposte in termini di frequenza e smorzamento del modo  $i$ -esimo, nella seguente forma:

$$a_0 = 2\omega_i \xi_i \quad (6.5)$$

$$a_1 = \frac{2\xi_i}{\omega_i} \quad (6.6)$$

Nelle analisi dinamiche non lineari, il modello di smorzamento proporzionale alla rigidezza può essere espresso in termini della matrice di rigidezza iniziale o della matrice di rigidezza tangente. In entrambi i casi il coefficiente  $a_1$  è definito rispetto alle proprietà di vibrazione elastiche e non cambia durante l'analisi. Lo smorzamento proporzionale alla rigidezza iniziale o tangente è caratterizzato dalle seguenti espressioni:

$$\underline{\underline{C}} = a_1 \underline{\underline{K}}_i \quad (6.7)$$

$$\underline{\underline{C}} = a_1 \underline{\underline{K}}_t \quad (6.8)$$

che rispettivamente presentano  $\underline{\underline{K}}_i$  come la matrice di rigidezza iniziale elastica e  $\underline{\underline{K}}_t$  come la matrice di rigidezza tangente.

Nel primo caso la matrice di smorzamento rimane costante durante tutta l'analisi, mentre nel secondo caso varia con il cambiamento di rigidezza.

I modelli di smorzamento proporzionali a massa o rigidezza consentono di fissare un coefficiente di smorzamento modale basato sulla selezione dei coefficienti  $a_0$  e  $a_1$ . Nelle analisi di sistemi a più gradi di libertà è desiderabile essere in grado di controllare lo smorzamento per più di un modo di vibrazione. Dati sperimentali alquanto limitati (Chopra, 2001), suggeriscono che il coefficiente di smorzamento rimanga costante attraverso tutti i modi che influenzano la risposta del sistema.

Allo scopo di permettere un maggior controllo dello smorzamento modale lungo un intervallo fissato di frequenze, si assume spesso un modello di smorzamento di Rayleigh (Rayleigh, 1945). La matrice di smorzamento è espressa come somma di un termine proporzionale alla massa e di un termine proporzionale alla rigidezza (sia iniziale che tangente). Sia lo smorzamento di Rayleigh per rigidezza iniziale che tangente, possono essere definiti dalla seguente espressione:

$$\underline{\underline{C}} = a_0 \underline{\underline{M}} + a_1 \underline{\underline{K}}_i \quad (6.9)$$

$$\underline{\underline{C}} = a_0 \underline{\underline{M}} + a_1 \underline{\underline{K}}_t \quad (6.10)$$

In questo caso, il coefficiente di smorzamento modale deve essere specificato per due diverse frequenze, basandosi sui coefficienti  $a_0$  ed  $a_1$ . Assumendo che il coefficiente di smorzamento modale  $\xi_i = \xi_j = \xi$ , i coefficienti di smorzamento di Rayleigh sono stati definiti da Chopra (2001), come:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.11)$$

$$a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.12)$$

dove  $\omega_i$  e  $\omega_j$  sono le frequenze circolari alle quali il coefficiente di smorzamento è applicato.

La variazione dello smorzamento modale con le frequenze nel modello di smorzamento di Rayleigh è illustrato in Figura 6.25, per il caso in cui  $\xi_i = \xi_j = \xi$ . Anche se possono essere specificati solo due diversi coefficienti di smorzamento, è possibile correggere i coefficienti modali per rappresentare approssimativamente uno stesso smorzamento lungo tutti i modi di interesse. Per esempio, se solo i primi due modi di vibrazione influenzano la risposta strutturale (cosa che è generalmente vera per edifici con una certa regolarità geometrica e di distribuzione delle masse), allora è possibile utilizzare le prime due frequenze modali. In alternativa, se risultano importanti i primi cinque modi di vibrazione, allora possono essere specificati il primo ed il quarto; in questo caso, come si evince dalla Figura 6.25, ci si aspetta che il secondo ed il terzo modo abbiano un coefficiente di smorzamento minore, e che il quinto e i modi più elevati abbiano un coefficiente di smorzamento maggiore, rispetto ai valori selezionati  $\xi_1$  e  $\xi_4$ .



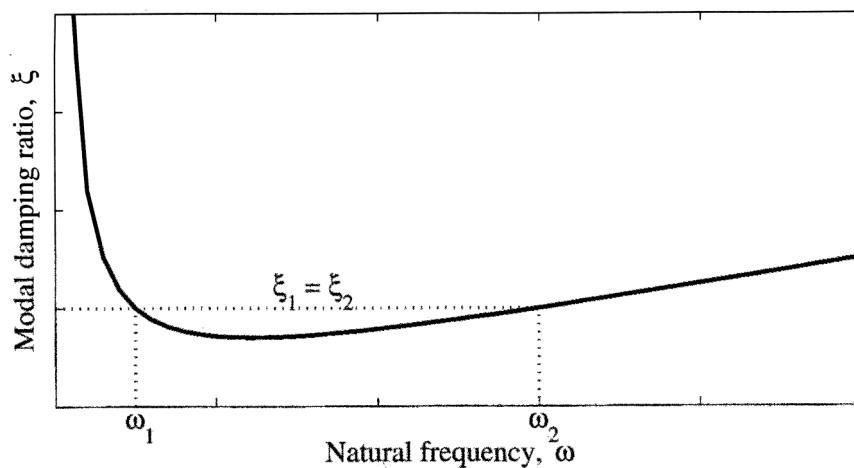


Figura 6.25 Schema di utilizzo dei coefficienti di smorzamento modale per il modello di Rayleigh

La Figura 6.26 riporta lo spostamento sommitale per la parete di 20 piani sottoposta all'evento sismico di Kalamata, amplificato di un fattore 3.1, per il quale si è considerata la presenza di smorzamento proporzionale alle masse, evidenziato con la linea continua, e per la quale lo smorzamento proporzionale alle masse è stato trascurato (linea tratteggiata).

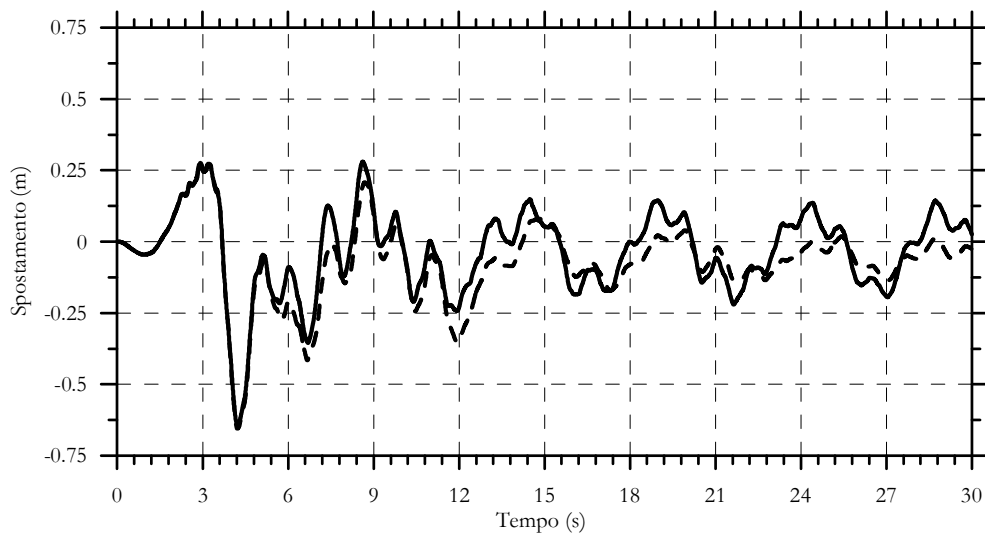
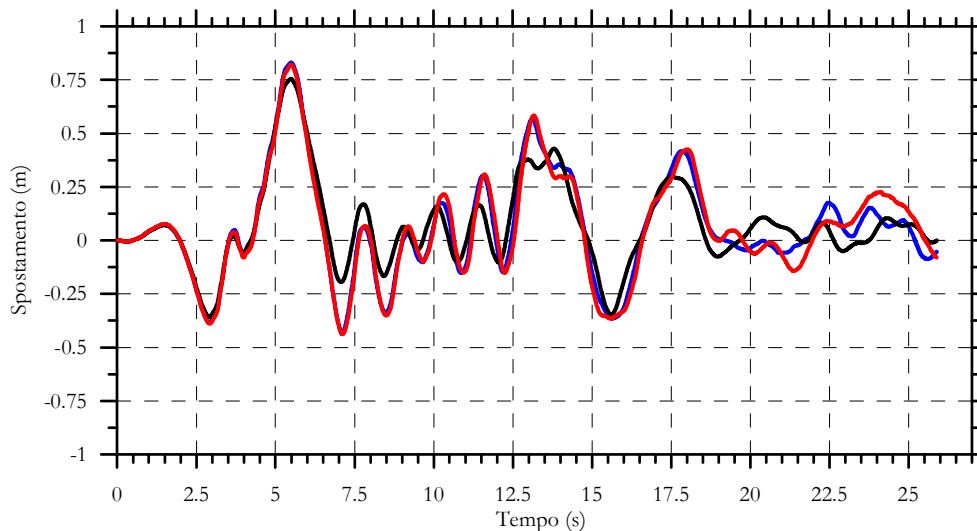


Figura 6.26 Spostamento in sommità della parete di 20 piani soggetta al terremoto di Kalamata (amplificato di un fattore 3.1) per la quale si è considerato (linea continua) e non (linea tratteggiata) lo smorzamento proporzionale alla matrice delle masse

La Figura 6.27 riporta invece tre differenti modi di considerare lo smorzamento associato alla matrice di rigidezza: lo smorzamento proporzionale alla matrice  $K$  iniziale, riportato in rosso, alla matrice  $K$  tangente, riportato in nero e alla matrice  $K$  al passo corrente (in blu).



**Figura 6.27** Spostamento in sommità della parete di 20 piani soggetta al terremoto di Kalamata (amplificato di un fattore 3.1), con smorzamento proporzionale a  $K$  iniziale tangente (rosso), al passo precedente (nero) e al passo corrente (blu)

#### 6.4 MODELLO DI TAKEDA PER LA SEZIONE ARMATA

Il modello isteretico di Takeda (Takeda et al., 1970) è comunemente usato per rappresentare il comportamento non lineare di strutture in calcestruzzo, in cui la non linearità è modellata facendo ricorso a cerniere plastiche concentrate. Il modello originale è di tipo trilineare e tiene conto dello snervamento e della fessurazione. Tuttavia, ai fini di una maggiore semplicità nell'analisi dei risultati, si è preferito utilizzare un modello di tipo bilineare, in cui si trascura il fenomeno della fessurazione. Pertanto la struttura della bilatera è totalmente definita attraverso la conoscenza di tre parametri:  $k_0$ ,  $M_y$ ,  $r$ . Essi rappresentano, nell'ordine, la pendenza della retta che definisce la rigidità nel tratto di carico lineare, il valore del momento flettente per il quale si raggiunge lo snervamento della sezione ed infine la pendenza del tratto di carico dopo l'avvenuta fessurazione. In ogni caso si ha che  $k_0 > r$ .

Un ulteriore parametro  $\alpha$ , assunto pari a 0.4 nel modello originale di Takeda, consente di definire la rigidità nel tratto di scarico, che degrada come funzione della duttilità raggiunta:

$$k_u = k_0 \cdot \mu^\alpha \quad (6.13)$$

Altri autori hanno in seguito modificato il modello originale di Takeda (si ricorda che si definiscono modelli modificati quelli di tipo *fat* and *narrow*, in cui il parametro  $\alpha$  è assunto rispettivamente pari a 0.5 e 0.3), introducendo un ulteriore parametro  $\beta$ , per controllare la rigidezza nel tratto di ricarica. Un valore di  $\beta > 0$ , come assunto nel presente lavoro, implica che il modello ricarica nella direzione del precedente punto M- $\chi$  di picco, mentre per  $\beta < 0$ , il sistema ricarica con una rigidezza superiore.

Per poter utilizzare il modello di Takeda è stato necessario bilinearizzare il diagramma Momento-Curvatura calcolato per ciascuna sezione, in modo da ottenere un'identità tra l'area sottesa al diagramma M- $\chi$  di progetto e quella corrispondente al diagramma bilineare. La Figura 6.28 riporta, a titolo di esempio, il risultato di questa procedura.

La Figura 6.26 evidenzia in dettaglio il comportamento del modello di Takeda e ne descrive qualitativamente i parametri che lo compongono.

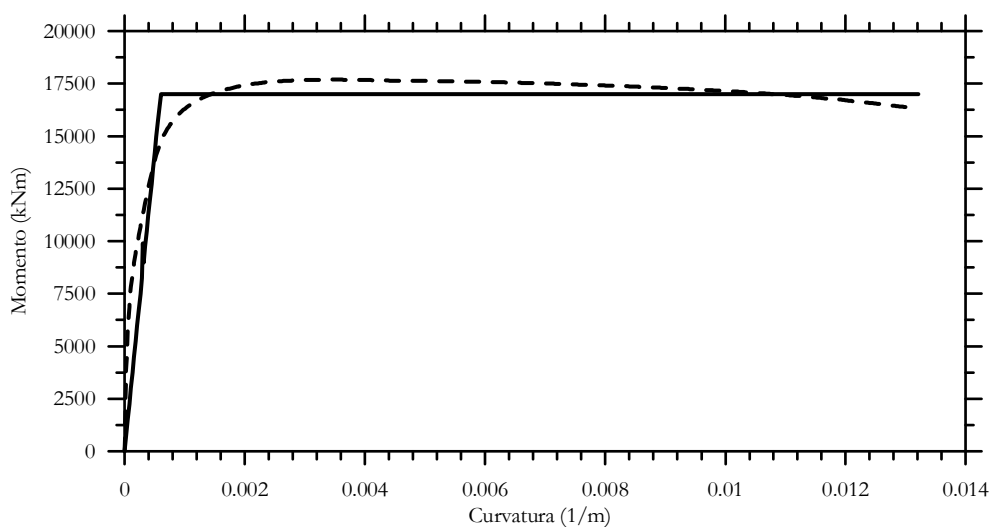


Figura 6.28 Schema del ciclo isteretico di Takeda impiegato nelle analisi

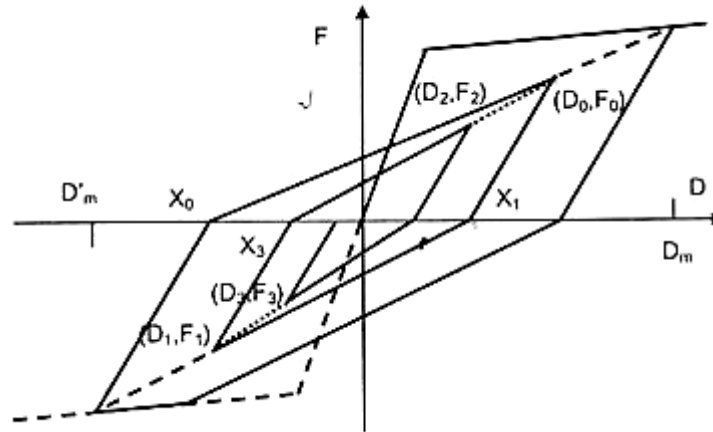


Figura 6.29 Schema del ciclo isteretico di Takeda impiegato nelle analisi

## 6.5 ANALISI DINAMICHE NON LINEARI CON MODELLI A PLASTICITÀ CONCENTRATA

### 6.5.1 Prototipi progettati con il metodo DDBD

Nel seguito si presentano i risultati delle analisi dinamiche, condotte facendo ricorso a modelli a plasticità concentrata, per la serie di pareti progettata con il metodo DDBD.

In queste analisi la struttura si mantiene elastica lungo tutta l'altezza ad eccezione della sezione di base, in cui l'interposizione di una molla elastoplastica tra l'incastro e il primo elemento che spicca dalla fondazione consente la dissipazione di energia. Inoltre, dal punto di vista costruttivo l'armatura longitudinale di ogni parete rimane costante lungo tutta l'altezza.

Le Figg. 6.30-6.34 (a) e (b) riportano, per ciascuna serie, l'involuppo della distribuzione del momento flettente e del taglio, ricavato per ciascuna delle tre serie di accelerogrammi impiegata. In ogni grafico si confrontano i risultati ottenuti con il diagramma di involuppo delle sollecitazioni proposto dall'Eurocodice 8. Le Figg. 6.30-6.34 (c) e (d) riportano, inoltre, gli involuppi degli spostamenti e dei *drift* di piano per ciascuna serie.

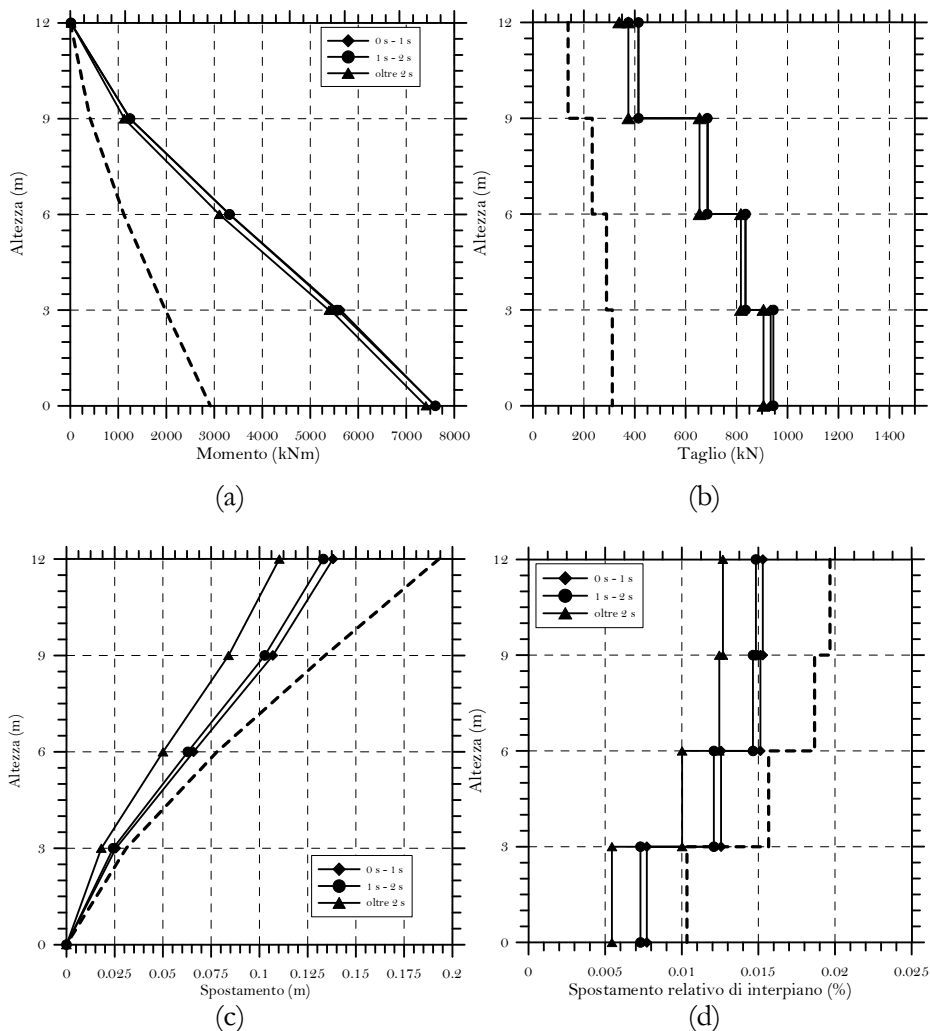
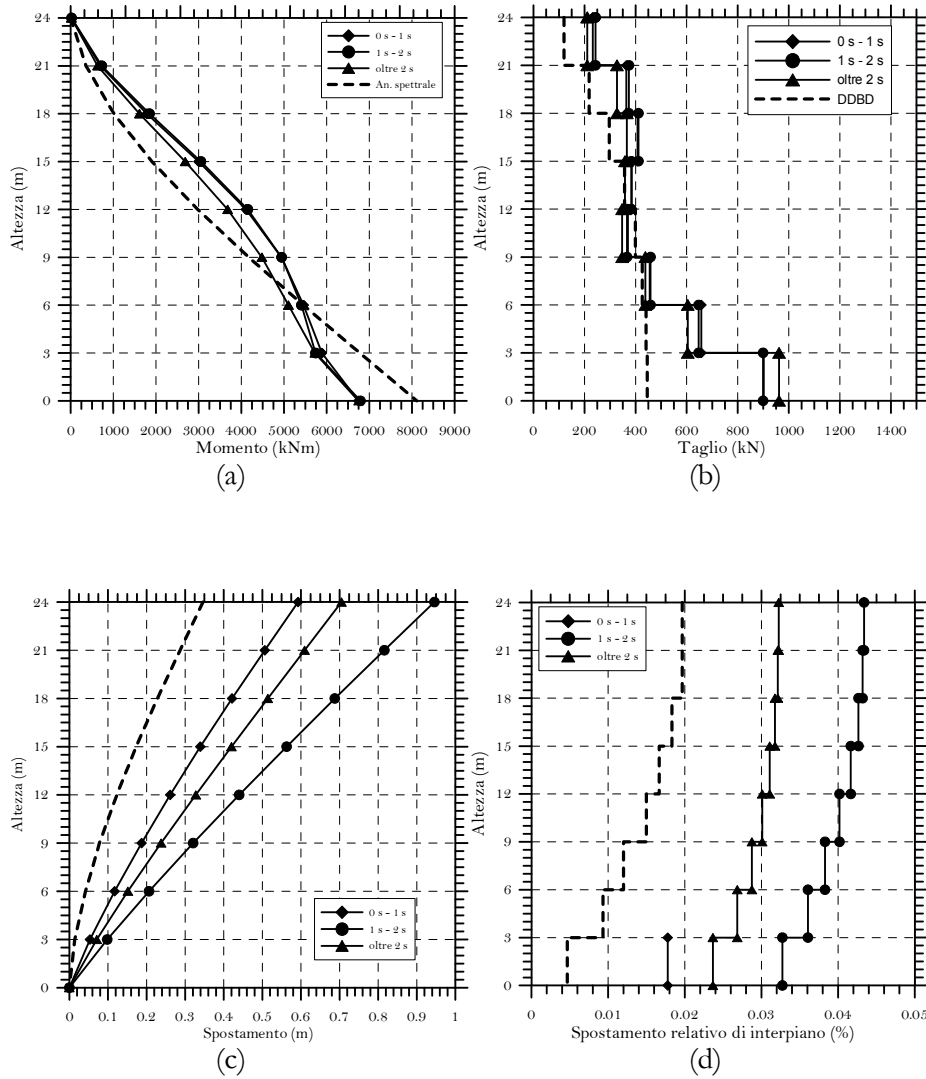


Figura 6.30 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



**Figura 6.31** Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

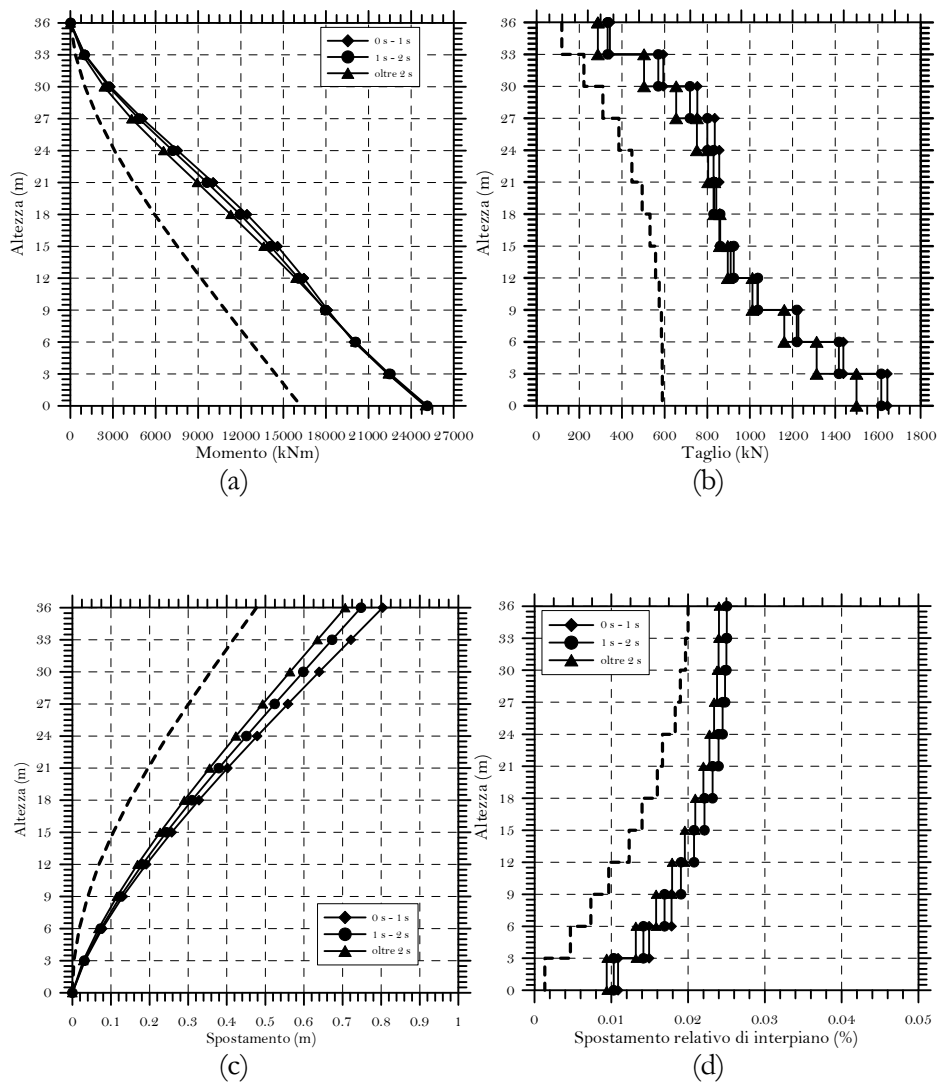


Figura 6.32 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

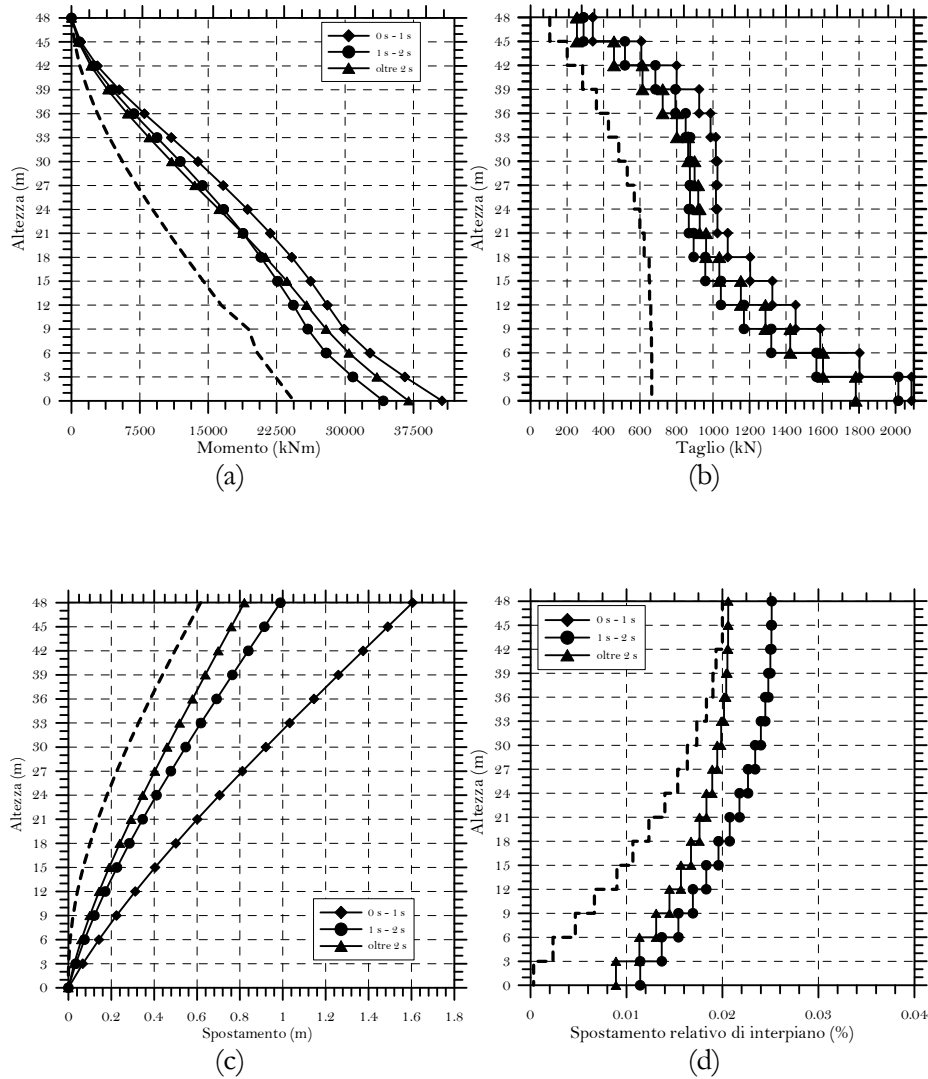


Figura 6.33 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



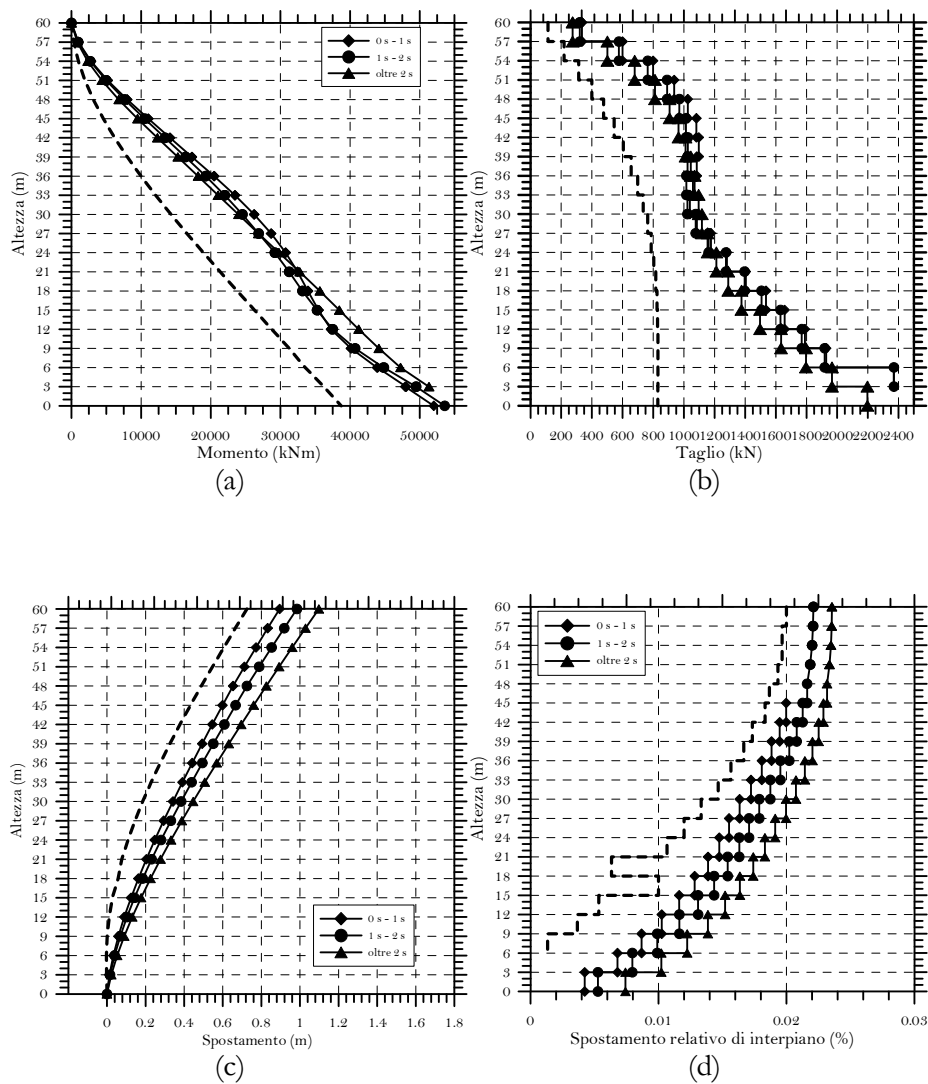


Figura 6.34 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

### 6.5.2 Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità media

Si presentano ora i risultati delle analisi dinamiche, ottenute con il medesimo approccio, per la serie di pareti progettata con l'approccio alle forze per duttilità media. L'armatura di progetto è stata estesa per tutta l'altezza della parete.

Le Figure 6.35-6.39 (a) e (b) riportano, per ciascuna serie, l'involuppo della distribuzione del momento flettente e del taglio, ricavato per ciascuna delle tre serie di accelerogrammi impiegata. In ogni grafico si confrontano i risultati ottenuti con il diagramma di involuppo delle sollecitazioni proposto dall'Eurocodice 8. Le Figure 6.35-6.39 (c) e (d) riportano, inoltre, gli involuppi degli spostamenti e dei *drift* di piano per ciascuna serie.

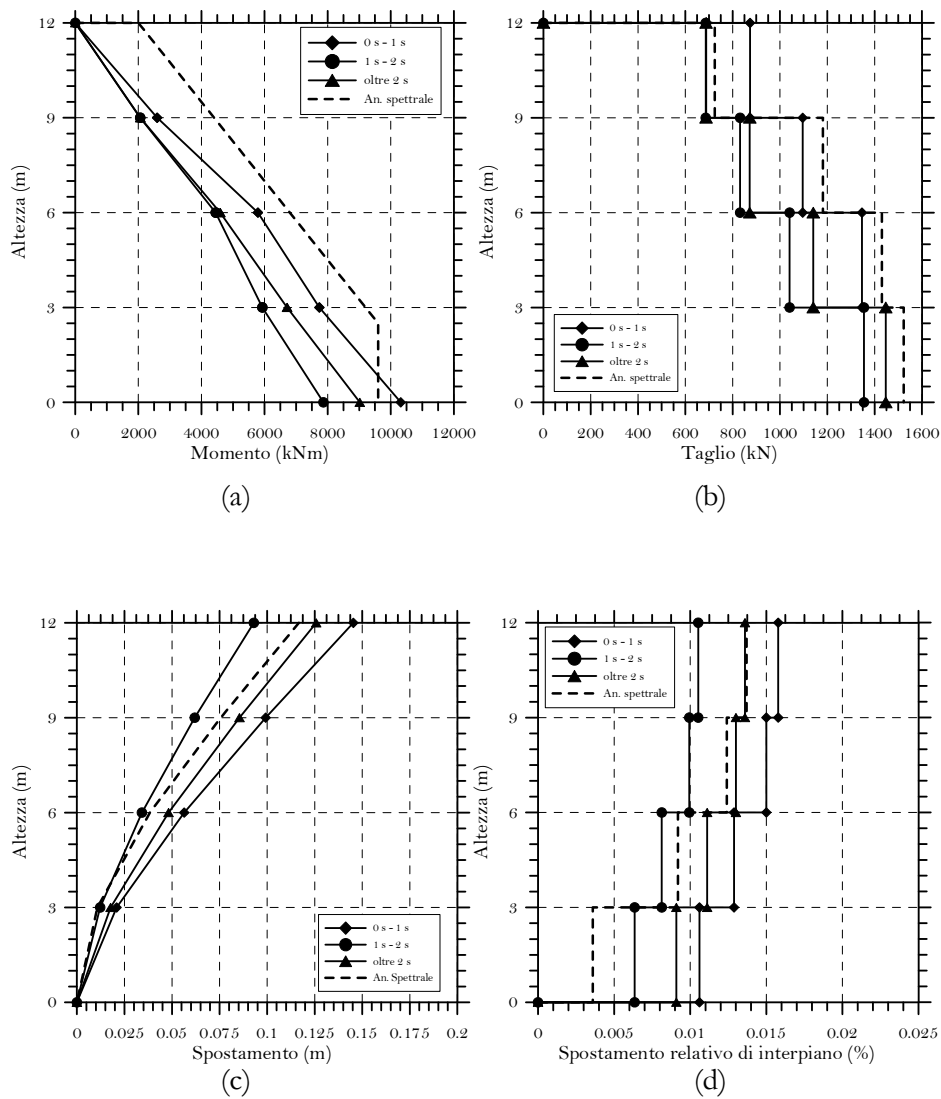


Figura 6.35 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

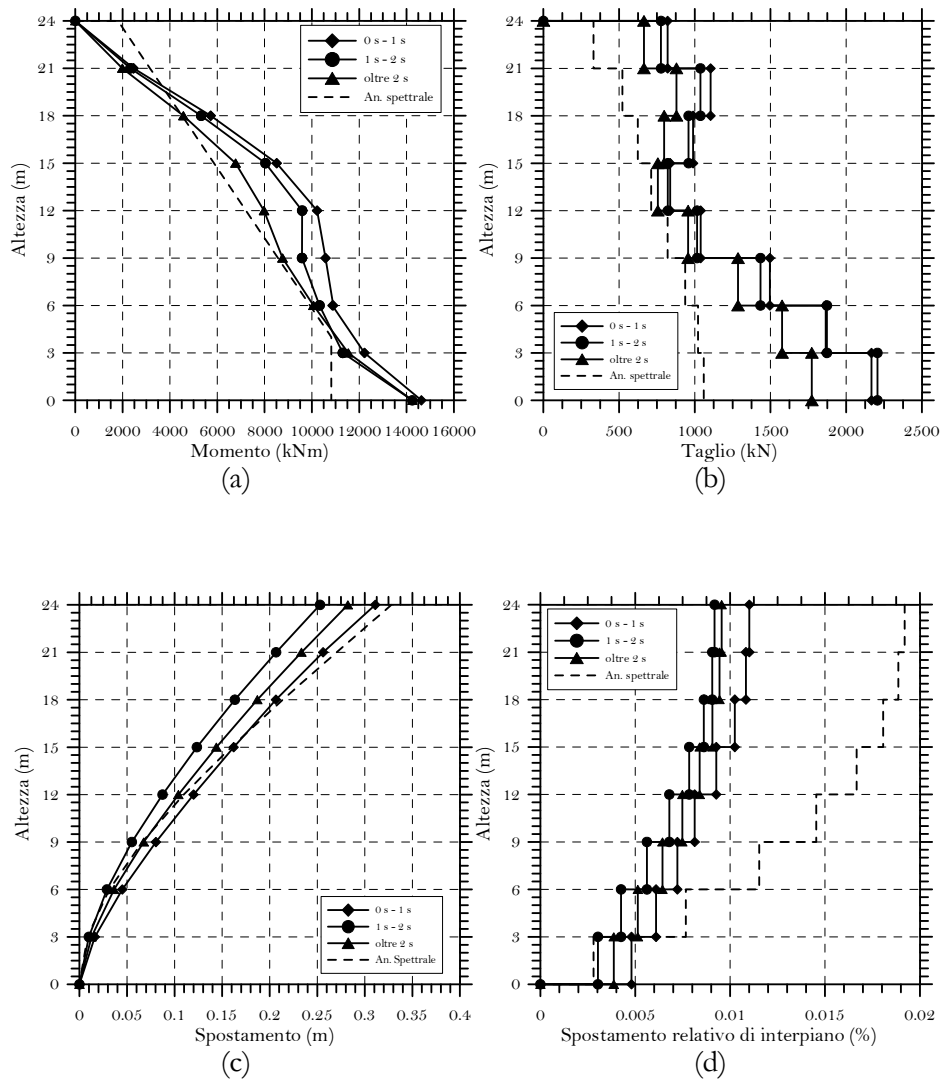


Figura 6.36 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio flettente lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

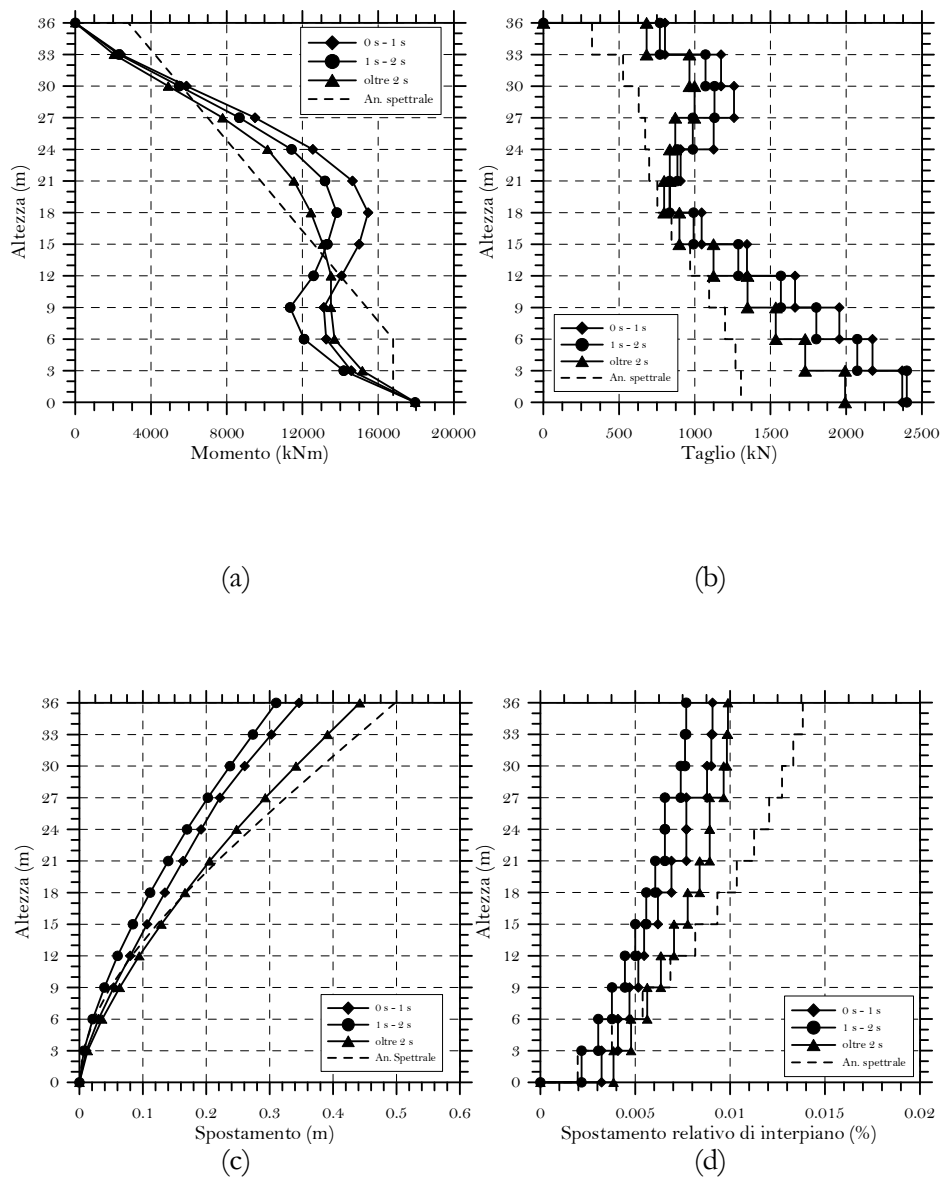
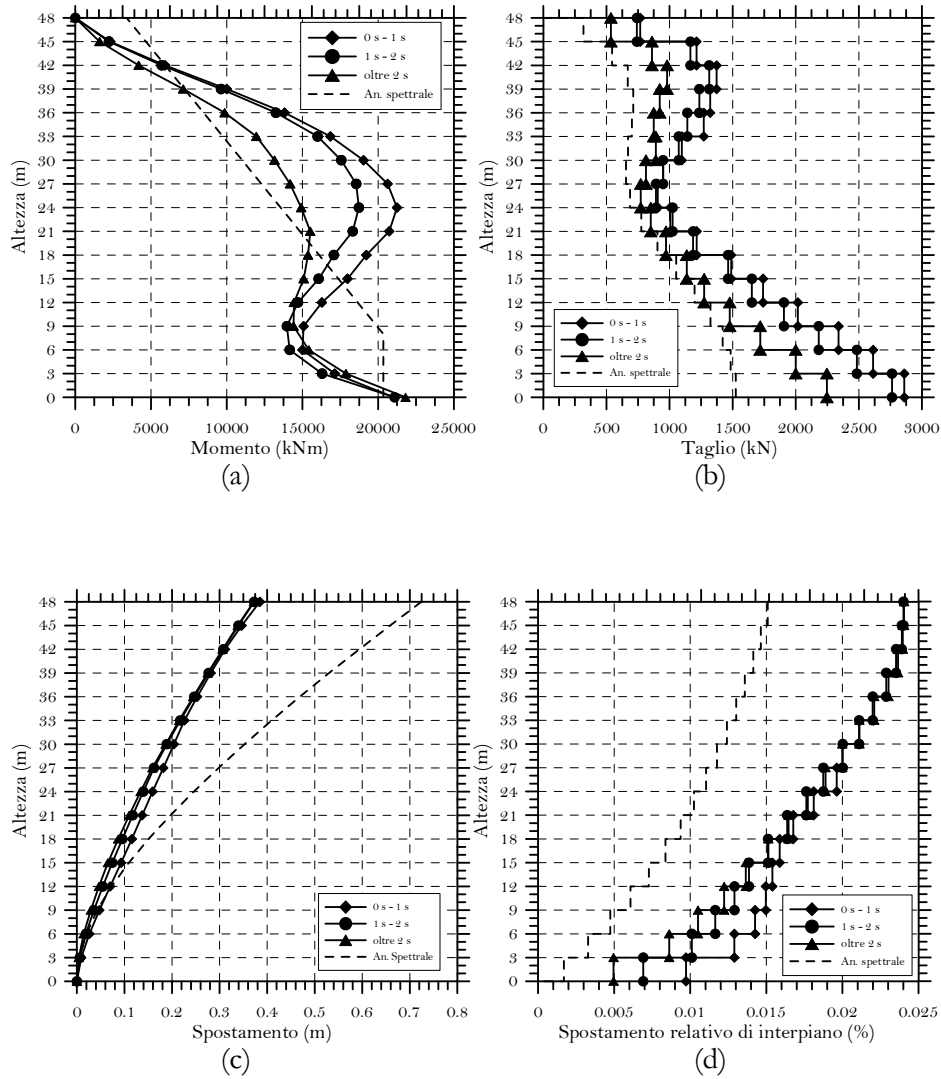
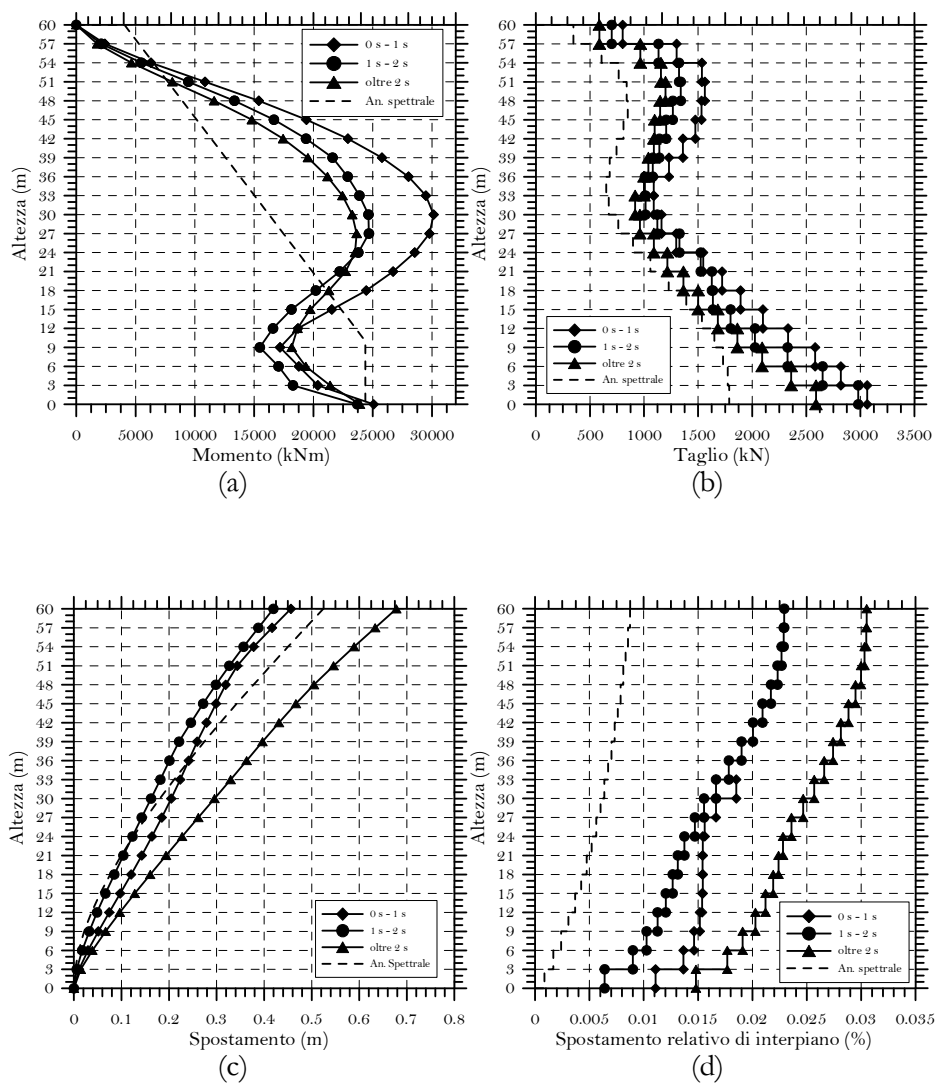


Figura 6.37 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



**Figura 6.38** Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



**Figura 6.39** Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

### 6.5.3 Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità alta

Nel seguito si riportano i risultati delle analisi dinamiche condotte mediante la modellazione a plasticità concentrata sulla serie di parete progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta. Anche in questo caso l'armatura di progetto calcolata per la base è stata estesa lungo tutta l'altezza della parete.

Come di consueto le Figure 6.40-6.44 (a) e (b) che seguono riportano, per ciascuna serie, l'involuppo della distribuzione del momento flettente e del taglio, ricavato per ciascuna delle tre serie di accelerogrammi impiegata. In ogni grafico si confrontano i risultati ottenuti con il diagramma di involuppo delle sollecitazioni proposto dall'Eurocodice 8. Le Figure 6.40-6.44 (c) e (d) riportano, inoltre, gli involuppi degli spostamenti e dei *drift* di piano per ciascuna serie.



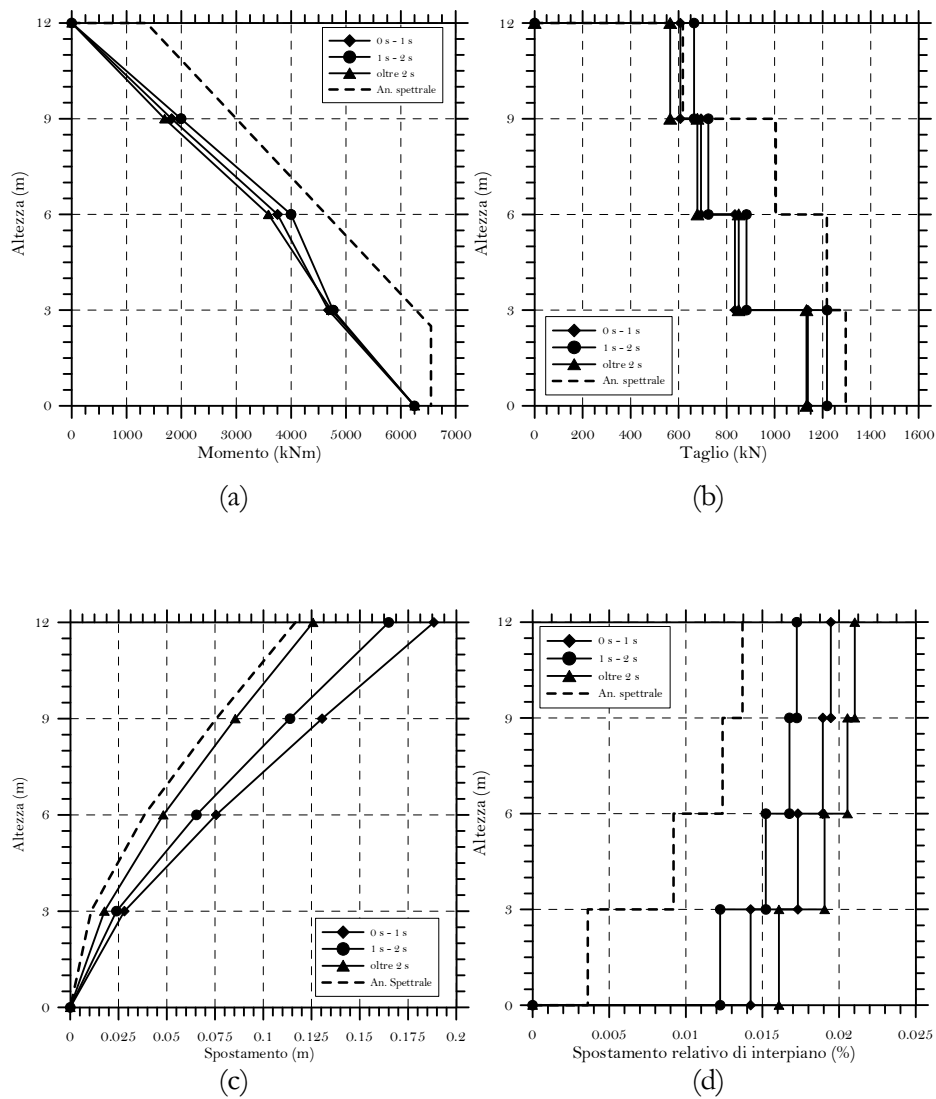
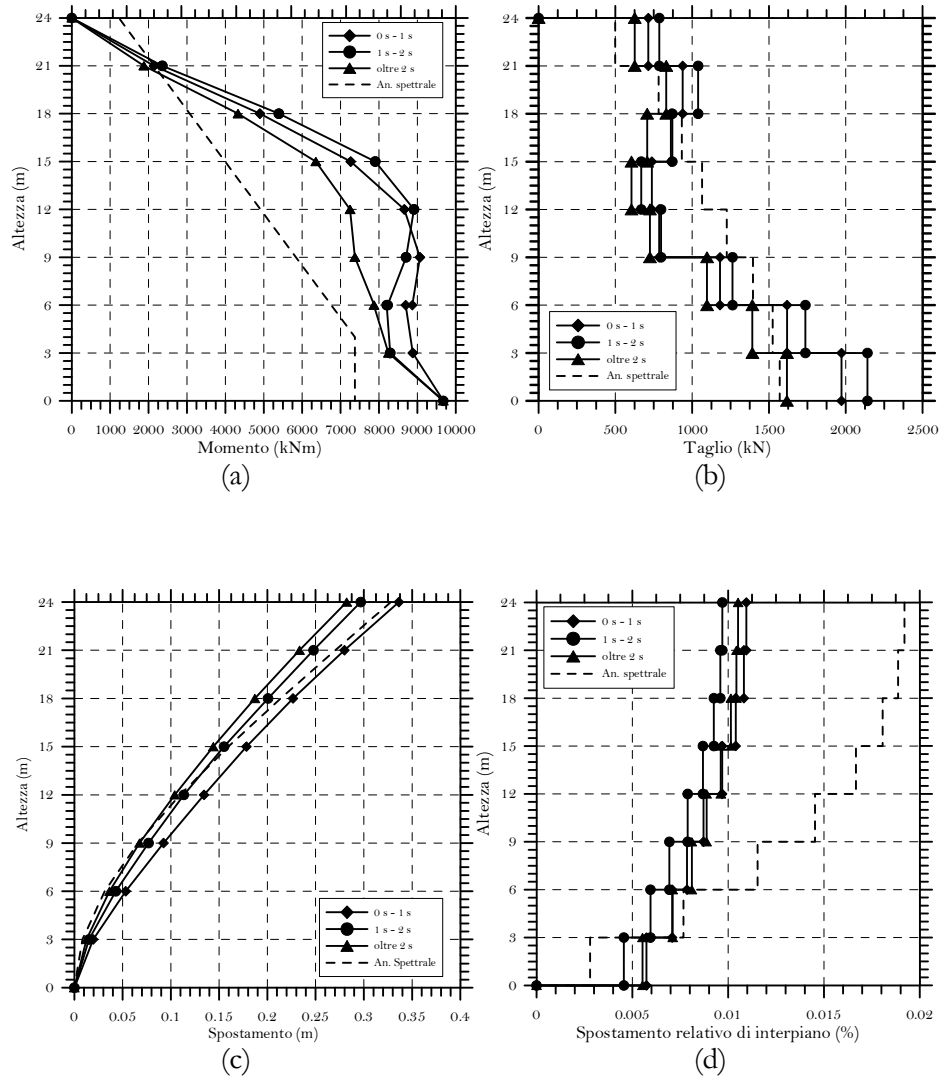


Figura 6.40 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



**Figura 6.41** Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

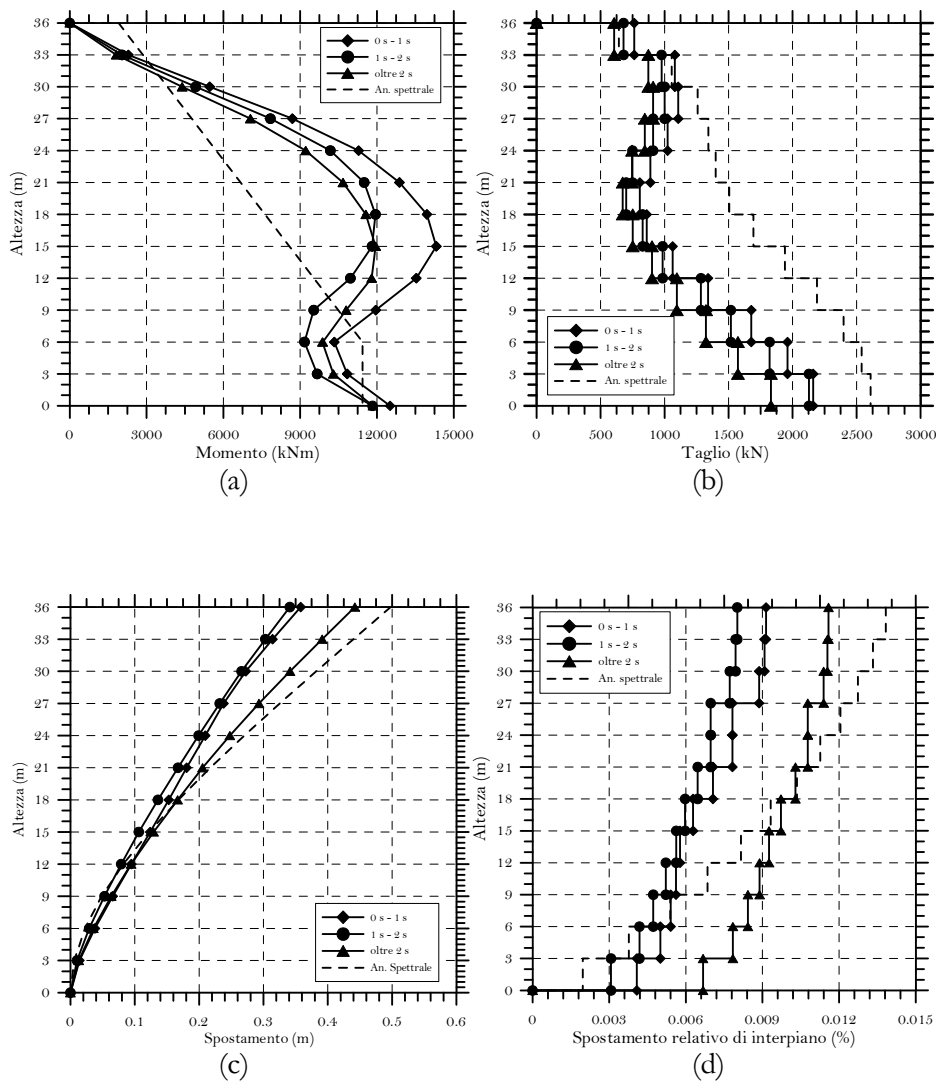


Figura 6.42 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

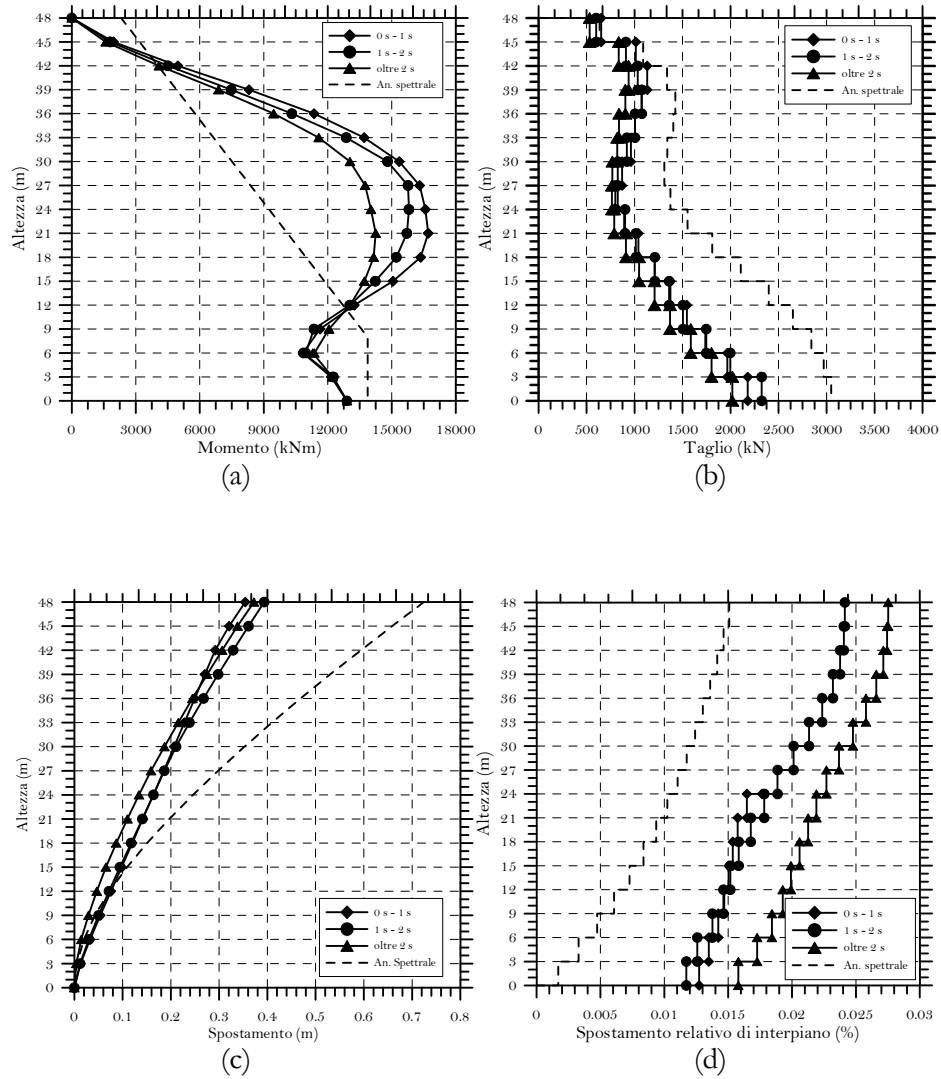


Figura 6.43 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

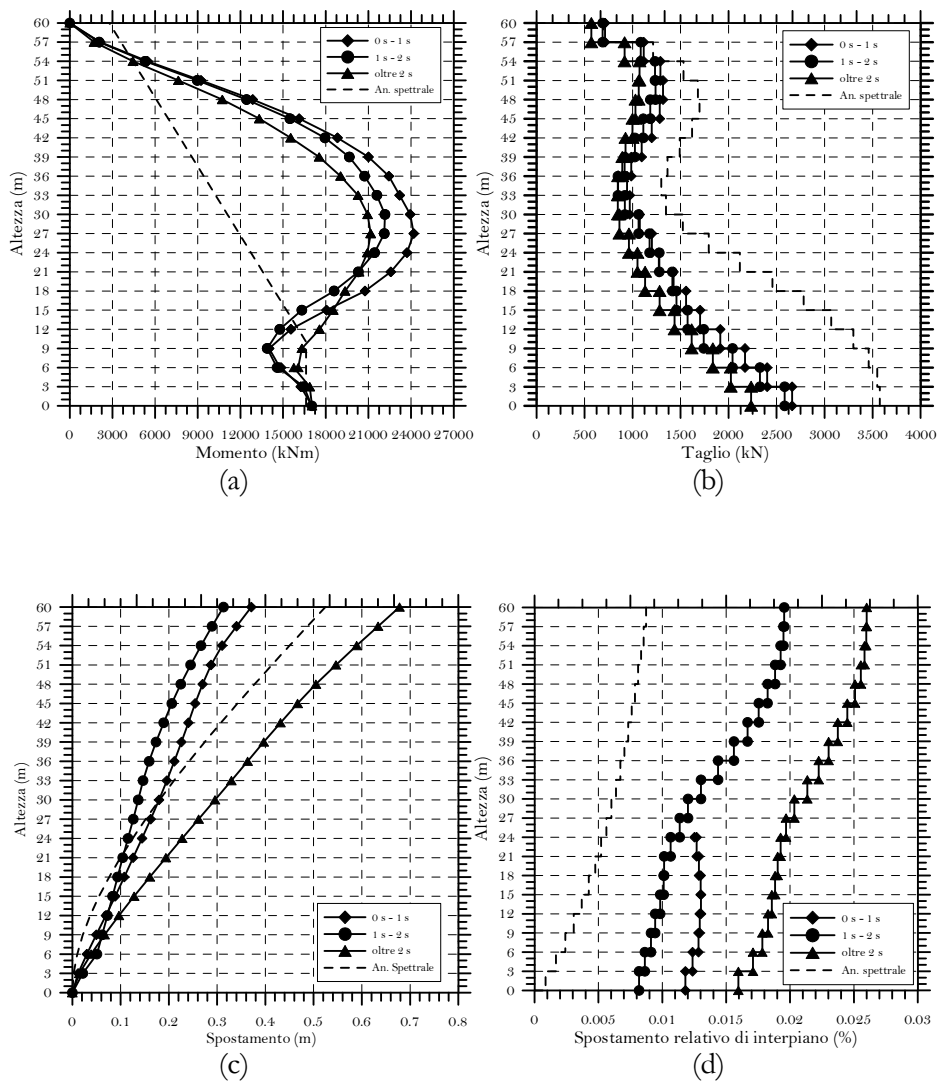


Figura 6.44 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità concentrata alla base, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con l'approccio alle forze per duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

#### 6.5.4 Confronti tra l'approccio agli spostamenti e l'approccio alle forze

Le prescrizioni contenute nell'Eurocodice 8 (EN 1998:2004) fanno sì che l'armatura minima longitudinale collocata per la parete di 4 piani progettata con l'approccio agli spostamenti consenta di raggiungere un momento resistente pari a circa il doppio del momento sollecitante. Questo fa sì che la parete rimanga sempre in campo elastico lungo tutta l'altezza e per tutti gli accelerogrammi che compongono le tre serie utilizzate. Il taglio necessario ricavato dall'analisi risulta molto superiore rispetto al taglio di progetto con valori che vanno dal 2 a 4 volte lo stesso. Come conseguenza di questo elevato aumento di rigidità, l'involuppo degli spostamenti e i *drift* di piano risultano conservativi nei confronti dell'analisi dinamica, e ciò avviene indipendentemente dalla serie di accelerogrammi impiegata.

Anche la parete di 8 piani rimane completamente in campo elastico per ognuna delle tre serie di accelerogrammi. Nell'andamento dell'involuppo del momento flettente lungo l'altezza si nota un lieve fenomeno di amplificazione legato all'influenza dei modi superiori al modo di vibrazione fondamentale, che il DDBD per sua natura non è in grado di prevedere. L'andamento del taglio di progetto è ben determinato ad eccezione del taglio alla base, che risulta circa la metà di quello atteso. Gli spostamenti di progetto, invece, non risultano affatto conservativi. Ciascuna serie di accelerogrammi inoltre differenzia molto la sua risposta dalle altre e gli spostamenti calcolati con l'analisi dinamica vanno dal doppio al triplo di quelli di progetto. Tuttavia il *drift* risulta predittivo per la serie compresa tra 1.0 e 2.0 s (ed in effetti il periodo elastico fondamentale della parete, considerando rigidità fessurate, è di 1.35 s), mentre le altre serie producono *drift* molto superiori a quelli di progetto. Fondamentalmente la causa di ciò è da ricercarsi nell'elevata rotazione alla base, che produce uno spostamento elevato in sommità.

La parete di 12 piani rimane elastica per tutte e tre le serie di accelerogrammi adottate. La differenza tra il momento flettente di progetto e quello ricavato dalle analisi dinamiche è dovuta al fatto che quest'ultimo è stato ottenuto facendo ricorso ai valori medi di resistenza dei materiali. Il taglio di progetto risulta non conservativo nei confronti dell'analisi non lineare: sarebbe necessario incrementare l'armatura tagliante dal 100% al 400% rispetto all'armatura a taglio adottata. Per quanto riguarda gli spostamenti, invece, il progetto offre spostamenti pari alla metà di quelli reali calcolati con l'analisi dinamica, a causa dell'elevata rotazione che si produce alla base. Il *drift* di piano tuttavia risulta entro il limite stabilito del 2.5% e pertanto il requisito prestazionale del progetto è stato rispettato.

La parete di 16 piani presenta un diagramma del momento flettente di progetto sostanzialmente in linea coi risultati dell'analisi dinamica non lineare. Il taglio risulta anche per questa parete poco conservativo, così come avveniva per le pareti

precedenti. Per quanto riguarda gli spostamenti, nonostante per la serie di accelerogrammi spettro compatibili oltre i 2.0 s la rotazione alla base produca uno spostamento in cima molto elevato, per le altre serie la differenza tra progetto e analisi risulta contenuta dell'ordine del 25-30%. Il *drift* di piano del DDBD risulta invece ampiamente rispettato.

La pareti di 20 piani presenta i medesimi fenomeni riscontrati per la parete di 16 piani.

Dai risultati ottenuti si evince pertanto che per ciascuna parete l'approccio DDBD risulta predittivo nei confronti delle sollecitazioni affioranti. Inoltre, la presenza di un'unica cerniera plastica alla base, in presenza di un sisma violento, è sufficiente a garantire che lungo l'altezza la struttura rimanga in campo elastico. Tuttavia il modello con cerniera plastica concentrata sembra essere, per ogni parete analizzata, più rigido rispetto ai risultati del progetto per le pareti più tozze e meno rigido per quelle più snelle. In quest'ultimo caso, infatti, si originano degli spostamenti che, se confrontati con gli spostamenti e i *drift* di progetto, risultano inferiori.

Per quanto concerne invece l'approccio alle forze, la parete di 4 piani rispetta l'andamento del momento flettente ottenuto dall'analisi dinamica sia in duttilità alta che in duttilità media. Per quanto riguarda il taglio, sebbene entrambi i progetti risultino adeguati, mediamente la parete in duttilità media coglie maggiormente il reale comportamento dell'edificio. Per quanto riguarda gli spostamenti, invece, in duttilità alta solo la serie spettrocompatibile oltre i 2 s presenta un andamento degli spostamenti in linea con il progetto. Tuttavia, considerato il basso periodo di vibrazione del modo fondamentale della parete (in riferimento al quale appare più opportuno, appunto, utilizzare la serie spettrocompatibile oltre i 2 s), si ritiene che sia gli spostamenti sia i *drift* di progetto risultino poco conservativi. Per la parete in duttilità media gli spostamenti e i *drift* di progetto risultano mediamente ben stimati. In particolare per la serie compresa tra 1 e 2 s essi risultano conservativi.

La parete di 8 piani presenta nel diagramma del momento flettente un fenomeno di amplificazione lungo l'altezza dovuto all'influenza dei modi di vibrazione superiori a quello fondamentale. Tale fenomeno si amplifica passando dal progetto in duttilità media a quello in duttilità alta. Analizzando infatti quest'ultimo si è indotti a ritenere che sia effettivamente necessario prolungare l'armatura alla base almeno sino a metà dell'altezza della parete, come proposto da Priestley (2007). Per quanto riguarda il taglio, la previsione del progetto in duttilità media è buona ad eccezione del tratto di parete in prossimità della fondazione, mentre risulta più che buona in duttilità alta. Per quanto riguarda gli spostamenti di progetto (analoghi nei due casi considerati), essi risultano sempre conservativi e predittivi nei confronti delle analisi dinamiche. I *drift* di piano risultano invece più che conservativi.

La parete di 12 piani in duttilità media presenta, nell'andamento del momento flettente, un'amplificazione a metà altezza. Il momento a metà altezza risulta tuttavia inferiore al momento resistente della parete e pertanto, nell'ipotesi di prolungare le armature lungo tutta l'altezza, le sollecitazioni ottenuti risultano ancora attendibili. Nella stessa parete in duttilità alta tale fenomeno si presenta con una intensità superiore, al punto che il momento a metà altezza supera il momento alla base. Pertanto ne consegue che il modello di cerniera plastica concentrata alla base risulta qui del tutto inattendibile. Diviene necessario pertanto indagare il problema cambiando approccio di modellazione e passando ad un modello di plasticità diffusa. Per quanto riguarda l'azione tagliante, invece, si evince che in duttilità media il taglio di progetto risulta inadeguato a descrivere il reale comportamento della sollecitazione, mentre in duttilità alta il taglio di progetto è conservativo ma non predittivo del comportamento strutturale. Tuttavia, nonostante l'inadeguatezza del modello gli spostamenti e i *drift* di piano risultano conservativi.

Per le altre pareti di 16 e 20 piani progettate sia in duttilità alta sia in duttilità media, il modello a plasticità concentrata risulta del tutto inattendibile. Il superamento del momento resistente a metà altezza è indice della volontà della struttura di plasticizzarsi, oltre che alla base, anche lungo la sua estensione. Il modello a plasticità concentrata non è tuttavia in grado di cogliere questa peculiarità. Pertanto nel seguito si presenteranno i risultati del modello a plasticità diffusa per le pareti progettate con i tre differenti approcci, ma verificate con il modello a plasticità diffusa.

Dai risultati ottenuti si evince che per le pareti fino a 8 piani non sussistono particolari fenomeni di amplificazione legati ai modi di vibrazione superiori al modo fondamentale. Inoltre, la presenza di un'unica cerniera plastica alla base, in presenza di un sisma violento, è sufficiente a garantire che lungo l'altezza la struttura rimanga in campo elastico. Gli spostamenti che prodotti con l'analisi dinamica non lineare sono in linea con gli spostamenti ricavati dal progetto. Tuttavia per quanto riguarda il *drift* di piano, il progetto condotto con l'approccio alle forze per duttilità media ed alta offre dei drift di piano a favore di sicurezza rispetto a quelli ottenuti dall'analisi dinamica

Le pareti di altezza superiore a 12 piani, invece presentano un fenomeno di amplificazione del momento flettente a metà altezza. Tale fenomeno si accentua al crescere dell'altezza della parete al punto che per le pareti di 16 piani e di 20 piani, progettate sia in duttilità alta sia in duttilità media, si raggiungono a metà altezza valori di momento flettente che superano il momento ultimo della struttura. Ne consegue pertanto che il modello a plasticità concentrata risulta inadeguato nel descrivere il comportamento sismico di pareti snelle in cemento armato sottoposte a sismi violenti. Il superamento del limite elastico a metà altezza è sintomo che un'analisi più approfondita dovrebbe tenere conto della possibilità della struttura di fluire in campo plastico in qualsiasi porzione di essa. Non è possibile, infatti, in questo caso, stabilire a



priori la posizione in cui si formeranno le cerniere plastiche. Nel seguito pertanto si abbandonerà il modello a plasticità concentrata per approdare verso metodi di modellazione più accurati e maggiormente predittivi del reale comportamento strutturale che ci si attende dalle pareti studiate.

La medesima serie di pareti, progettata con il metodo DDBD, al contrario, non presenta significativi fenomeni di amplificazione della sollecitazione flettente lungo l'altezza, mantenendo il *drift* di piano entro il limite del 2.5% definito nel progetto.

### 6.6 ANALISI DINAMICHE NON LINEARI CON MODELLI A PLASTICITÀ DIFFUSA

Il modello a plasticità concentrata si è rivelato inattendibile per pareti snelle progettate con fattori di struttura piuttosto elevati. Infatti, in questi casi, lungo l'altezza della parete si presentano fenomeni di amplificazione del momento flettente tali da violare l'inviluppo del momento resistente. Questo si verifica in particolare con l'approccio alle forze: le pareti progettate agli spostamenti, per le quali si ottiene un fattore di struttura equivalente  $q_{eq}$  basso, non presentano tali fenomeni di amplificazione. Tuttavia, in questi casi la stima degli spostamenti e dei *drift* di piano risulta imprecisa. Pertanto nel seguito si farà ricorso al modello a plasticità diffusa discusso in precedenza. Di seguito si riportano i risultati ottenuti per le differenti serie di pareti progettate con i tre approcci.

Ciascuna parete è stata discretizzata in un numero di elementi finiti di trave a comportamento inelastico pari al numero di piani. Inoltre, ciascun elemento trave è stato suddiviso mediante cinque sezioni di controllo, disposte due alle estremità, una al centro e due ai quarti. Ad ognuna di esse è stata assegnata una sezione trasversale modellata rispettando le prescrizioni sugli elementi finiti a fibre introdotte da Filippou e altri (1991). In particolare, ciascuna sezione di controllo è stata discretizzata, come rappresentato in Figura 6.45, con una serie di fibre elementari di dimensione rettangolare e forma il più possibile regolare, in modo da contraddistinguere il calcestruzzo non confinato, il calcestruzzo confinato (presente all'interno nei nuclei d'estremità) e le barre verticali di armatura. Nel modello a fibre si è tenuto conto anche del fenomeno della *strain penetration* (Zhao & Shritan), introducendo un apposito elemento finito alla base della parete che tenga conto della rotazione dell'elemento in fondazione.

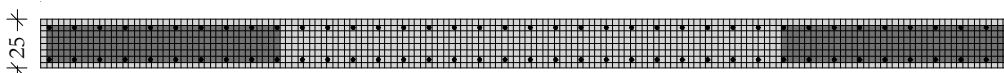


Figura 6.45. Discretizzazione in fibre della sezione trasversale della parete di 16 piani progettata con l'approccio DDBD

A ciascuna fibra è stato assegnato il corrispondente legame costitutivo per simulare il comportamento isteretico del materiale. Per il calcestruzzo in compressione è stato adottato il modello di Kent e Park (1971), che tiene in considerazione l'effetto di confinamento del conglomerato, mentre per il calcestruzzo in trazione si è ricorso al modello di Reinhardt.

L'acciaio è stato modellato seguendo la legge costitutiva di Menegotto e Pinto (1973), assumendo una pendenza del tratto incrudente dell'acciaio (Figura 10) pari all'8‰ del modulo di elasticità dell'acciaio. Per i parametri  $R_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  (Filippou ed altri 1991) sono stati utilizzati i valori  $R_0=20$ ,  $\alpha_1=18.5$  e  $\alpha_2=0.15$  proposti dagli autori. Per i materiali sono stati adottati i valori medi di resistenza.

Le analisi sono state condotte con il codice di calcolo ad elementi finiti OpenSees, sviluppato da Mazzoni e altri (2006). Alle cinque pareti sono state applicate tre differenti serie di sette accelerogrammi spettrocompatibili, in termini di spostamenti, con lo spettro di risposta elastico utilizzato in fase di progetto. Ciascuna delle tre serie è rispettivamente spettrocompatibile tra 0 s e 1 s, tra 1 s e 2 s e oltre 2 s. A ciascuna parete sono state applicate tutte le predette serie di accelerogrammi. Si è avuto cura di verificare, per ciascun caso in esame, che la serie di accelerogrammi spettrocompatibili nell'intervallo del periodo fondamentale, presentasse una richiesta di duttilità compatibile con le sezioni adottate.

### 6.6.1 Prototipi progettati con il metodo DDBD

Nel seguito si presentano pertanto i risultati delle analisi dinamiche condotte facendo uso del modello a fibre, per la serie di pareti progettate con il metodo DDBD.

Per ciascuna parete analizzata si riportano quindi la distribuzione dell'involuppo del momento flettente, dell'azione tagliante, dello spostamento e del *drift* di piano lungo l'altezza per ciascuna delle tre serie di accelerogrammi analizzate. Ciascun risultato ottenuto dalle analisi dinamiche è confrontato con il risultato del progetto condotto con il metodo agli spostamenti.

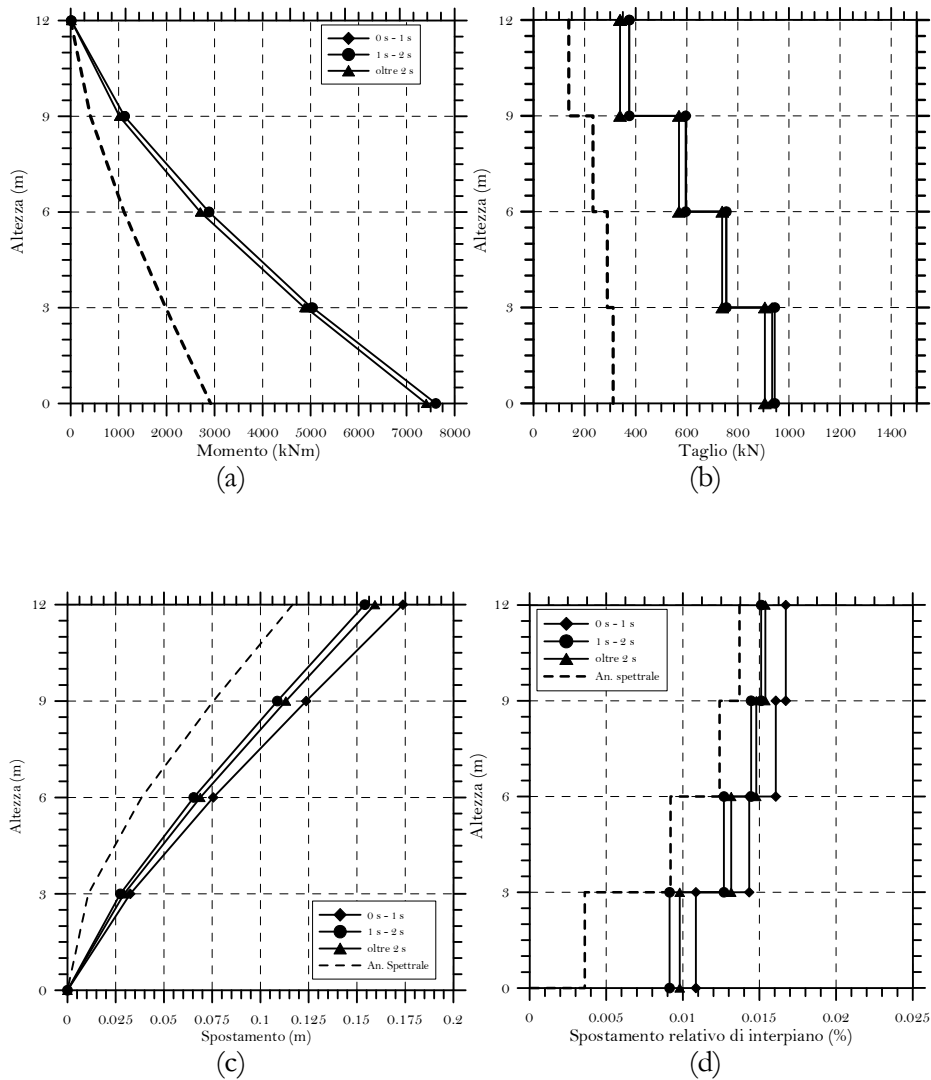


Figura 6.46 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

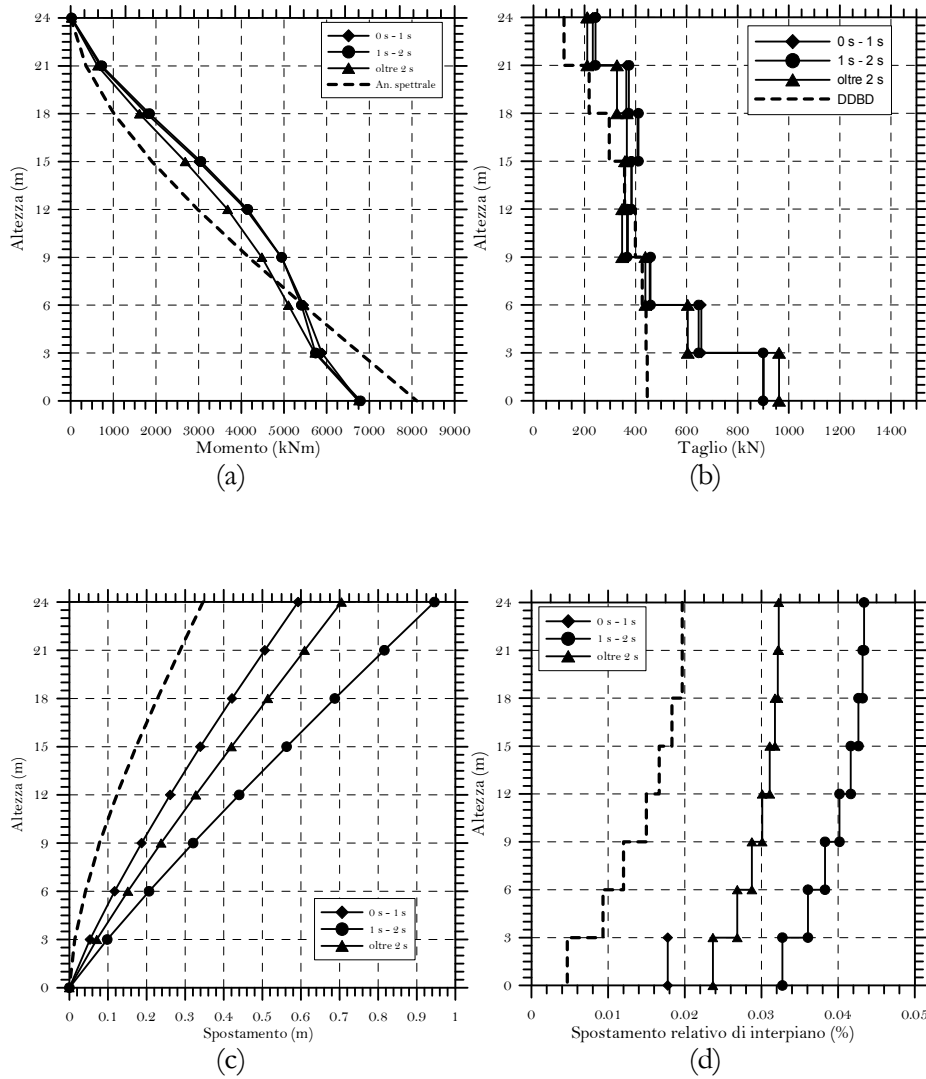


Figura 6.47 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

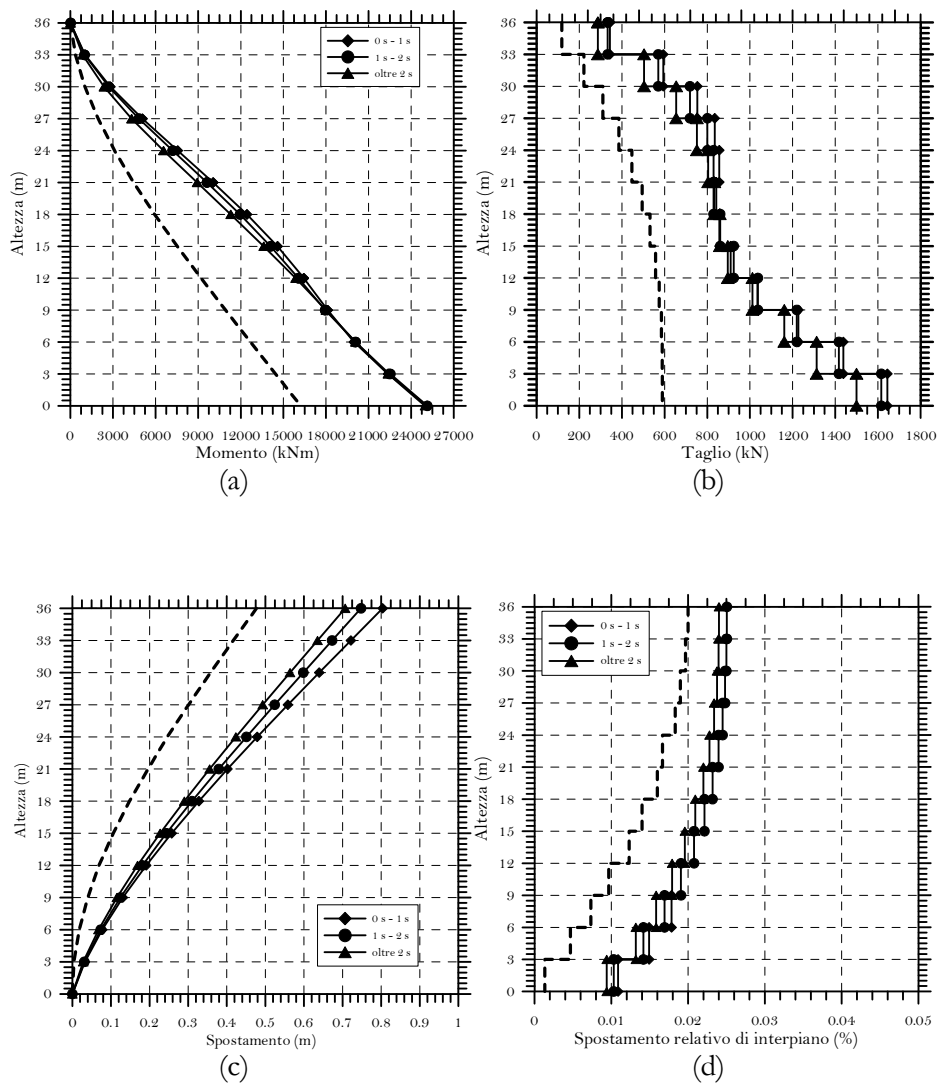


Figura 6.48 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

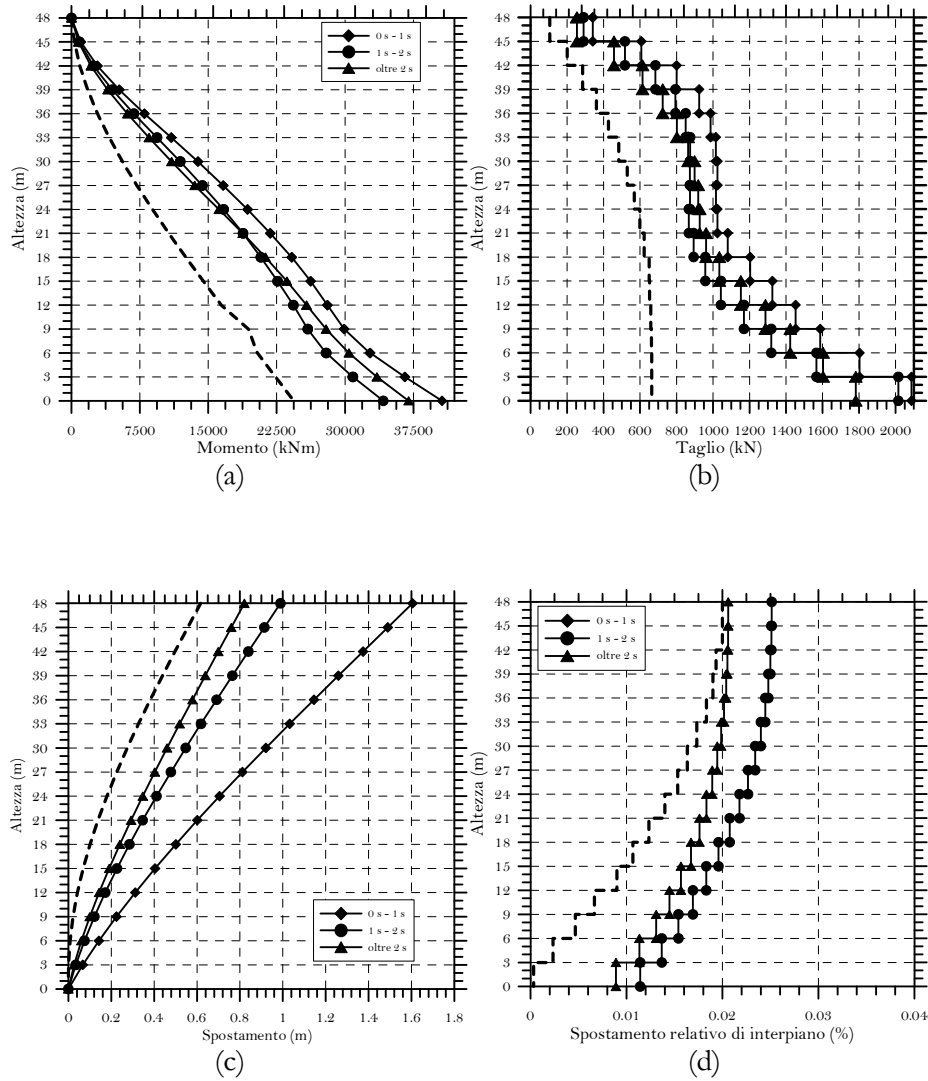


Figura 6.49 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

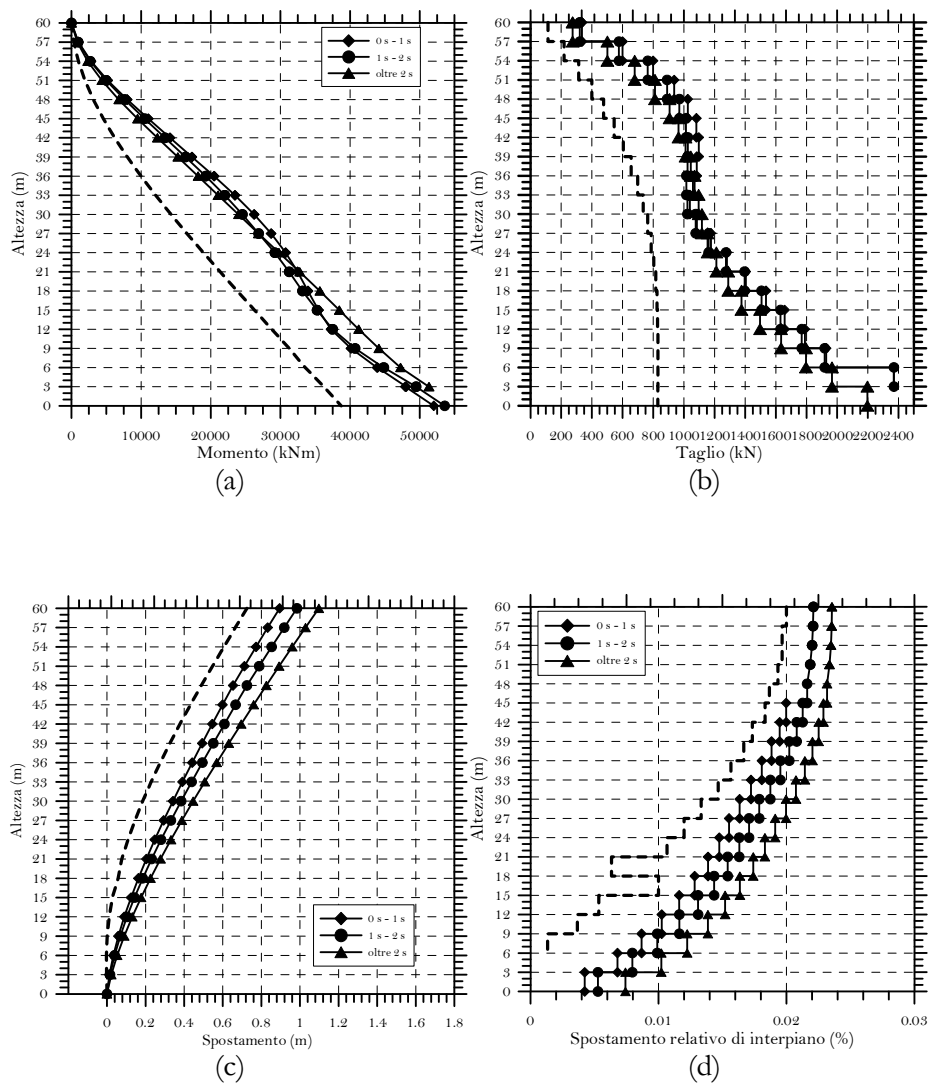
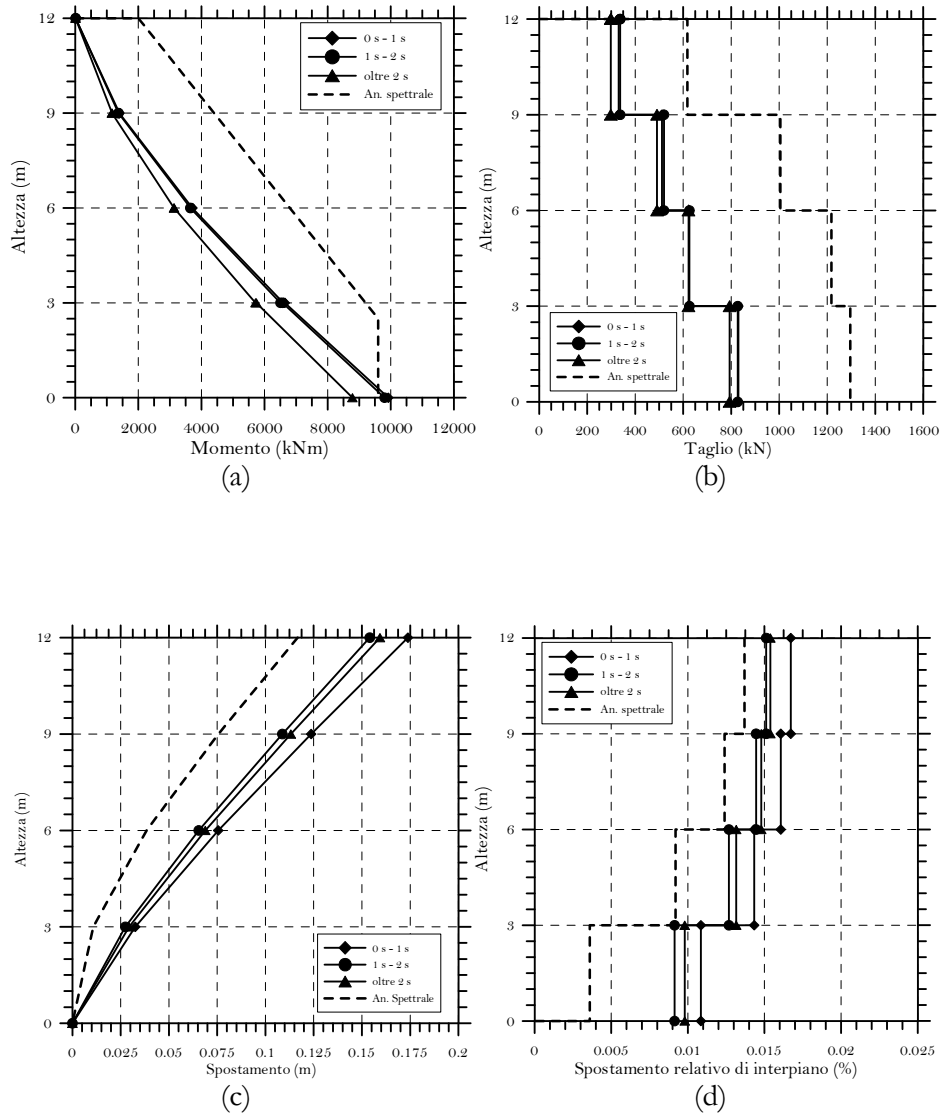


Figura 6.50 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con il metodo DDBD: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

### 6.6.2 Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità media

Nel seguito si presentano i risultati delle analisi dinamiche non lineari condotti con modelli a fibre per la serie di cinque pareti progettata con l'approccio alle forze per duttilità media. Per ciascuna parete che compone la serie si riportano la distribuzione dell'involuppo del momento flettente e della sollecitazione tagliante lungo l'altezza, dello spostamento e del *drift* di piano. Le analisi sono state svolte per tutte e tre le serie di accelerogrammi, e per ognuna di esse si propongono i risultati ottenuti.





**Figura 6.51 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.**

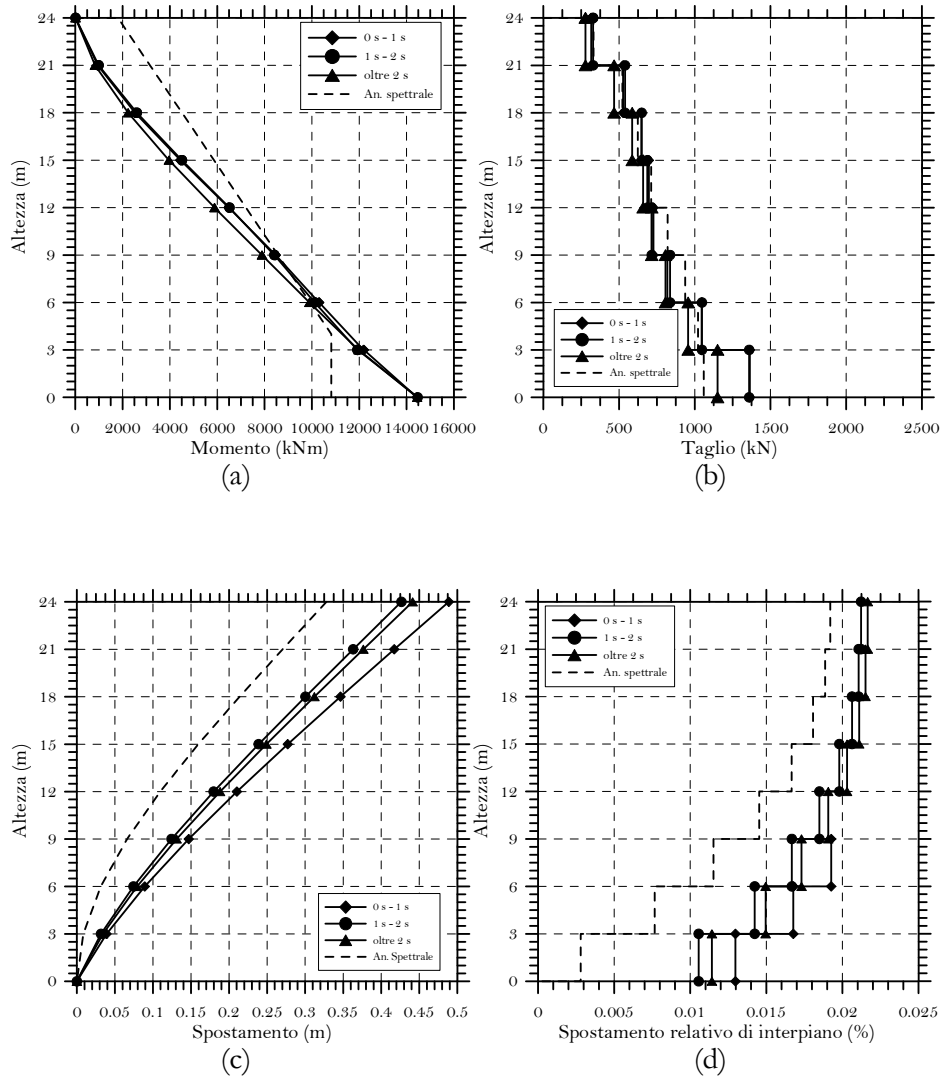


Figura 6.52 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

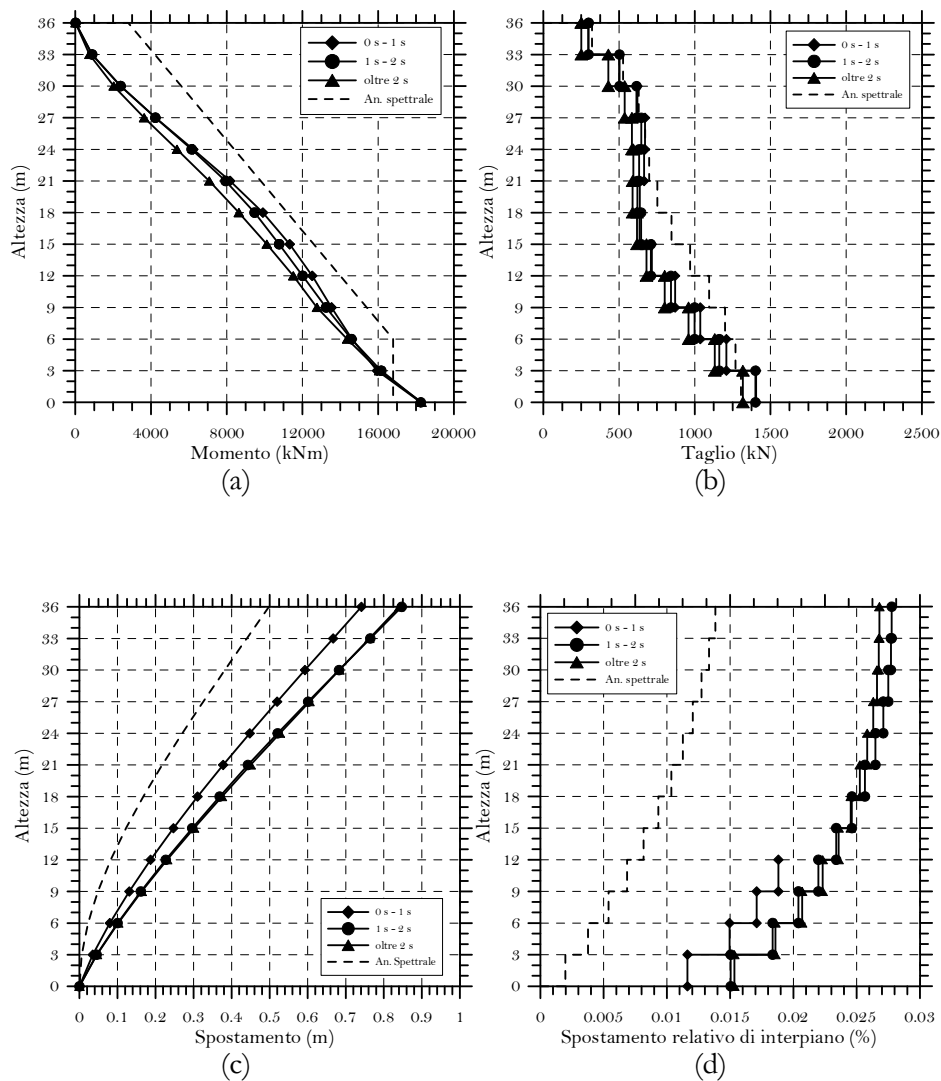


Figura 6.53 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

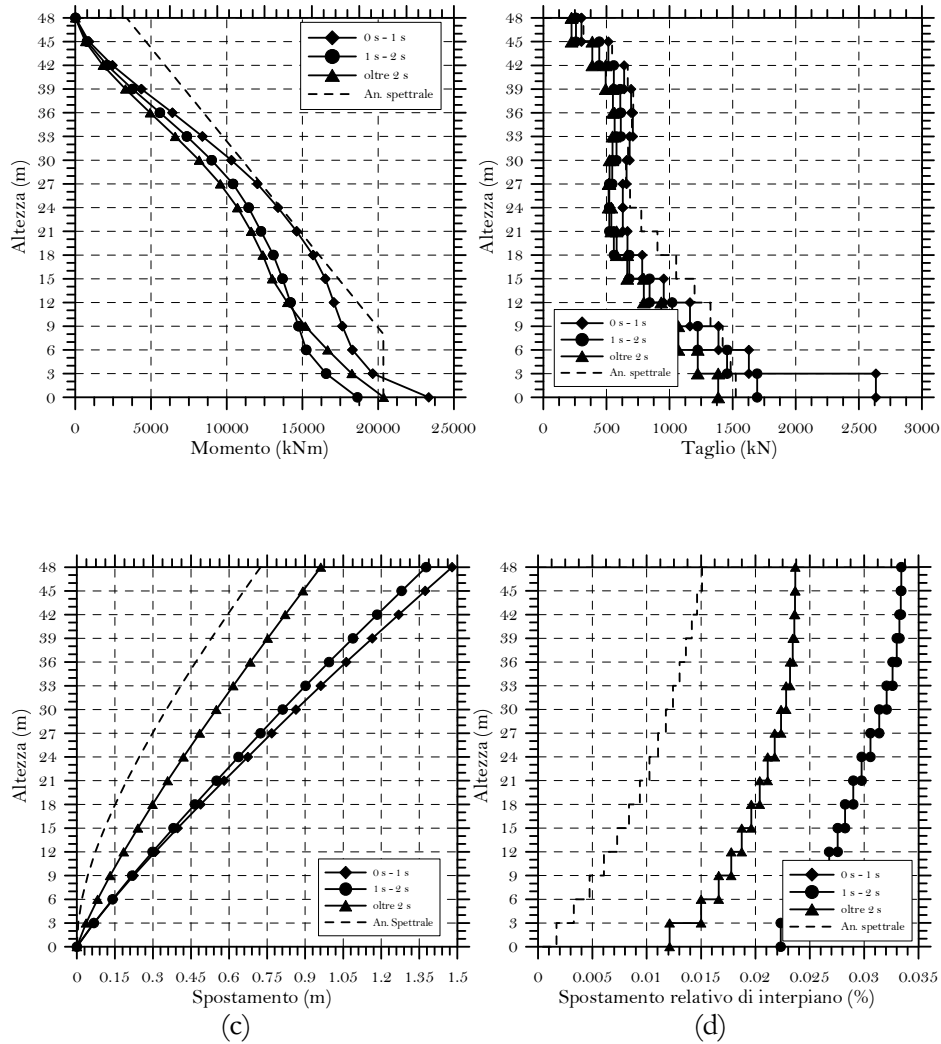


Figura 6.54 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spetrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

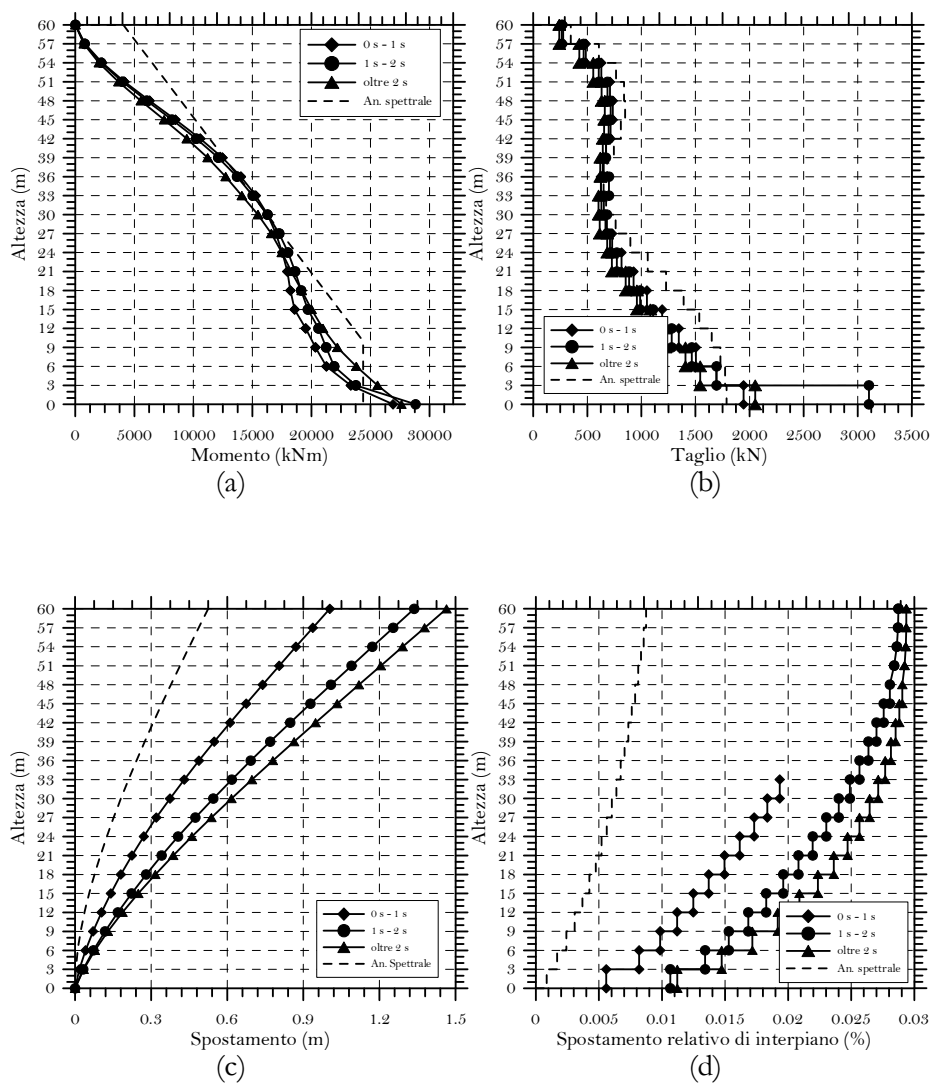


Figura 6.55 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spetrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità media: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

### 6.6.3 Prototipi progettati con l'approccio alle forze in duttilità alta

Quanto riportato al paragrafo precedente è stato ripetuto per le pareti progettate con l'approccio alle forze in duttilità alta. Nel seguito se ne presentano i risultati.

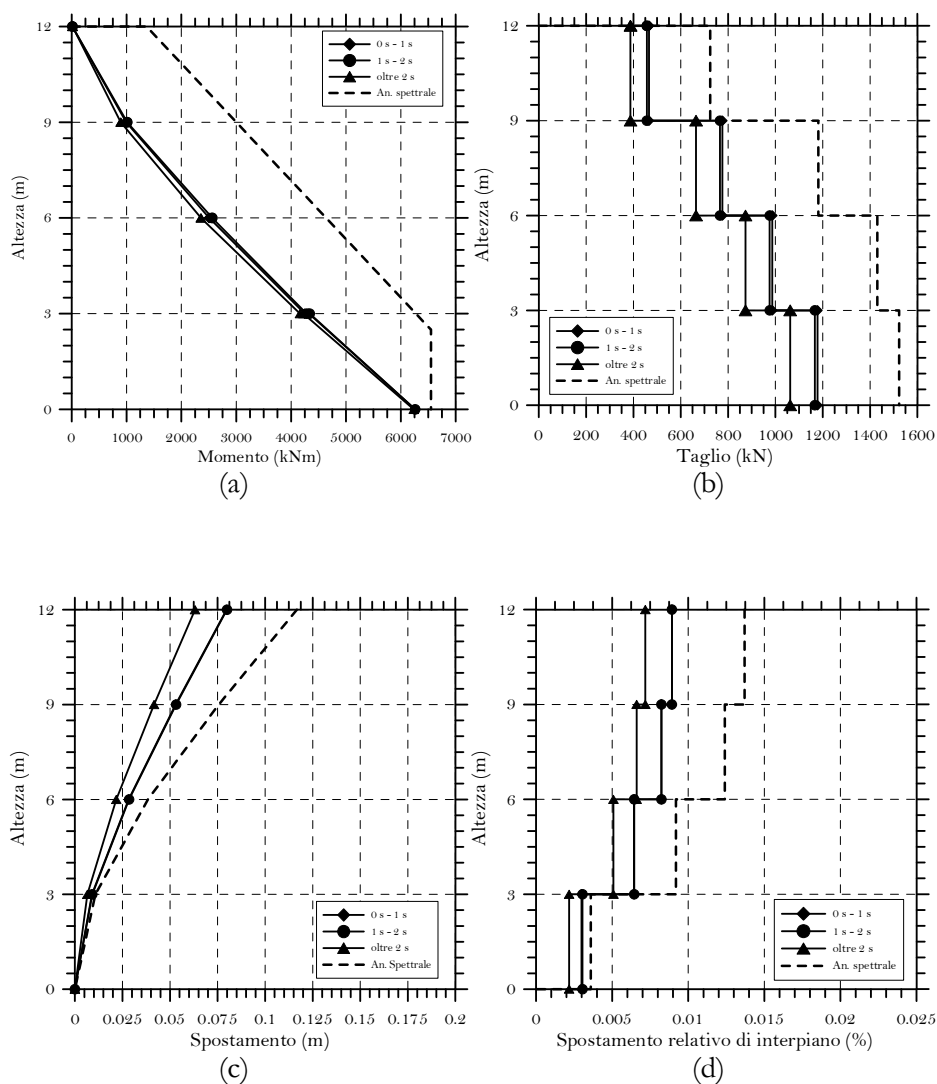


Figura 6.56 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 4 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

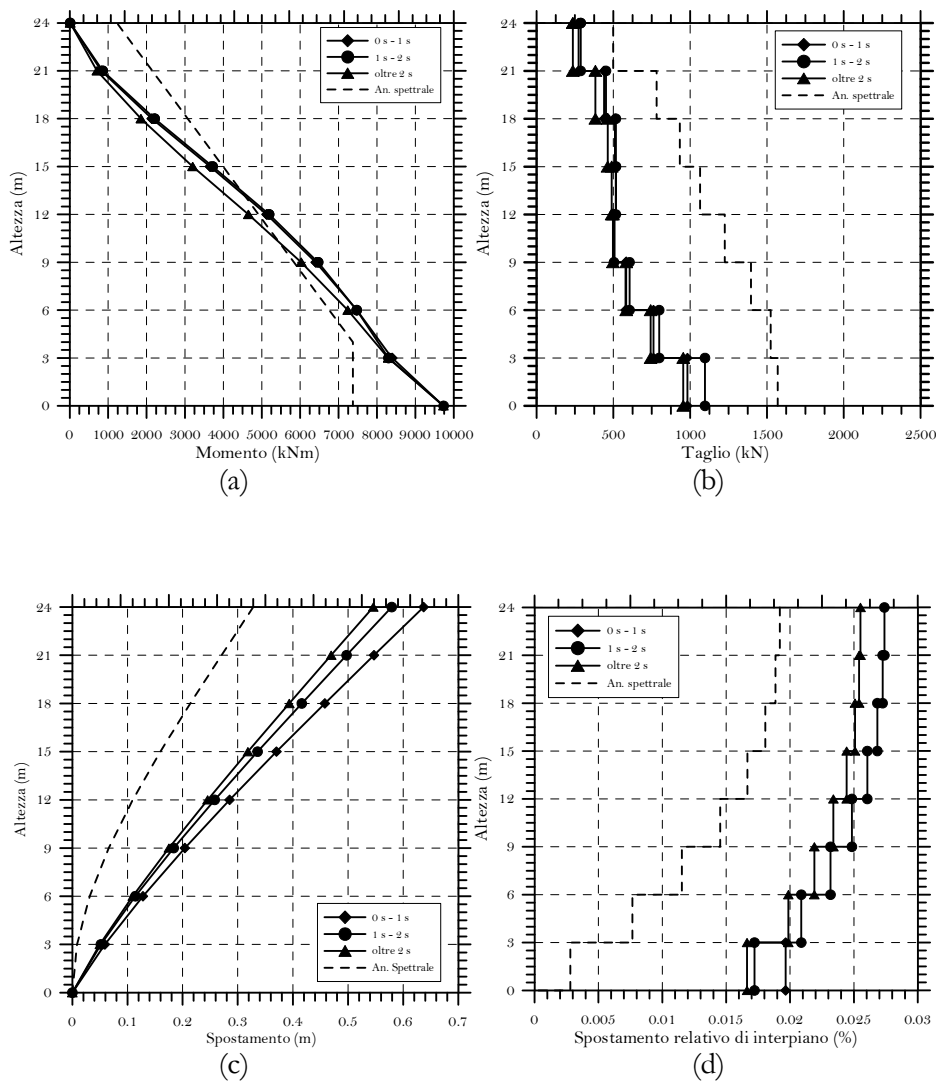


Figura 6.57 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 8 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

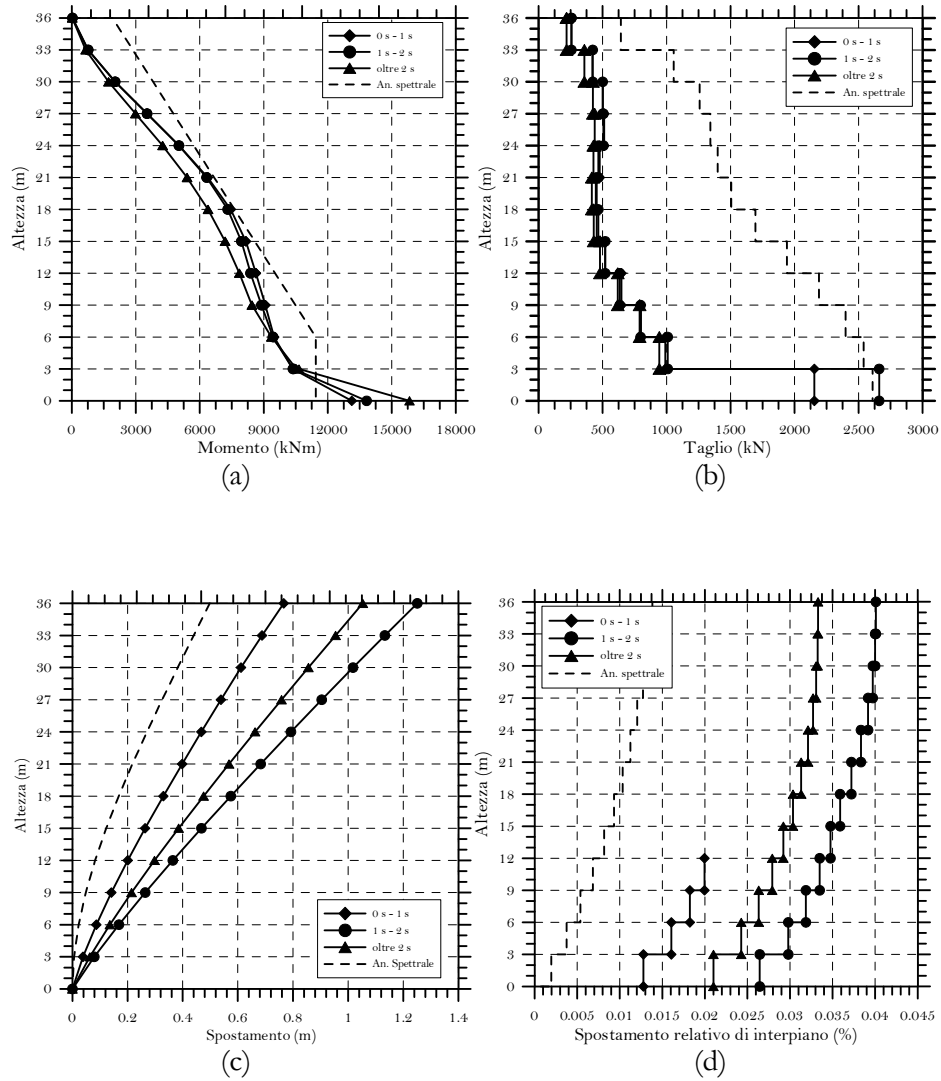


Figura 6.58 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 12 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.



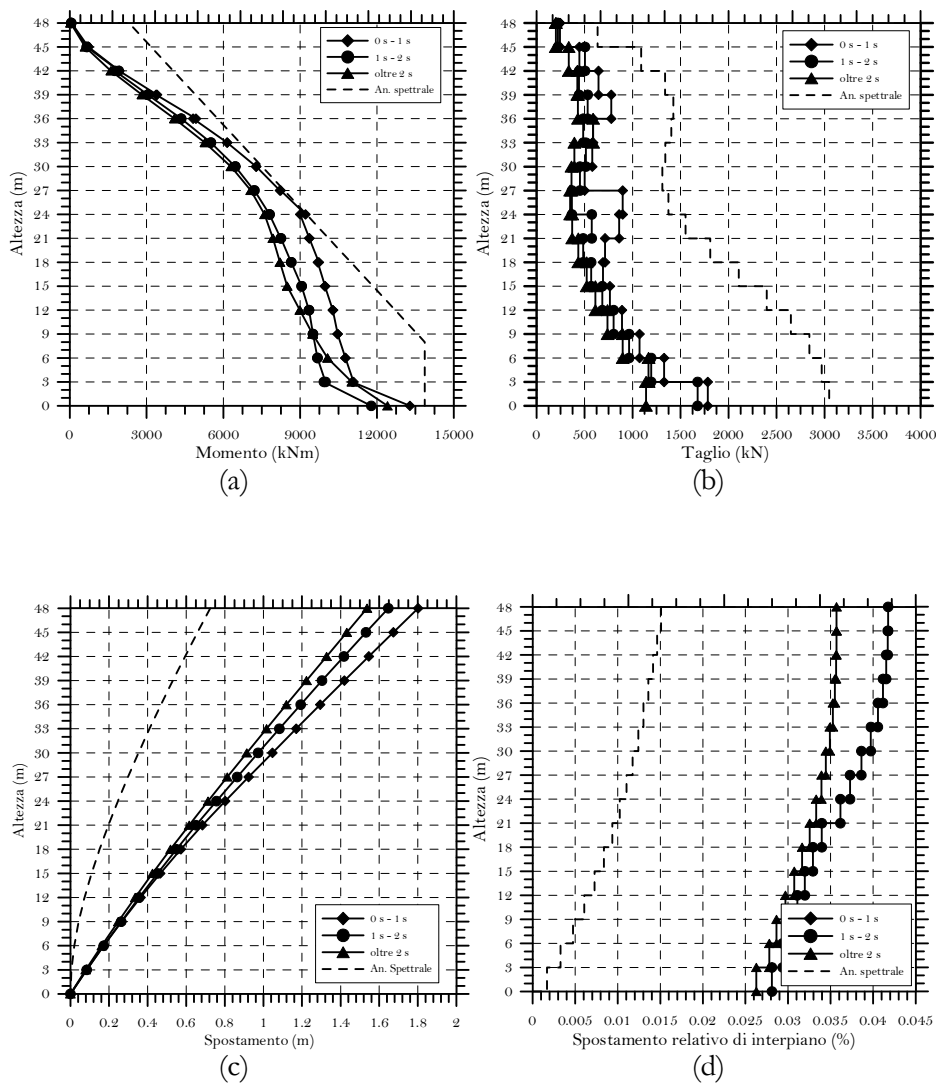


Figura 6.59 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 16 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta: (a) involucro del momento flettente lungo l'altezza, (b) involucro del taglio lungo l'altezza, (c) involucro del profilo di spostamento e (d) involucro del *drift* di piano.

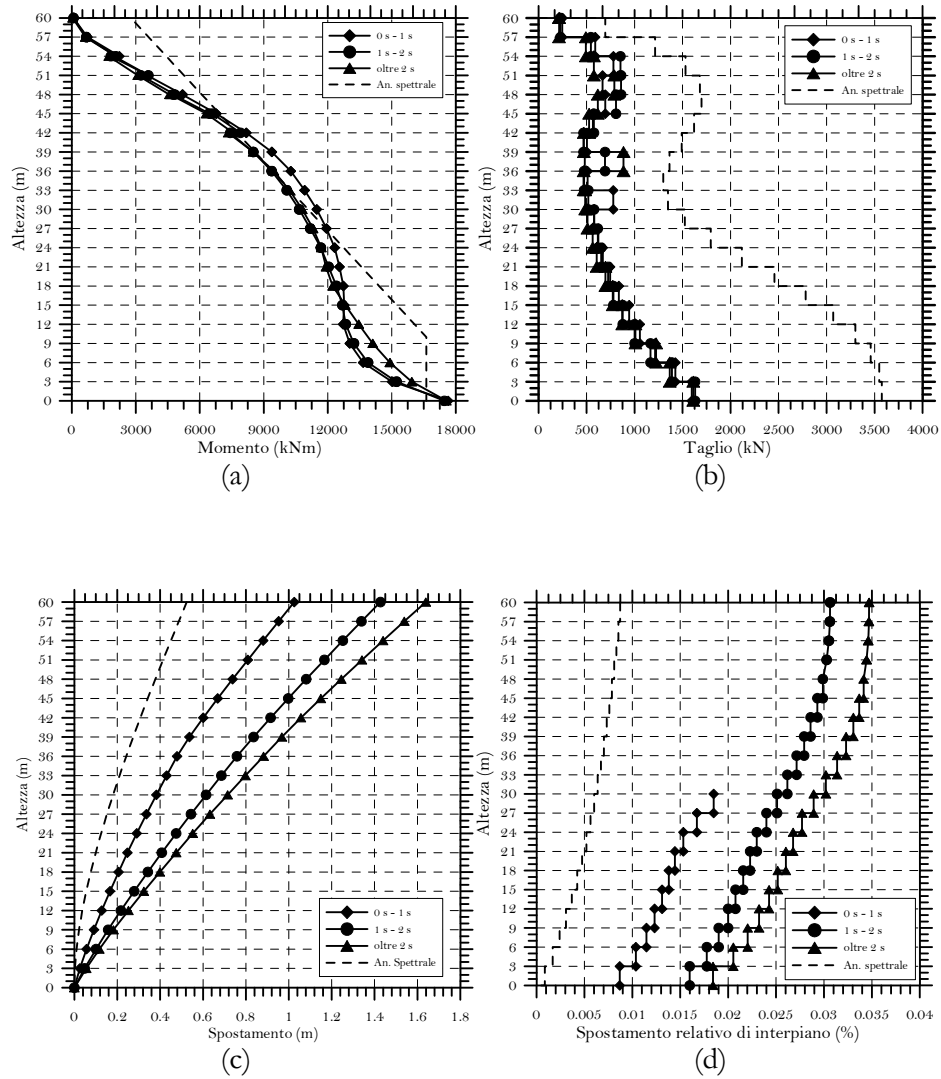


Figura 6.60 Risultati dell'analisi dinamica non lineare con modelli a plasticità diffusa, ottenuti con tre diverse serie di accelerogrammi spettrocompatibili, per la parete di 20 piani progettata con l'approccio alle forze in duttilità alta: (a) involuppo del momento flettente lungo l'altezza, (b) involuppo del taglio lungo l'altezza, (c) involuppo del profilo di spostamento e (d) involuppo del *drift* di piano.

### 6.6.4 Confronti tra l'approccio agli spostamenti e l'approccio alle forze

I risultati ottenuti attraverso le analisi dinamiche non lineari, per le diverse serie di accelerogrammi proposti, hanno evidenziato i limiti del modello a plasticità concentrata soprattutto per le pareti di maggiore altezza.

Infatti, se si osserva il diagramma del momento flettente ottenuto per la parete di 16 piani (di snellezza pari a 9.60) si può notare (Figura 6.65(a)) la non ammissibilità dello stato di sollecitazione lungo l'altezza della parete, con una evidente violazione del diagramma del momento resistente. L'insorgere della sola cerniera plastica alla base, infatti, produce nella struttura una componente del moto di oscillazione prossima al secondo modo di vibrazione di una mensola.

Se al contrario si consente a tutto il modello di superare il limite elastico, il diagramma del momento flettente non presenta alcuna violazione e risulta inoltre contenuto nell'involuppo dell'amplificazione dinamica proposta dall'Eurocodice (Figura 6.65(b)). In particolare dalla Figura 6.61 si può constatare come la struttura abbia raggiunto il limite plastico anche a metà altezza. Tuttavia, la curvatura ultima richiesta alla base è dell'ordine di  $0.18 \text{ m}^{-1}$  (Figura 6.61) e conferma la notevole richiesta di duttilità dell'approccio alle forze ( $\mu = 25.0$ ). Ne derivano spostamenti massimi superiori a quelli stimati dall'analisi modale con fattore di struttura. Il modello a plasticità diffusa diviene pertanto uno strumento efficace per verificare la correttezza del progetto, in quanto consente di controllare che la richiesta di duttilità alla base non superi la duttilità disponibile. Ad esempio, nel caso della parete di 16 piani, la duttilità disponibile  $\mu = 22.5$  è risultata minore di quella richiesta.

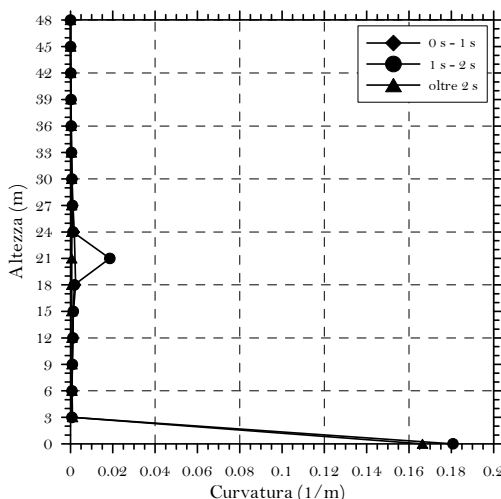


Figura 6.61 Profilo della curvatura per il progetto con approccio alle forze per duttilità alta e plasticità diffusa.

Nel caso di pareti meno snelle, come ad esempio quella di 8 piani, che ha snellezza pari a 6.90, si è osservato che il modello a plasticità concentrata non presenta quei fenomeni di amplificazione dinamica dettati dai modi superiori. Pertanto, per pareti meno snelle, il modello a plasticità concentrata risulta attendibile nel predire il comportamento della struttura.

Analogamente, per pareti meno snelle, gli spostamenti ricavati all'analisi modale con fattore di struttura e quelli forniti dall'analisi dinamica non lineare sono prossimi fra loro. Infine, per confronto con i diagrammi di involuppo ricavato dalle analisi dinamiche, si evince che i valori del *drift* di piano ricavati con approccio alle forze, risultano generalmente inferiori, anche se tendono a coincidere con i primi alla sommità della parete.

Le analisi dinamiche hanno dimostrato la sostanziale affidabilità dell'approccio agli spostamenti in termini di sollecitazioni sia adottando il modello a plasticità diffusa sia quello a plasticità concentrata. Infatti, per quanto riguarda il modello a plasticità concentrata, in nessun caso si presentano le violazioni del diagramma del momento flettente che derivavano dall'approccio alle forze per le pareti più snelle.

Per quanto riguarda gli spostamenti, si osserva che (Figure 6.66(a) e 6.66(b)) il modello a plasticità concentrata fornisce sempre profili di spostamento inferiori a quelli assegnati mentre il modello a plasticità diffusa sottostima gli spostamenti massimi solo nel caso di accelerogrammi spettrocompatibili nell'intervallo 0-1 s. Infine, il *drift* di progetto risulta sempre rispettato anche se la distribuzione lungo l'altezza non risulta accurata.

Nel metodo DDBD, il modello strutturale viene ridotto ad un oscillatore semplice (Shibata e Sozen, 1976) e l'assegnazione di un profilo di spostamenti unito all'uso dello spettro di risposta agli spostamenti consente di determinare la distribuzione delle forze lungo l'altezza. Tale approccio consente il controllo diretto della duttilità richiesta ma richiede a sua volta una individuazione accurata di profili di spostamento che tengano conto di modi di oscillazione superiori al primo.

Diversamente, l'approccio alle forze determina sollecitazioni proporzionali ad una combinazione quadratica dei modi di vibrazione. Ciò comporta che, per strutture snelle, si possa tener conto più facilmente dei modi di vibrazione superiori. Tuttavia, il controllo della duttilità richiesta può essere effettuato solo a posteriori.

Per le pareti di altezza inferiore a 16 piani il contributo dei modi superiori risulta meno marcato e la differenza fra i due approcci si riduce al punto che, nel caso della parete di 8 piani, i progetti svolti con il DDBD e con l'approccio alle forze in duttilità alta sono sostanzialmente coincidenti.

Le analisi dinamiche effettuate hanno evidenziato che, nell'ambito dell'approccio alle forze, il modello a plasticità concentrata deve essere utilizzato con particolare cautela

per pareti snelle, in quanto si possono determinare cerniere plastiche lungo l'altezza della parete. Ovviamente, tale eventualità viene considerata nel modello a plasticità diffusa. Tuttavia, la conseguente maggiore deformabilità comporta che debba essere verificata la duttilità richiesta in corrispondenza delle zone plasticizzate.

Viceversa nell'approccio agli spostamenti, le verifiche effettuate con modelli a plasticità concentrata non hanno in nessun caso evidenziato violazioni del momento ultimo lungo l'altezza.

L'utilizzo del *Displacement Based Design* ha posto in evidenza che, per strutture snelle, il rispetto del valore limite del *drift* di piano richiede un fattore di struttura ben inferiore a quello consentito dall'approccio alle forze. Pertanto, l'approccio agli spostamenti costituisce un metodo più adeguato al progetto antisismico di edifici controventati con pareti in cemento armato.

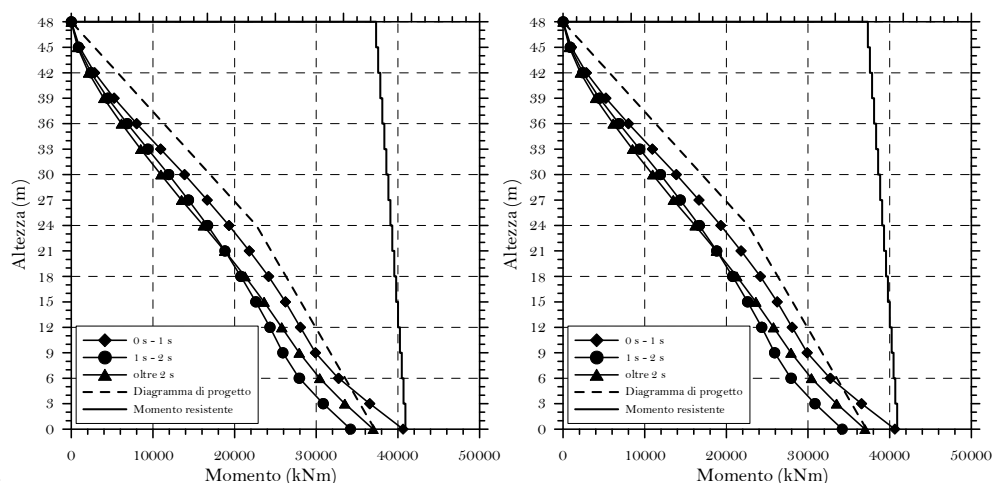


Figura 6.62. Metodo DDBD. Momento flettente per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

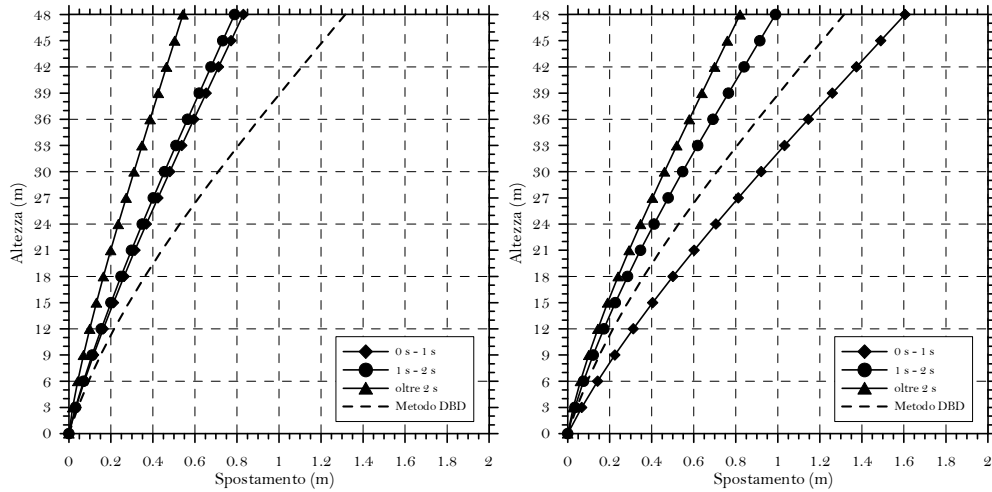


Figura 6.63. Metodo DBD. Spostamenti per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

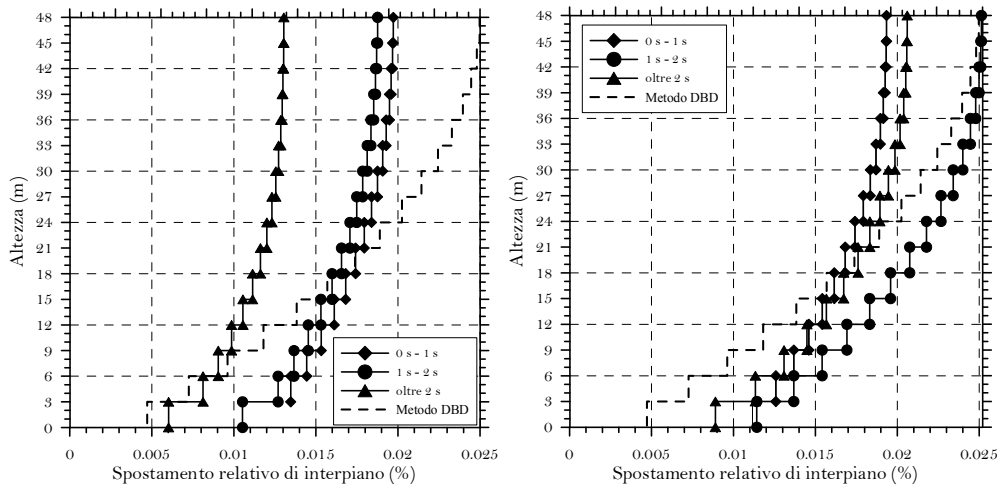


Figura 6.64. Metodo DBD. Drift di piano per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

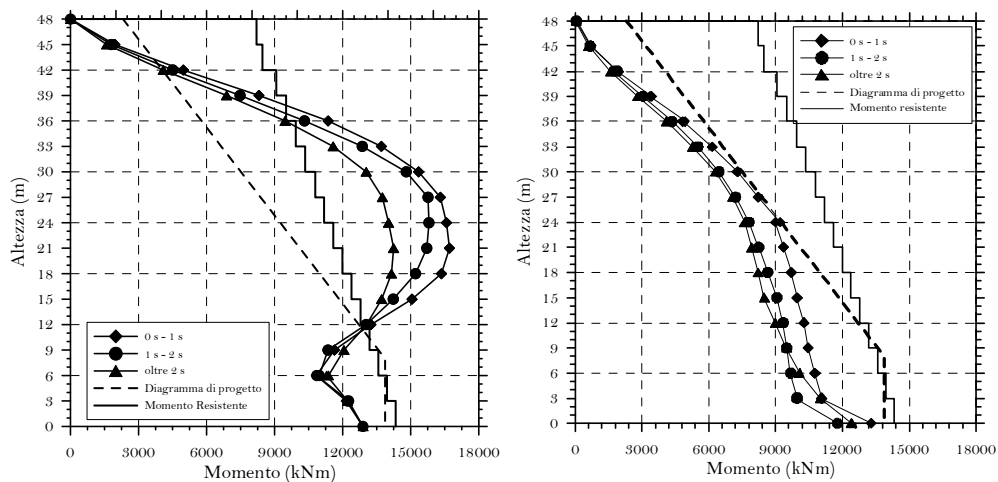


Figura 6.65. Approccio alle forze. Momento flettente per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

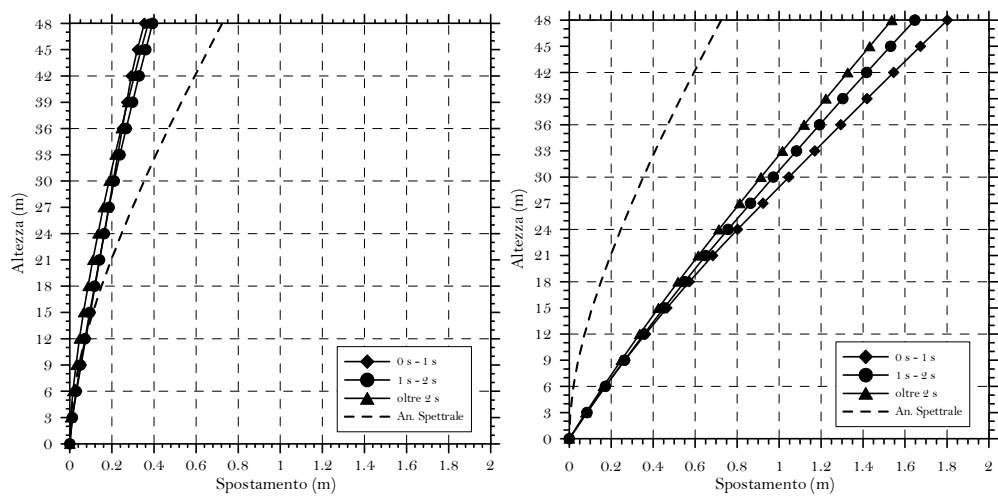


Figura 6.66. Approccio alle forze. Spostamenti per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

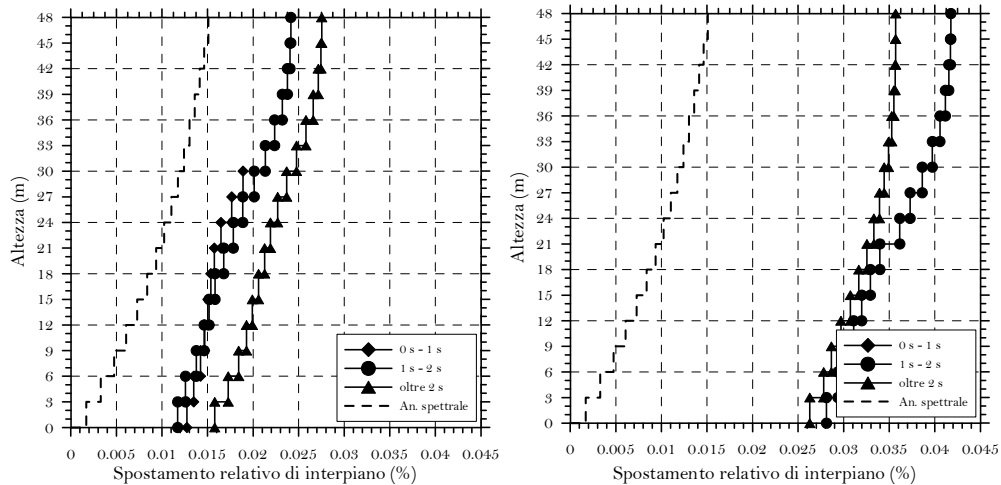


Figura 6.67. Approccio alle forze. *Drift* di piano per la parete di 16 piani: modello a plasticità concentrata (a) e diffusa (b).

### 6.6.5 Il caso dell'armatura variabile lungo l'altezza

Finora si è dimostrato che l'analisi dinamica non lineare effettuata con modelli a plasticità concentrata non risulta attendibile per le pareti in cemento armato di altezza superiore ai 12 piani progettate con l'approccio alle forze. Inoltre risulta attendibile per l'approccio DDBD in termini di definizione degli involucri di sollecitazione ma fornisce spostamenti e *drift* di piano superiori a quelli di progetto.

Si è ricorso pertanto ad analisi dinamiche con modellazioni a fibre per consentire la formazione di cerniere plastiche lungo tutta l'altezza della parete. Ne è risultato che, pur essendo soddisfatta la distribuzione del momento flettente e del taglio, gli spostamenti di progetto non risultano affatto predittivi nell'ipotesi di estendere l'armatura della parete su tutta l'altezza.

Pertanto, nel seguito, allo scopo di affinare i risultati del modello a fibre, si proporranno, per la parete di 16 piani, tre variazioni di armatura lungo l'altezza.

Le analisi dinamiche hanno dimostrato la sostanziale affidabilità del DDBD sia in termini di spostamenti che di sollecitazioni. In particolare, le Figure 6.68a e 6.68b riportano rispettivamente il profilo degli spostamenti ed il *drift* di piano forniti dal DDBD e dall'analisi non lineare. Si può osservare che sia lo spostamento sia il *drift* di progetto sono sempre rispettati e la stima della loro distribuzione lungo l'altezza risulta accurata. Le Figure 6.69a e 6.69b riportano rispettivamente i diagrammi del momento flettente e del taglio: in particolare, la linea continua rappresenta i risultati forniti dal DDBD, la linea tratteggiata i diagrammi di progetto che tengono conto dell'amplificazione dinamica, la linea con il simbolo • l'analisi non lineare e le linee



continue in grassetto riproducono l'andamento del momento flettente e del taglio resistenti.

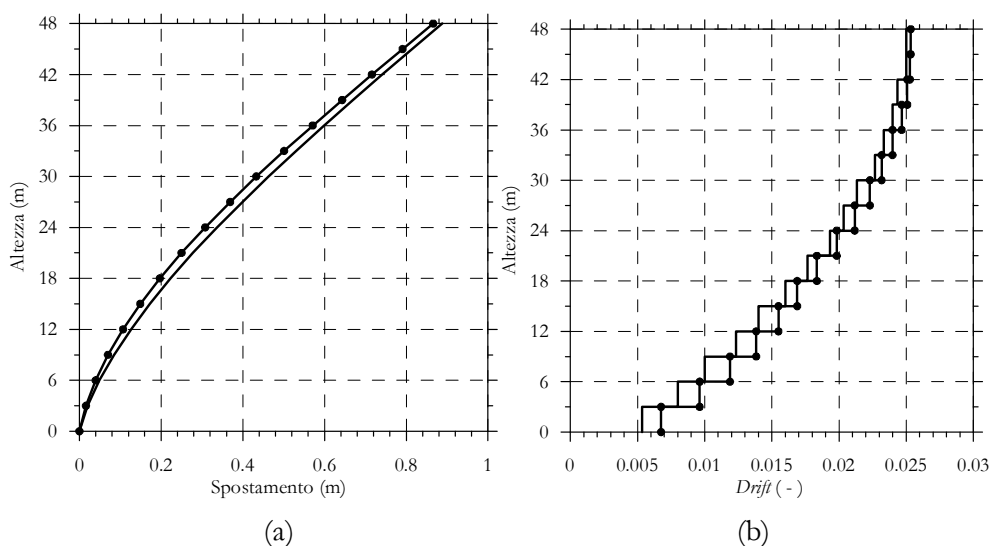


Figura 6.68 Profilo degli spostamenti e dei *drift* di piano forniti dal DDBD (linea continua) e dall'analisi non lineare (linea con ●)

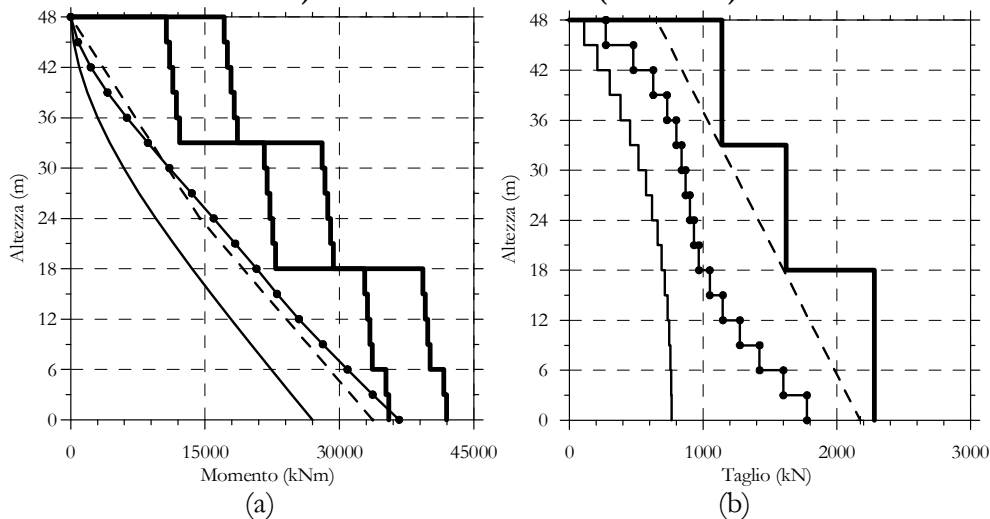


Figura 6.69 Risultati forniti dal DDBD: diagrammi del momento flettente e del taglio risultanti dalle analisi (linea continua) e diagrammi di progetto (linea tratteggiata). Le linee con ● riportano i risultati delle analisi non lineari e le linee continue in grassetto rappresentano i diagrammi delle sollecitazioni resistenti.

In particolare, per quanto riguarda il momento resistente, in Figura 6.69a sono riportati sia i risultati ottenuti con i valori delle resistenze di progetto sia quelli ottenuti con i valori medi di resistenza, utilizzati nelle analisi non lineari. Infine, è stato verificato che il valore medio della duttilità richiesta dalle analisi non lineari è risultato pari a 11.30 e quindi minore del valore della duttilità della sezione di base che risulta di 13.90. Sono state infine svolte ulteriori analisi in Rizzato ed altri (2007, 2009) che hanno riguardato il confronto fra il DDBD ed il progetto in duttilità media ed alta mediante l'approccio alle forze. Nel caso particolare di una parete di 16 piani con armatura costante lungo l'altezza, i confronti svolti hanno mostrato che con l'approccio alle forze si perviene ad un *drift* maggiore del 3.5%. Ovviamente tale tendenza si amplifica quando viene operata, realisticamente, una riduzione dell'armatura lungo l'altezza.

## **CAPITOLO 7: VALIDAZIONE MEDIANTE ANALISI DINAMICHE NON LINEARI DEI RISULTATI DEL METODO DDBD RELATIVI ALL'EDIFICIO TELAIO-PARETE IN C.A.**

### **7.1 ANALISI DINAMICHE NON LINEARI CON MODELLI A FIBRE**

I risultati ottenuti al Capitolo precedente hanno sancito la sostanziale affidabilità del metodo DDBD nel descrivere il comportamento sismico di pareti in calcestruzzo armato di differente altezza. Per estendere la validità dei risultati riscontrati per le pareti ad edifici telaio-parete in cemento armato, nel seguito si analizzerà il comportamento sismico dell'edificio telaio-parete progettato con il *Direct Displacement Based Design* al Capitolo 4, facendo uso di analisi dinamiche con modelli a plasticità diffusa (i quali si sono rivelati i più affidabili per la tipologia di problemi studiata),

Nel seguito, pertanto, gli esiti dell'approccio DDBD vengono verificati per confronto con i risultati di analisi dinamiche non lineari sviluppate facendo uso di un modello a fibre (Filippou e altri 1991, 1996a, 1996b), implementando un modello tridimensionale con il codice di calcolo Midas Gen. Ogni elemento è stato discretizzato mediante l'inserimento di elementi finiti di trave a comportamento inelastico. In particolare, le sezioni di controllo sono state introdotte nei nodi, ai quarti ed in mezzera di ciascun elemento di trave. Ciascuna sezione di controllo è stata discretizzata, con una serie di fibre elementari di forma approssimativamente quadrata distinguendo il calcestruzzo non confinato, il calcestruzzo confinato (presente all'interno nei nuclei d'estremità) e le barre verticali di armatura. La Figura 7.15 riporta lo schema di discretizzazione adottato alla base della parete.

A ciascuna fibra è stato assegnato un corrispondente legame costitutivo per simulare il comportamento isteretico del materiale. Per il calcestruzzo è stato adottato il modello di Kent e Park (1971) che tiene in considerazione l'effetto di confinamento del conglomerato e ne trascura il comportamento a trazione. L'acciaio è stato modellato seguendo la legge costitutiva di Menegotto e Pinto (1973), assumendo una pendenza del tratto incrudente dell'acciaio pari all'8% del modulo di elasticità. Per i parametri  $R_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  (Filippou ed altri 1991) sono stati utilizzati i valori  $R_0 = 20$ ,  $\alpha_1 = 18.5$  e  $\alpha_2 = 0.15$  proposti dagli autori. Per i materiali sono stati adottati i valori medi di resistenza.

Al sistema misto telai-parete è stata applicata una serie di sette accelerogrammi spettrocompatibili, in termini di spostamenti, con lo spettro di risposta elastico utilizzato in fase di progetto. In particolare sono stati selezionati cinque accelerogrammi naturali e due artificiali spettrocompatibili per periodi compresi tra 0 e 1 s. Tale scelta deriva dal fatto che il periodo fondamentale del sistema misto telai-parete, pensato con le sezioni interamente reagenti, risulta di 0.55 s.

## 7.2 PROTOTIPI PROGETTATI CON IL METODO DDBD

Le analisi dinamiche hanno dimostrato la sostanziale affidabilità del DDBD sia in termini di spostamenti che di sollecitazioni anche per l'edificio telaio-parete. In particolare, le Figure 7.1a e 7.1b riportano rispettivamente il profilo degli spostamenti ed il *drift* di piano forniti dal DDBD e dall'analisi non lineare. Si può osservare che c'è buon accordo tra spostamento e *drift* di progetto e quelli ottenuti dalle analisi dinamiche non lineari ad eccezione della zona, al piede, in cui si forma la cerniera plastica. Ciononostante i risultati del metodo DDBD si confermano conservativi.

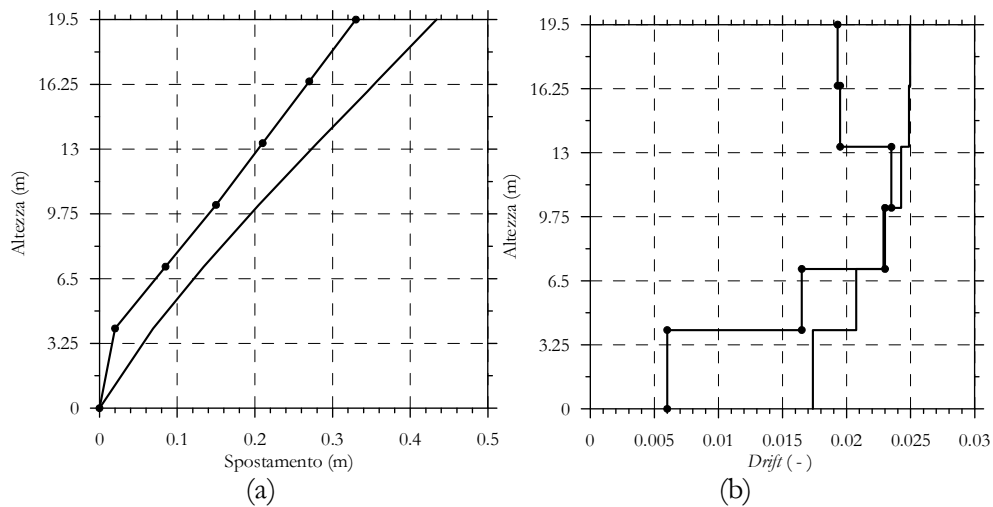
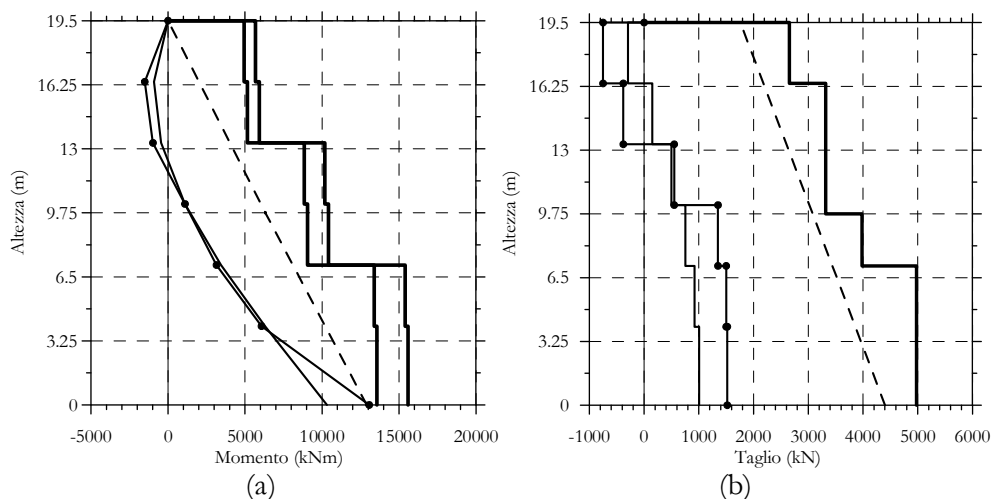


Figura 7.1 Profilo degli spostamenti e dei *drift* di piano forniti dal DDBD (linea continua) e dall'analisi non lineare (linea con ●)



**Figura 7.2** Diagrammi del momento flettente e del taglio forniti dal DDBD (linea continua) e dall'analisi non lineare (linea con ●). Le linee tratteggiate definiscono i diagrammi di progetto del DDBD e le linee continue in grassetto rappresentano i diagrammi delle sollecitazioni resistenti

Le Figure 7.2a e 7.2b riportano rispettivamente i diagrammi del momento flettente e del taglio. In particolare, la linea continua rappresenta i risultati forniti dal DDBD, la linea tratteggiata i corrispondenti diagrammi di progetto che tengono conto dell'amplificazione dinamica, la linea con il simbolo ● l'analisi non lineare ed infine le linee continue in grassetto riproducono l'andamento del momento e del taglio resistenti. Inoltre, per quanto riguarda il momento resistente, in Figura 7.2a sono riportati sia i risultati ottenuti con i valori delle resistenze di progetto sia quelli ottenuti con i valori medi di resistenza. Infine, è stato verificato che il valore medio della duttilità richiesta alla base della parete dalle analisi non lineari è risultato pari a 5.6 e quindi minore del valore della duttilità della sezione di base che risulta di 7.8. La stessa verifica è stata effettuata con successo anche per le sezioni di travi e pilastri.



## CAPITOLO 8: CONCLUSIONI

L'approccio DDBD discusso in questa tesi si è rivelato un metodo di progettazione sostanzialmente efficace per edifici a parete e telaio-parete in cemento armato. Il rispetto del criterio prestazionale adottato (i.e. il mantenimento del *drift* di piano al di sotto di una soglia prefissata) garantisce infatti che la struttura, oltre ad essere preservata dal collasso in caso di sisma distruttivo, sia preservata inoltre da danni ad elementi non strutturali (i.e. impianti, tamponamenti, camini).

Le sollecitazioni ricavate dall'analisi dinamica risultano attendibili sia per il modello a plasticità diffusa, sia per quello a plasticità concentrata. Tuttavia, dal confronto con i risultati dei due approcci per le analisi dinamiche, sono emersi forti alcuni limiti di questa modellazione: non solo gli spostamenti ricavati dall'analisi dinamica si sono dimostrati molto diversi tra di loro, ma sono risultati sostanzialmente molto diversi anche dagli spostamenti attesi. Quest'ultimi, infatti, sono in genere non conservativi nei confronti dei risultati dell'analisi dinamica. Il ricorso ad analisi dinamiche con modelli a fibre, in cui l'armatura di progetto lungo l'altezza sia stata accuratamente progettata, consente, al contrario, di ottenere un'ottima corrispondenza con i risultati del progetto sia in termini di spostamenti che di sollecitazioni.

Per contro sono stati evidenziati i limiti dell'approccio alle forze nel descrivere il comportamento sismico di edifici multipiano in cemento armato. La mancata corrispondenza tra sollecitazioni e spostamenti non consente di avere il controllo della deformabilità dell'edificio studiato. Pertanto si è ottenuto che per pareti alte le sollecitazioni di progetto siano risultate non conservative rispetto alle analisi dinamiche con modelli a plasticità concentrata, mentre gli spostamenti, al contrario, sono sufficientemente conservativi. Inoltre il modello con cerniera plastica concentrata si è rivelato inadeguato nel descrivere l'andamento del momento flettente lungo l'altezza della parete, soprattutto in relazione al progetto per duttilità alta. Ciò è dovuto essenzialmente all'amplificazione dinamica generata dai modi di vibrazione superiori al modo fondamentale. Questi ultimi generano un momento flettente a metà altezza che supera il momento resistente della sezione armata. Questo fenomeno si genera essenzialmente con il modello a plasticità concentrata, mentre il modello a plasticità diffusa ne è sostanzialmente immune. Infatti quest'ultimo consente la diffusione della plasticità lungo l'altezza e di conseguenza permette la redistribuzione delle sollecitazioni lungo l'altezza. Tuttavia, passando dal modello a plasticità concentrata, in cui gli spostamenti di progetto dapprima risultavano conservativi, al modello a plasticità diffusa, gli stessi risultano molto inferiori a quelli ricavati dall'analisi. Ciò si verifica in generale anche per le pareti tozze, per quali, in ogni caso,

le sollecitazioni ricavate dall'analisi dinamica risultano attendibili ed in linea con i risultati del progetto.

Si è stabilito pertanto come le analisi dinamiche con modelli a plasticità concentrata possano essere utilizzate per pareti di altezza non molto elevata (nel caso in esame si è ottenuto una buona corrispondenza solo per le pareti fino ad 8 piani) purchè si abbia cura di controllare la corretta rispondenza degli spostamenti. Per pareti di altezza più elevata e progettate con l'approccio alle forze, per le quali si sia adottato un fattore di struttura elevato (come nel caso di progetto per duttilità alta), il modello di cerniera plastica concentrata risulta del tutto inadeguato: il momento a metà altezza, infatti, supera il momento di plasticizzazione della sezione armata. Pertanto per verificare le pareti progettate con l'approccio alle forze si è ricorso ad analisi dinamiche con modelli a plasticità diffusa, ed in particolare si è fatto uso del modello a fibre di Filippou, Spacone e Taucer (1996a-b). Ne è risultato che le sollecitazioni risultano sempre ammissibili sia per le pareti progettate in duttilità media che in duttilità alta.

Inoltre, è possibile concludere che:

- L'approccio basato sul metodo delle forze, con applicazione del fattore di struttura  $q$ , non risulta sufficientemente adeguato a cogliere l'andamento del momento flettente lungo l'altezza di edifici multipiano con struttura di controvento a parete in conglomerato cementizio armato. Infatti l'amplificazione dinamica che si opera sul diagramma del momento di calcolo non tiene conto dell'effetto dovuto all'importanza dei modi di vibrazioni superiori al primo. L'edificio di 20 piani studiato nel presente lavoro possiede infatti un periodo di circa 3,0 secondi per il primo modo di vibrazione, che coinvolge circa il 70% dell'intera massa, mentre il secondo e il terzo modo di vibrazione, rispettivamente con periodo prossimo a 0,8 e 0,5 secondi e una massa partecipante totale del 25%, corrispondono alla zona dello spettro elastico cui fa capo la massima accelerazione. Da qui risale infatti la notevole disuniformità della risposta ottenuta mediante analisi non lineare con modelli a plasticità concentrata rispetto al metodo alle forze.
- L'andamento del diagramma del taglio, nella sua amplificazione dinamica dettata dall'Eurocodice 8, pur essendo sempre rispettoso nei confronti di tutte le analisi effettuate e per entrambi i fattori di struttura introdotti, non coglie la distribuzione dell'azione lungo l'altezza. Ciò è probabilmente dovuto al fatto che l'amplificazione adottata dall'Eurocodice risulta diversa per il diagramma del taglio e per quello del momento.
- L'utilizzo di una serie di almeno 7 accelerogrammi naturali garantisce una risposta ragionevole nei confronti dell'analisi spettrale, in quando i valori



medi delle risposte delle singole analisi forniscono una vicinanza maggiore con lo spettro di risposta elastico per cui questi sono stati calcolati. Tuttavia è bene che tali accelerogrammi non presentino comportamento sensibilmente diverso l'uno dall'altro.

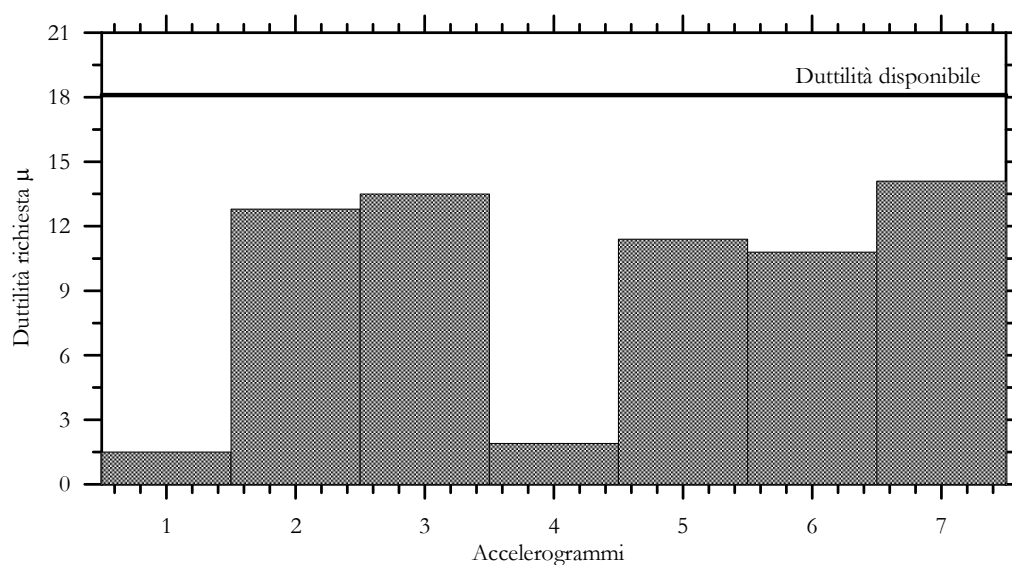
- Non è possibile, mediante la verifica con analisi dinamiche non lineari, raggiungere valori di spostamento relativo in sommità contenuti nel limite massimo del 2.5% dell'interpiano nemmeno mediante un approccio agli spostamenti, ossia per fattore di struttura equivalente pari ad 1,8 (in riferimento alla parete di 20 piani), se non calibrando le armature in modo da rispettare il più possibile l'andamento del momento di progetto.
- Mediante l'introduzione di un fattore di struttura più basso rispetto ai valori definiti dalla norma per classe di duttilità media ed alta, per pareti di notevole altezza, si riporta l'andamento del momento flettente entro i limiti definiti dall'amplificazione dinamica prescritta dall'Eurocodice 8.
- Le pareti tozze, con rapporto  $h/l < 9$  non presentano problemi di amplificazione dinamica del momento flettente anche se progettate per classe di duttilità alta.
- Il profilo degli spostamenti e degli spostamenti relativi risulta, per analisi dinamiche non lineari, sempre molto più elevato rispetto ai valori di progetto. Tale differenza diminuisce al crescere dell'altezza dell'edificio ma non si riduce sensibilmente.
- I valori dello spostamento relativo d'interpiano risultano poco sensibili all'entità del momento resistente alla base dell'edificio, ma superano comunque i valori definiti dalle recenti normative europee ed americane. Tuttavia i valori di spostamento relativo d'interpiano fissato da tali norme si riferisce allo stato limite di danno. Un ulteriore confronto potrebbe essere effettuato con valori di confronto elaborati per stato limite ultimo.
- Nonostante quanto esposto ai punti precedenti, la duttilità richiesta dall'analisi dinamica non lineare, ricavata per i diagrammi momento-curvatura con limiti di deformazione incrementati, per tener conto del confinamento, rispetta sempre il limite massimo definito dalla duttilità disponibile.



## APPENDICE A

Si riporta nel seguito (Figure A.2 – A.8) il dettaglio dei risultati ottenuti per ogni singolo accelerogramma che compone la serie spettro compatibile tra 0 e 1 s per la parete di 16 piani progettata con il metodo DDBD. Per ciascuno dei sette accelerogrammi che compone la serie si riportano l'involuppo del momento flettente e del taglio lungo l'altezza, l'andamento della deformata, della curvatura e del *drift* di piano lungo l'altezza, lo spostamento residuo al termine del moto. Inoltre si riportano, per ciascuna serie temporale l'andamento dello spostamento sommitale e del momento alla base, nel tempo. Infine si presenta il grafico del ciclo isteretico alla base della parete, diagrammando il Momento flettente con la Curvatura alla base della parete.

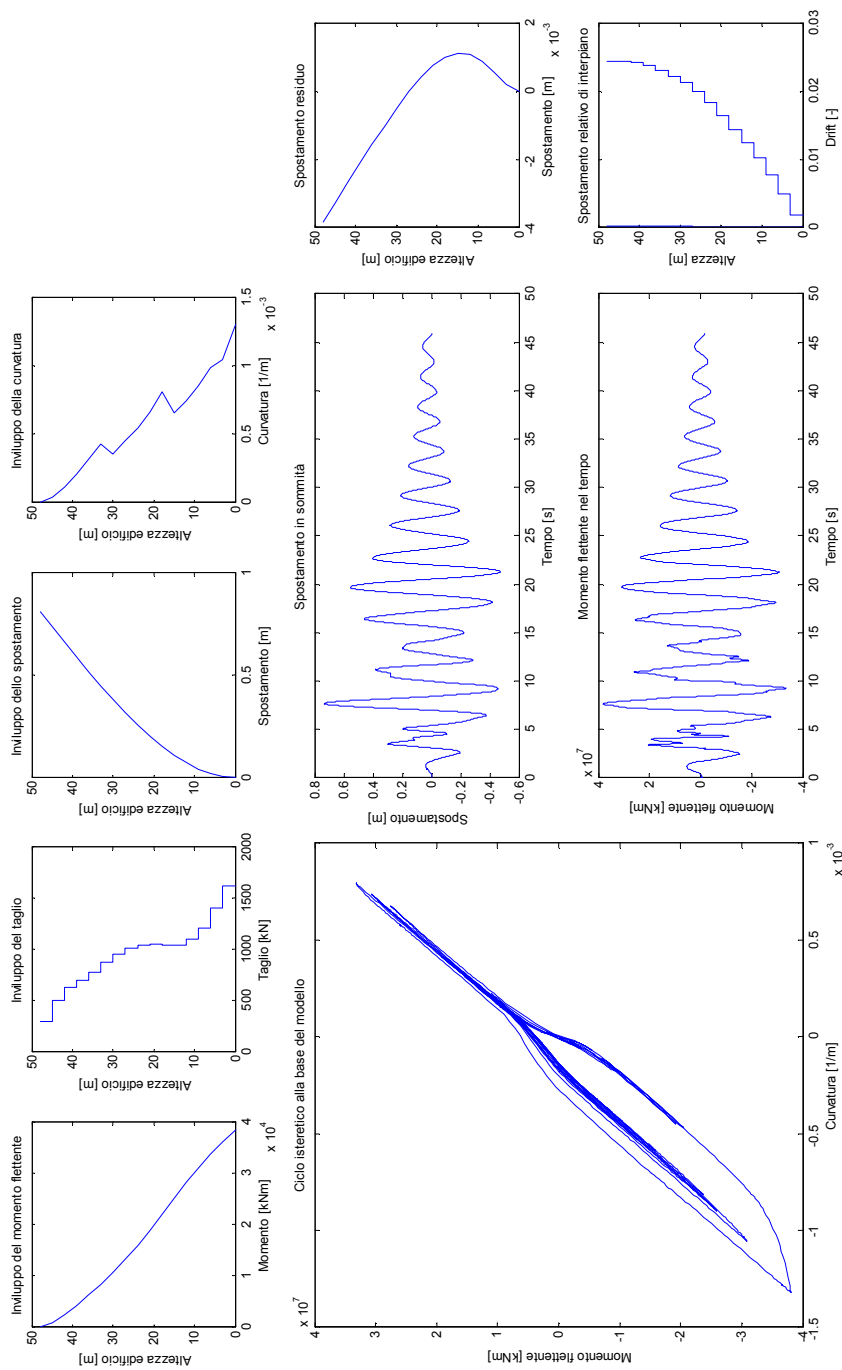
Per ciascuna serie si è calcolata la duttilità richiesta raggiunta (Figura A.1). La media delle duttilità richieste è stata confrontata con la duttilità disponibile della sezione, al fine di valutare l'ammissibilità della soluzione trovata. Il grafico riportato nel seguito esprime i valori di duttilità richiesta da ogni singolo accelerogramma, esprime il valore medio della distribuzione di duttilità richiesta e lo confronta con la duttilità disponibile della sezione.

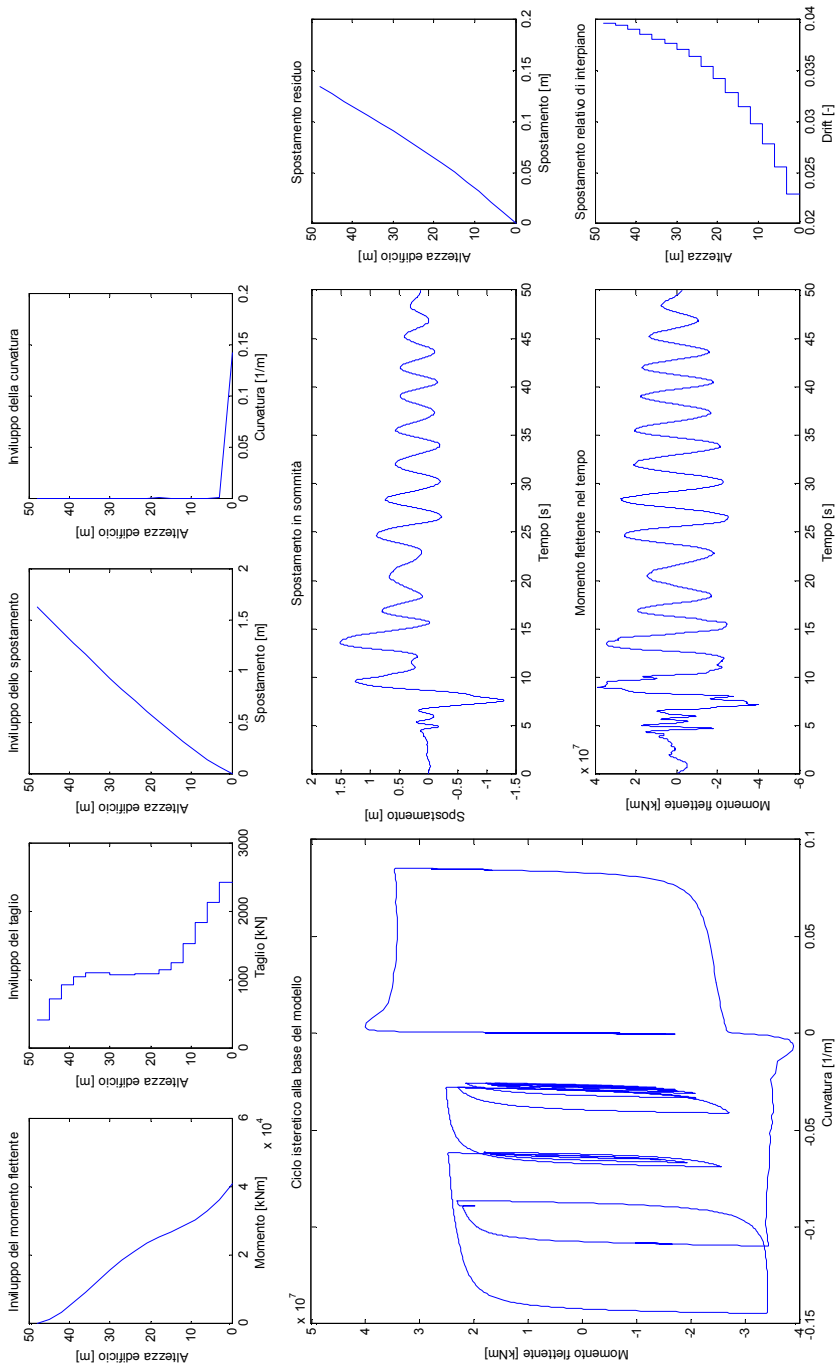


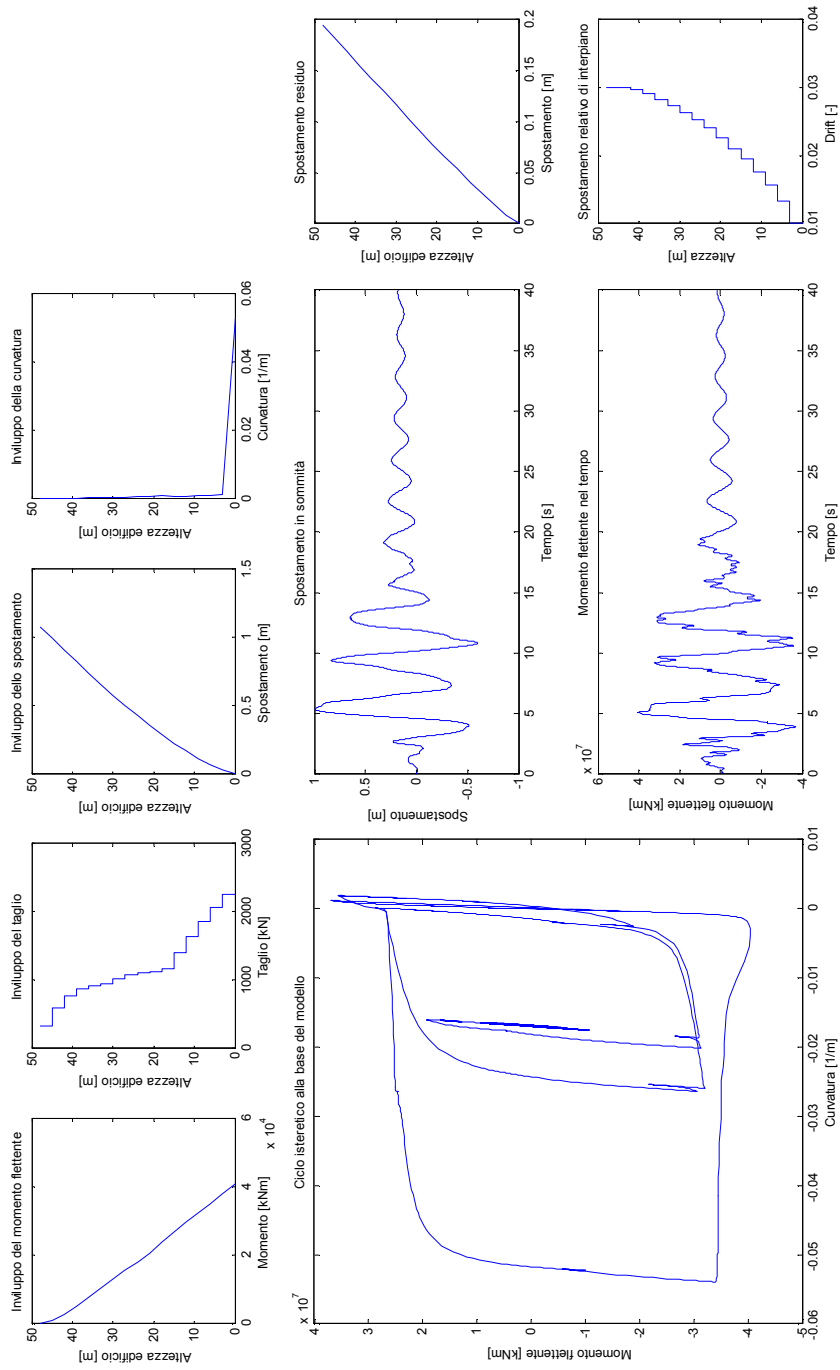
**Figura A.1. Distribuzione delle duttilità richieste da ogni singolo accelerogramma confrontate con la duttilità disponibile della sezione armata**

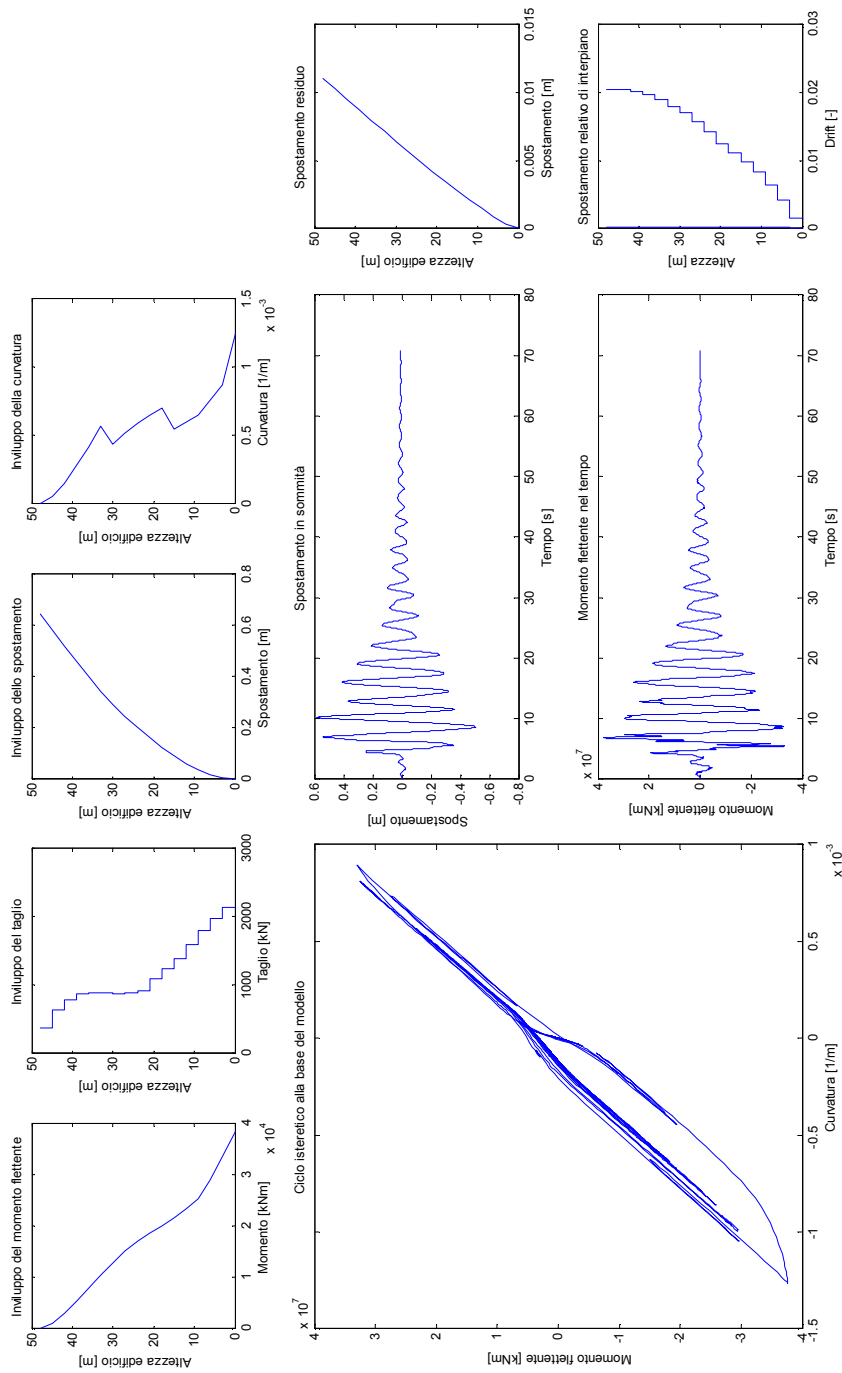
A partire da ciascuna sollecitazione o spostamento si sono ricavati i corrispondenti parametri medi per il momento flettente, il taglio, lo spostamento e il *drift* di piano. I risultati per la serie considerata sono riportati nelle Figure A.9-A.12.

in c.a.

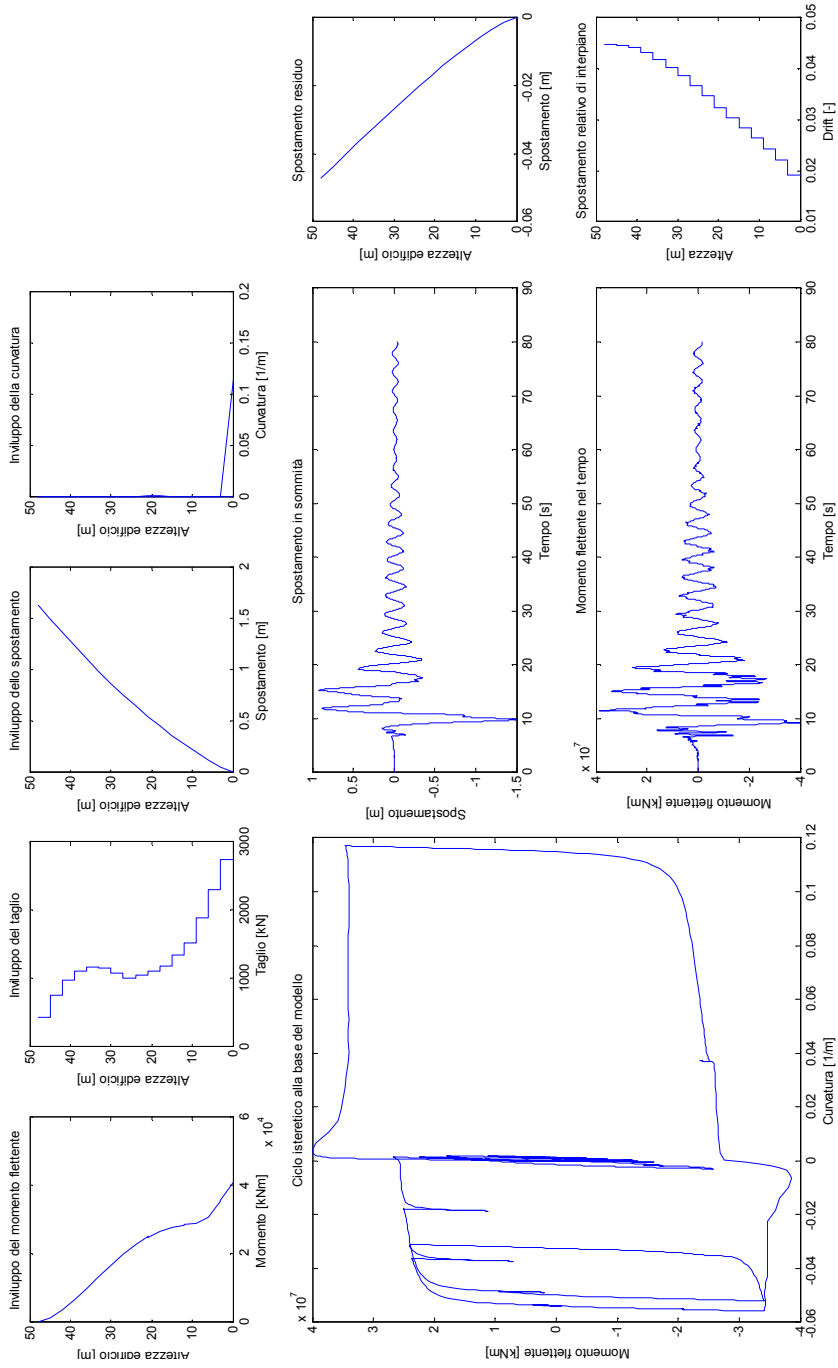




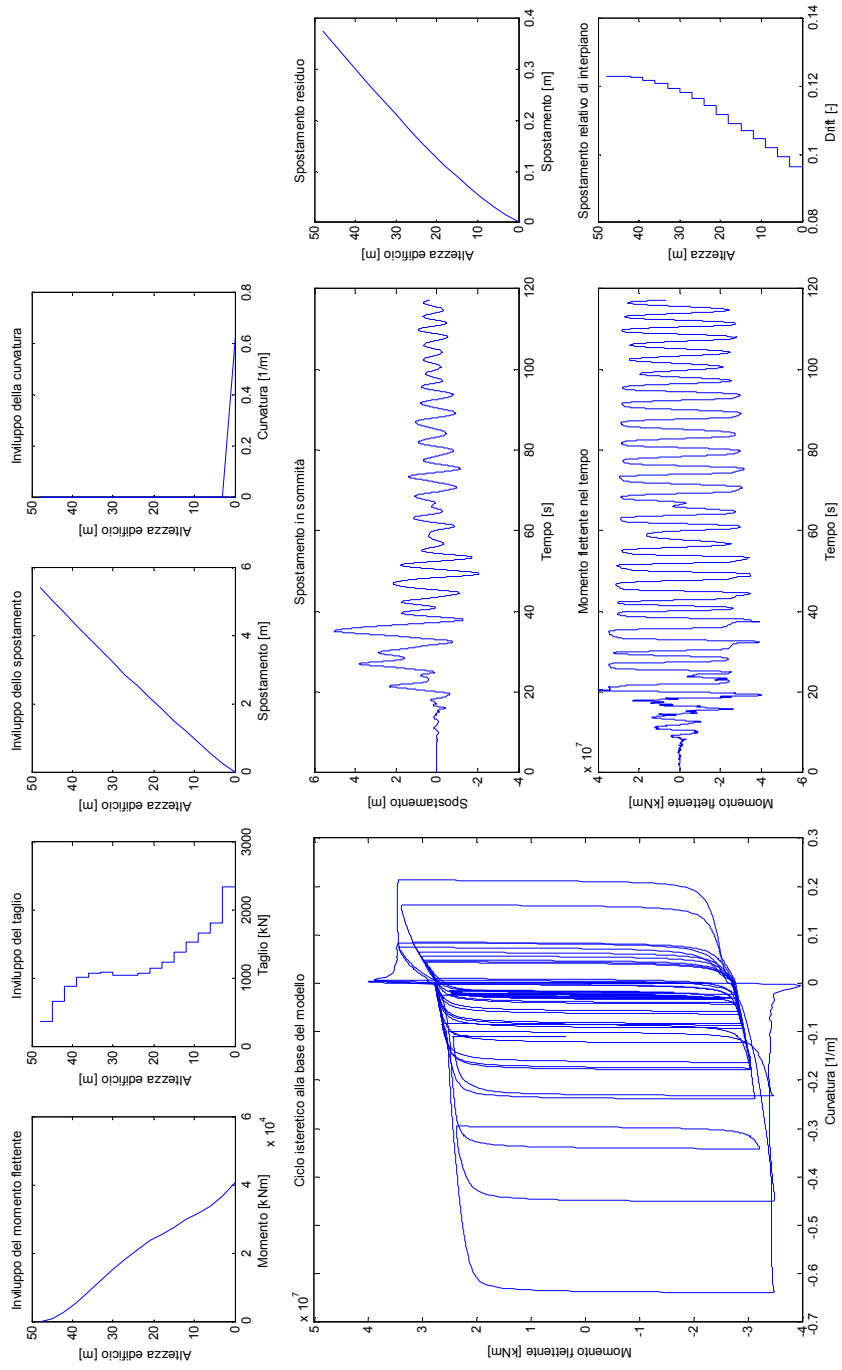


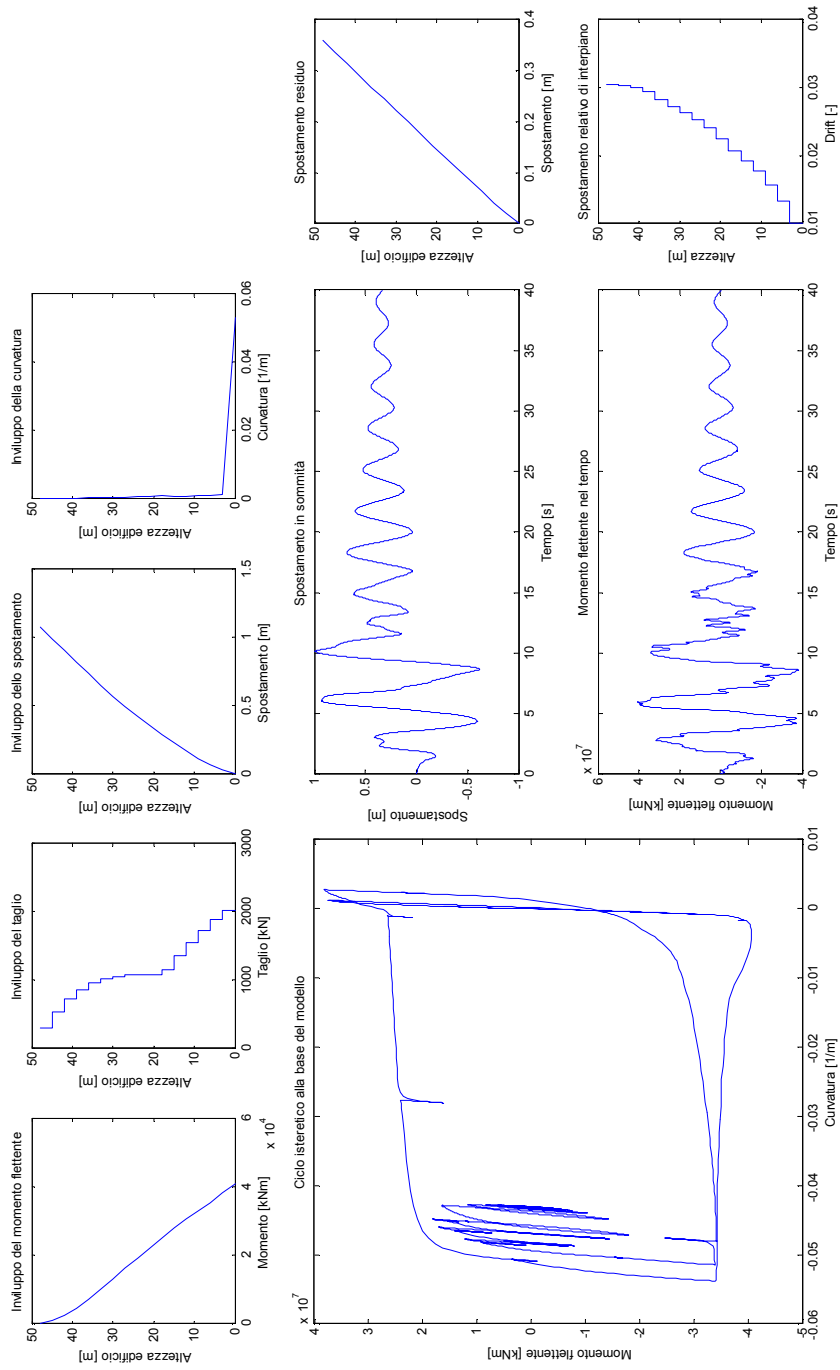


in c.a.









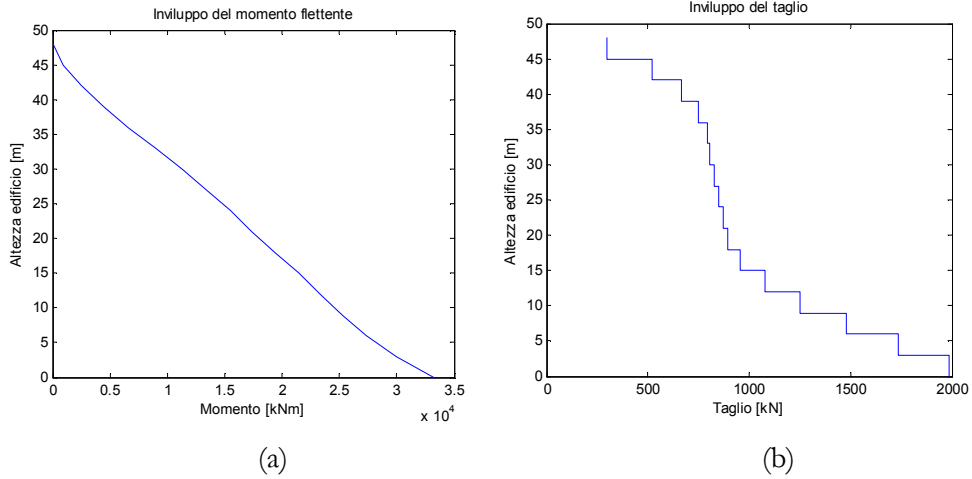


Figura A.9. Involuppo del momento flettente medio e del taglio medio

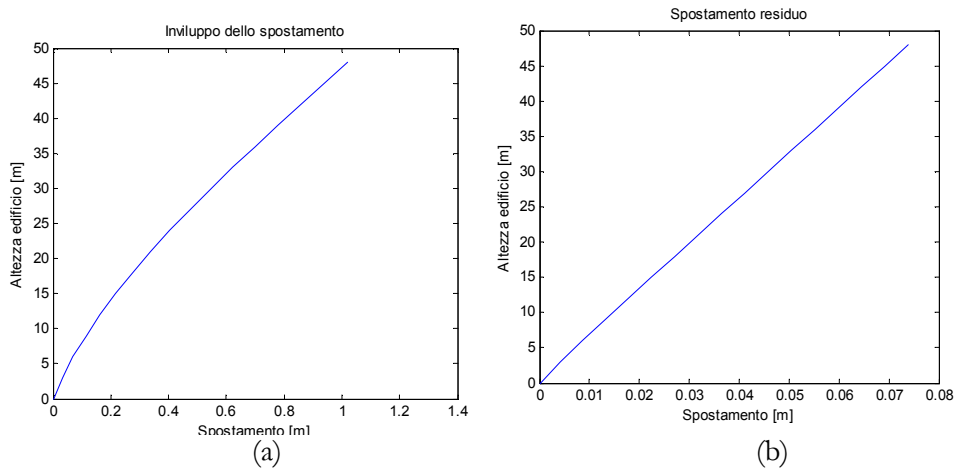


Figura A.10. Involuppo dello spostamento medio e spostamento residuo medio.

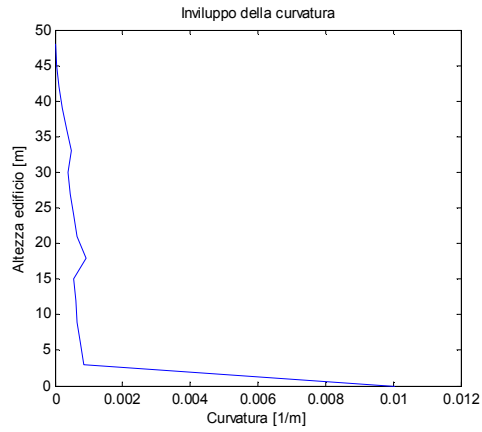
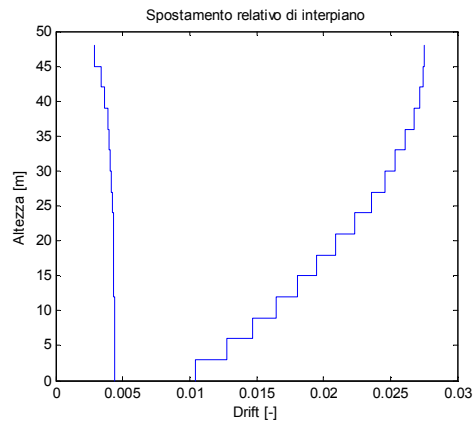


Figura A.11. Involuppo della curvatura media.

Figura A.12. Involuppo del *drift* e *drift* residuo.

## **BIBLIOGRAFIA**

- Anagnostopoulos, S. (1981). Inelastic Beam for Seismic Analysis of Structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 107(ST7), pp. 1297-1311.
- Banon, H., Biggs, J., e Irvine, M. (1981). Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 107(ST9), pp. 1713-1729.
- Belarbi, H. e Hsu, T.C.C., (1994). Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete, *ACI Structural Journal*, V. 91, No. 4, pp. 465-474.
- Bertero, V.V., Aktan, A., Charney, F., e Sause, R. (1984). Earthquake Simulator Tests and Associated Experimental, Analytical and Correlation Studies of One-Fifth Scale Model. in Earthquake Effects on Reinforced Concrete Structures, *American Concrete Institute*, SP-84-13, Detroit, pp. 375-424.
- Brancaleoni, F., Ciampi, V. e Di Antonio, R. (1983). Rate-Type Models for Non Linear Hysteretic Structural Behavior. *EUROMECH Colloquium*, Palermo, Italia.
- Brown, J. e Kunnath, S.K. (2000). "Low Cycle Fatigue Behavior of Longitudinal Reinforcement in Reinforced Concrete Bridge Columns." *NCEER Technical Report* 00-0007.
- Calvi, G.M., Sullivan, T.J. Eds., (2009). A Model Code for the Displacement-Based Seismic Design of Structures, *IUSS Press*, Pavia, Italia.
- CEB-FIP (1990) Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP Model Code 1990, First Draft, Lausanne, Mar., pp. 2-3, 2-28 to 2-40 (Information Bulletin No. 195).
- CEN - European Committee for Standardisation (2004) EN1992-1 - Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1: General rules, actions and rules for buildings.
- CEN - European Committee for Standardisation (2004) EN1998-1 - Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings.
- Chang, G. e Mander, J. (1994). "Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part I – Evaluation of Seismic Capacity." *NCEER Technical Report* 94-0006.
- Charney, F. e Bertero, V.V. (1983). An Evaluation of the Design and Analytical Seismic Response of a Seven Story Reinforced Concrete Frame-Wall Structure. Report EERC 82-08, *Earthquake Engineering Research Center*, Berkeley.

- Ciampi, V. e Nicoletti, M. (1986). Parameter Identification for Cyclic Constitutive Models with Stiffness and Strength Degradation. *8th European Conference on Earthquake Engineering*, Lisbon.
- Clough, R. e Benuska, L. (1967). Nonlinear Earthquake Behavior of Tall Buildings. *Journal of Mechanical Engineering*, ASCEE, 11(ST4), pp. 871-888.
- Clough, R.W. e Johnson, C.P. (1968). A Finite Element Approximation for the Analysis of Thin Shells. *International Journal of Solid and Structures*, vol. 4.
- Dhakal, R. e Maekawa, K. (2002). "Modeling for Postyield Buckled of Reinforcement" *Journal of Structural Engineering*, 128(9), 1139-1147.
- Dipartimento della Protezione Civile e Consorzio ReLUIS (Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica), Progetto di Ricerca Triennale 2005-2008 – Linea di Ricerca n. 4 – Sviluppo di approcci agli spostamenti per il progetto e la valutazione della vulnerabilità – Coordinatori Proff. G.M. Calvi e M.J.N. Piestley
- Dodd, L. e Restrepo-Posada, J. (1995). "Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel" *Journal of Structural Engineering*, 121(3), 433-445.
- Faccioli, E., Paolucci, R. and Rey, J., (2004), Displacement spectra for long periods, *Earthquake Spectra* 20(2) 347-376.
- Filippou C., Spacone E., Taucer F. F. (1996a). Fibre beam-column for non-linear analysis of R/C frames: part I. Formulation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25:711–725.
- Filippou C., Spacone E., Taucer F. F. (1996b). Fibre beam-column for non-linear analysis of RC frames: part II. Applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25:727–742.
- Filippou C., Taucer F. F., Spacone E. (1991). A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures. *Earthquake Engineering Research Center Report*, 91/17.
- Filippou, F.C., e Issa, A. (1988). Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frame under Cyclic Load Reversals. EERC Report 88-12, *Earthquake Engineering Research Center*, Berkeley.
- Filippou, F.C., Popov, E.P., e Bertero, V.V. (1983). Effect of Bond Deterioration on Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Joints. EERC Report 83-19, *Earthquake Engineering Research Center*, Berkeley.
- Giberson, M. (1967). The Response of Nonlinear Multi-Story Structures Subjected to Earthquake Excitations. *Earthquake Engineering Research Laboratory*, Pasadena.

- Gomes, A., and Appleton, J. (1997). "Nonlinear Cyclic Stress-Strain Relationship of Reinforcing Bars Including Buckling." *Engineering Structures*, 19(10), 822–826.
- Hognestad, E. (1951) – A Study on Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members – *Engineering Experiment Station*, University of Illinois, Bulletin Series #399, Bulletin #1;
- Iwan, W. (1978). Application of Nonlinear Analysis Techniques. in, Iwan W. ed., *Applied Mechanics in Earthquake Engineering*, ASME, AMD, 8, New York, pp. 135-161.
- Karsan, I.D. e Jirsa, J.O. (1969). Behavior of Concrete under Compressive Loadings. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 95(ST12).
- Karsan, I.D., Jirsa, J.O. (1969) – Behavior of Concrete Under Compressive Loading – *Journal of the Structural Division*, ASCE, 95, # 12, pp. 2543–2563;
- Kent, D. C. , Park R., 1971. Flexural members with confined concrete. *Journal of Structural Division*, 97:1964–1990.
- Kent, D.C. (1969) – Inelastic Behavior of Reinforced Concrete Members with Cyclic Loading – *Ph.D. Thesis*, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand;
- Kwak, H.G., Kim, D.Y. (2004) – FE Analysis of RC Shear Walls Subject to Cyclic Loading – *Magazine of Concrete Research*, 56, #7, pp. 405-418;
- Lai, S., Will, G. e Otani, S. (1984). Model for Inelastic Biaxial Bending of Concrete Members. *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, 110(ST11), pp. 2563-2584.
- M.L.L.P.P. (2008), D.M. 14-01-2008 Norme tecniche per le costruzioni (NTC), Gazzetta Ufficiale del 4 febbraio 2008.
- Ma, S.Y., Bertero, V.V., Popov, E.P. (1976) – Experimental and Analytical Studies of the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams – EERC Report 76/2, *Earthquake Engineering Research Center*, University of California, Berkeley;
- Mander, J.B., Priestley. M.J.N. e Park, R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, ASCEE, 114(ST8), pp. 1804-1826.
- Massone, L. M. e Orakcal, K.; and Wallace, J. W. , (2006). Shear - Flexure Interaction for Structural Walls; SP-236, *ACI Special Publication – Deformation Capacity and Shear Strength of Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading*, editors: Adolfo Matamoros & Kenneth Elwood, p. 127-150.

- Massone, L. M., (2006). RC Wall Shear – Flexure Interaction: Analytical and Experimental Responses, *Ph.D. Dissertation*, University of California, Los Angeles, June 2006, 398 pp.
- Mazzoni S, McKenna F, Scott M H, Fenves G L., 2006. *OpenSEES Command Language Manual*.  
<http://OpenSEES.Berkeley.edu/OPENSEES/manuals/usermanual/OpenSEESCommandLanguageManualJune2006.pdf>.
- Menegotto M., Pinto P. E., 1973. Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frame including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending. *Proc. of LABSE Symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on by well defined repeated loads*, Lisbon, pp15-22.
- Otani S. 1974. SAKE, A computer program for inelastic response of R/C frames to earthquakes. *Report UILUEng-74-2029*, Civil Engineering Studies, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Otani, S. (1974). Inelastic Analysis of R/C Frame Structures. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 100(ST7).
- Otani, S. (1981) “Hysteresis models of reinforced concrete for earthquake response analysis” *Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo*, Vol. XXXVI, No.2, pp125-159.
- Ozdemir, H. (1981). Nonlinear Transient Dynamic Analysis of Yielding Structures. *Ph. D. Dissertation*, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.
- Palermo, D. e Vecchio, F. J., (2003). Compression Field Modeling of Reinforced Concrete Subjected to Reversed Loading: Formulation, *ACI Structural Journal*, V. 100, No. 5, pp. 616 - 625.
- Pettinga, J.D., Priestley, M.J.N. (2005). “Dynamic Behaviour of Reinforced Concrete Frames Designed with Direct Displacement-Based Design”. *IUSS Press*, Pavia, Italia. ([www.iusspress.it](http://www.iusspress.it)).
- Popovics, S., (1973). A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete, *Cement and Concrete Research*, V. 3, No. 4, pp. 583-599.
- Prager, W. and Hodge, P. (1951). *Theory of Perfectly Plastic Solids*, *John Wiley and Sons*, New York.
- Priestley, M.J.N. (2000). “Performance based seismic design”. Proceedings of the 12<sup>th</sup> *World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, Paper 2831.
- Priestley, M.J.N. (2003). “Myths and Fallacies in Earthquake Engineering, Revisited”. *IUSS Press*, Pavia, Italia. ([www.iusspress.it](http://www.iusspress.it)).



- Priestley, M. J. N., Calvi, G.M. & Kowalsky, M. J. (2007) "Direct Displacement-Based Seismic Design" *IUSS Press*, Pavia, Italia. 720pages (www.iusspress.it).
- Priestley, M.J. N., Calvi, G.M., Kowalsky, M. J., 2007. Direct Displacement-Based Seismic Design. *IUSS Press*, Pavia, Italia. 720pages (www.iusspress.it).
- Priestley, M.J.N., Grant, D.N. (2006) "Viscous damping for analysis and design" *Journal of Earthquake Engineering*, 9(SP2), pp229-255.
- Reinhardt, H.W., Cornelissen, A.W., Hordijk, D.A. (1986) – Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete – *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 112, #11;
- Reinhardt, H.W., Yankelevsky, D.Z. (1989) – Uniaxial Behavior of Concrete in Cyclic Tension - *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 115, #1;
- Rizzato M., Tullini N., Laudiero F. (2009). Analisi di pareti in c.a. mediante modelli a fibre: confronti tra l'approccio agli spostamenti ed alle forze XIII *Convegno Nazionale "L'ingegneria sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno – 2 Luglio 2009, su CD.
- Rizzato M., Tullini N., Laudiero F., 2006. Analisi di pareti in c.a. soggette a sismi violenti. XII *Convegno Nazionale "L'ingegneria sismica in Italia"*, Pisa, 10-14 Giugno 2007, su CD.
- Scott, B.D., Park R. e Priestley, M.J.N. (1982). Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops and Low and High Strain Rates. *ACI Journal*, Vol. 79, No. 1, pp. 13-27.
- Scott, B.D., Park, R., Priestley, M.J.N. (1982) – Stress-strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates – *ACI Journal*, vol. 79, #1, pp. 13-27;
- Shibata A. e Sozen M. (1976), "Substitute-Structure Method for Seismic Design in R/C", *J. Struct Div.*, ASCE, 102, 1976. 26.
- Solaimani, D., Popov, E.P., Bertero, V.V. (1979). Nonlinear Beam Model for R/C Frame Analysis. *7th ASCE Conference on Electronic Computation*, St. Louis.
- Spacone, E., Ciampi, V. e Filippou, F.C. (1992). A Beam Element for Seismic Damage Analysis. *EERC Report*, , *Earthquake Engineering Research Center*, Berkeley.
- Stevens, N.J., Uzumeri, S.M., Collins. M.P. (1991) – Reinforced Concrete Subjected to Reversed Cyclic Shear Experiments and Constitutive Model – *ACI Structural Journal*, 88, #2, pp. 135-146;
- Sullivan, T.J., Priestley, M.J.N., Calvi, G.M. (2006) "Seismic Design of Frame-Wall Structures" Research Report ROSE-2006/02, *IUSS press* (www.iusspress.it), Pavia, Italia.

- Takayanagi, T. e Schnobrich, W. (1979). Non Linear Analysis of Coupled Wall Systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 7, pp. 1-22.
- Takeda, T., Sozen, M. A., e Nielsen, N. N. (1970). Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes, *Journal of the Structural Division*, ASCE, 96:ST12, 2557-2573.
- Takizawa, H. (1976). Note on Some Basic Problems in Inelastic Analysis of Planar RC Structures. *Trans. of Arch. Inst. of Japan*, 240, P. I in Feb. 1976, pp. 51-62, P. II in Mar. 1976, pp. 65-77.
- Zhao, J., e S. Sritharan. (2007). Modeling of strain penetration effects in fiber-based analysis of reinforced concrete structures. *ACI Structural Journal*.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.  
This page will not be added after purchasing Win2PDF.