

## DIMENSIONAMENTO DI UN METAMATERIALE COILED-UP A BASSA FREQUENZA

Cristina Marescotti (1), Francesco Pompoli (2)

1) Università degli Studi di Ferrara, Dipartimento di Ingegneria, Ferrara, mrcscst@unife.it  
2) Università degli Studi di Ferrara, Dipartimento di Ingegneria, Ferrara, pmpfnc@unife.it

### SOMMARIO

Questo studio illustra il processo di ottimizzazione geometrica eseguita su un metamateriale costituito da una serie di risonatori a quarto d'onda *coiled-up* in parallelo. Tramite l'utilizzo di un modello analitico [1], viene ricercata la geometria che massimizza il coefficiente di assorbimento acustico per incidenza normale ad una specifica frequenza. Il sistema viene poi modellato con CAD 3D per mostrane una possibile realizzazione pratica caratterizzata da uno spessore ridotto.

### 1. Introduzione

Uno degli argomenti da sempre indagati in ambito del controllo del rumore, riguarda l'assorbimento acustico a bassa frequenza. Tale obiettivo risulta infatti di difficile raggiungimento utilizzando i comuni materiali fonoassorbenti, poiché richiederebbero elevati spessori per raggiungere prestazioni di assorbimento accettabili, rendendoli poco usufruibili nella pratica [2].

Nell'ottica di indagare nuove soluzioni che permettano di ottenere un buon assorbimento a bassa frequenza ma con spessori ridotti, è stato proposto ed applicato il concetto di metamateriale acustico risonante *coiled-up*, limitando lo spessore grazie alla possibilità di "arrotolare" i canali in cui si sviluppa il campo sonoro [3]. Questo tipo di struttura funziona solo in una larghezza di banda molto stretta situata vicino alle proprie frequenze di risonanza [4].

Partendo da queste premesse, il seguente studio propone una metodica di ottimizzazione per i metamateriali costituiti da risonatori a quarto d'onda *coiled-up*: utilizzando un modello analitico che ne descrive il comportamento acustico [1] si ricerca la geometria che massimizza il coefficiente di assorbimento acustico per incidenza normale a bassa frequenza. Questa procedura di ottimizzazione può essere applicata a qualsiasi frequenza di interesse, ma per brevità verrà illustrata solo la procedura di ottimizzazione eseguita a 100 Hz. Ottenute le grandezze geometriche ottimali, verrà proposta una geometria 3D come possibile applicazione pratica.

### 2. Modello analitico

Per descrivere il comportamento acustico del metamateriale *coiled-up* e determinarne il coefficiente di assorbimento per incidenza normale, è stato utilizzato un modello analitico, precedentemente validato tramite misure sperimentali nel tubo ad onde stazionarie [1].

I risonatori a quarto d'onda *coiled-up*, sono sistemi costituiti da un tubo con terminazione rigida (figura 1) all'interno dei quali si formano delle onde stazionarie alle frequenze caratteristiche multiple:

$$(1) \quad f_{res} \cong \frac{c_0(2n-1)}{4l} \quad [\text{Hz}]$$

dove  $c_0$  è la velocità del suono del fluido all'interno del canale e  $n=1,2,3,\dots$  indica il numero di armoniche. Dall'equazione (1) si nota quindi come le frequenze di risonanza dipendano esclusivamente dalla lunghezza del canale  $l$ .

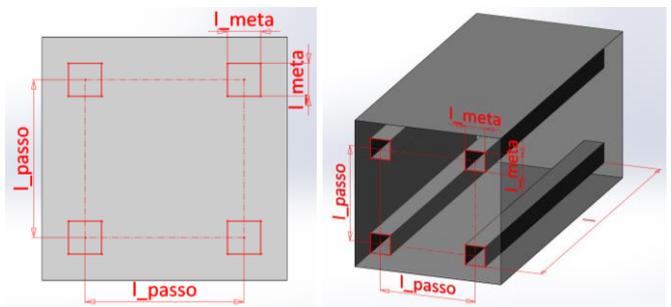


Figura 1 – Metamateriale *coiled-up*: grandezze geometriche caratteristiche.

Il comportamento acustico del sistema viene sinteticamente modellato analiticamente nel seguente modo (in [1] è possibile reperire la trattazione completa):

- *Imbocco – JCA model*: le perdite dissipative che si hanno all'imbocco del canale, dovute ad una variazione di impedenza data dal restringimento di sezione, vengono considerate utilizzando il modello analitico di Johnson-Champoux-Allard. Tramite le equazioni definite in [1], è possibile determinare i 5 parametri per il calcolo dell'impedenza alla sezione d'ingresso;
- *Canale – Narrow Region model*: questo modello viene utilizzato per quantificare le perdite termo-viscose che si instaurano alle pareti del canale, dovute dall'attrito tra le particelle d'aria e i condotti del canale stesso.

Determinate le impedenze dei due "strati", una per l'imbocco e una per il canale, viene utilizzato il metodo delle impedenze in serie per determinare l'impedenza superficiale normalizzata  $\zeta_s$ , da cui poi ricavare il coefficiente di assorbimento per incidenza normale  $\alpha_n$ .

$$(2) \quad \alpha_n = \frac{4Re(\zeta_s)}{|\zeta_s|^2 + 2Re(\zeta_s) + 1} \quad [-]$$

### 3. Ottimizzazione geometrica – risonatore 100 Hz

Una volta definito il modello analitico che descrive il comportamento acustico del metamateriale, la cui validazione sperimentale è riportata in [1], viene implementato un processo di ottimizzazione per ottenere la geometria che massimizza l'assorbimento ad una determinata frequenza; nel presente articolo, a titolo di esempio, si è scelta la frequenza di 100 Hz, per una lunghezza del condotto deducibile da (1) pari a 0.86 m.

Utilizzando il software Matlab, è stato implementato uno script che permette calcolare il valore massimo di assorbimento

acustico al primo picco di risonanza al variare delle grandezze geometriche (vedi figura 1) del risonatore, mantenendo costante la frequenza a cui si vuole il massimo assorbimento (fissare la frequenza di risonanza del sistema equivale a fissare la lunghezza del condotto come mostrato dalla equazione 1). Le grandezze variare sono le seguenti:

- $l_{passo}$ : è la distanza che intercorre tra due condotti adiacenti;
- $l_{meta}$ : è la lunghezza del lato della sezione quadrata di imbocco.

Queste due grandezze definiscono la *porosità* del sistema che influenza le perdite all'imbocco attraverso il modello JCA. Essa è definita come:

$$(3) \quad \varphi = \frac{l_{meta}^2}{l_{passo}^2} \quad [-]$$

Al variare delle grandezze geometriche, è stato determinato il valore massimo del coefficiente di assorbimento alla prima frequenza di risonanza: in figura 2 viene riportato in ascissa  $l_{passo}$ , in ordinata la *porosità* mentre il colore identifica l'ampiezza del coefficiente di assorbimento alla prima frequenza di risonanza. Le linee isolivello si riferiscono al valore assunto da  $l_{meta}$ : si ricorda che fissato  $l_{passo}$  e la *porosità*, si ottiene un unico valore di  $l_{meta}$ , poiché legati dall'equazione (3).

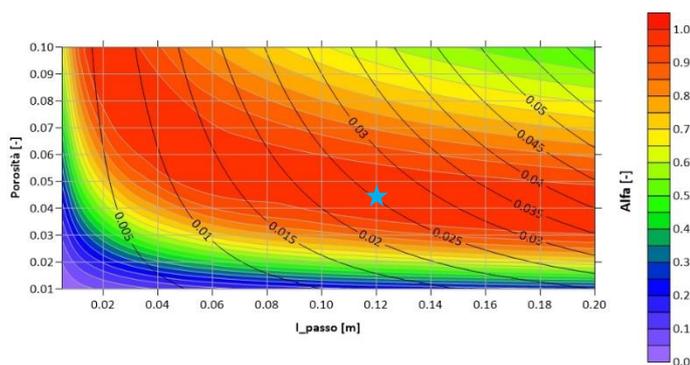


Figura 2 – Mappa di massimo assorbimento per un risonatore di 100 Hz.

A seconda dell'applicazione e dello spazio a disposizione, il passo successivo è quello di determinare una geometria da sviluppare, poiché come si può vedere dalla mappa di figura 2, non esiste un'univoca soluzione geometrica che restituisce un elevato coefficiente di assorbimento. Per fare un esempio concreto, si è deciso di simulare e sviluppare tridimensionalmente la geometria segnata sulla mappa con una stella blu, la quale presenta le caratteristiche geometriche di tabella 1.

Tabella 1 – Geometria di ottimizzazione (OPT) a 100 Hz.

$l_{meta}$ [m]	$l_{chiocciola}$ [m]	alfa_max [-]	F_max [Hz]	$l_{passo}$ [m]	$\phi$ [-]
0.025	0.86	0.99	98	0.12	0.045

In figura 3 viene riportato l'andamento del coefficiente di assorbimento per incidenza normale: la geometria di ottimizzazione mostra un massimo di assorbimento, vicino al valore unitario, alla frequenza fondamentale di 100 Hz, mentre l'ampiezza tende a ridursi nelle successive armoniche (multipli dispari della prima frequenza di risonanza).

Ipotizzando la geometria di un pannello che implementi questo metamateriale, si può immaginare la struttura 3D mostrata in figura 4: in essa vengono riportati i canali d'aria dei risonatori e la vista del pannello con i rispettivi fori di imbocco. Potendo "arrotolare" il canale senza ottenere delle sostanziali

modifiche al coefficiente di assorbimento sonoro ottenuto [4], è di conseguenza possibile passare da uno spessore di 0.86 m per il condotto rettilineo ad uno spessore di 0.11 m, rendendo il sistema più facile da installare.

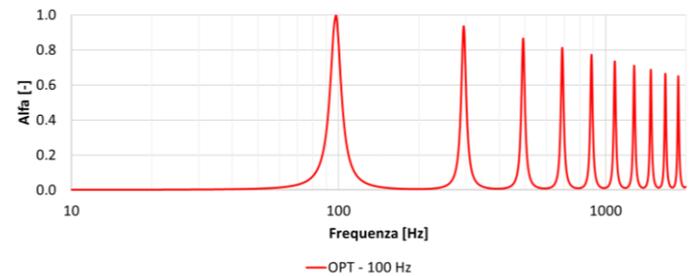


Figura 3 – Coefficiente di assorbimento per incidenza normale: geometria di ottimizzazione 100 Hz.

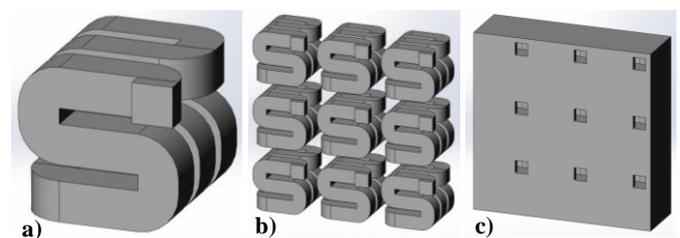


Figura 4 – Geometria di ottimizzazione: a) singolo risonatore (aria); b) risonatore multiplo (aria); c) risonatore multiplo (pannello solido).

#### 4. Conclusioni

Partendo dalla validazione del modello analitico [1], è stato possibile implementare un codice Matlab che consenta di ottimizzare la geometria di un metamateriale *coiled-up* in termini di massimizzazione del coefficiente di assorbimento per incidenza normale. Valutate tutte le possibili geometrie, viene scelta la combinazione di parametri che soddisfa sia le prestazioni acustiche ricercate, che i possibili vincoli, in termini di ingombri. Tali risonatori possono quindi essere modellati tridimensionalmente con l'obiettivo di ricreare un pannello risonante dal ridotto spessore, ottimizzato ad una specifica frequenza. Per l'esempio mostrato si è ottenuto un campione dello spessore di 11 cm ed una frequenza di risonanza di 100 Hz.

Nel caso in cui si voglia allargare il picco di risonanza, è possibile accoppiare in parallelo diversi risonatori, in modo da ottenere assorbimento selettivo in una banda in frequenza maggiore, risultato dell'involuppo delle diverse frequenze di risonanza, come illustrato in [1].

#### 5. Bibliografia

- [1] Magnani A., Marescotti C., Pompoli F., *Acoustic absorption modeling of single and multiple coiled-up resonators*, Applied Acoustics 186 (2022)
- [2] Allard J. F., Atalla N., *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*, John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom (2009)
- [3] Liang Z., Li J., *Extreme Acoustic Metamaterial by Coiling Up Space*, Physical Review Letters, 108, 114301 (2012)
- [4] Magnani A., Marescotti C., Pompoli F., *Modellazione FEM dell'assorbimento acustico di risonatori coiled-up singoli e multipli*, Associazione Italiana di Acustica, 47° Convegno Nazionale, 24-28 maggio 2021

#### Ringraziamenti

Questa ricerca è finanziata dal Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca all'interno del progetto PRIN 2017, numero 2017T8SBH9: "Theoretical modelling and experimental characterization of sustainable porous materials and acoustic metamaterials for noise control".